第１問

以下の問（１），（２）とも解答に当たってはどのような法則をどのように使用したかわかるように答えること。また，自ら物理量を与えて数式を用いて説明しても構わないが，数式の使用のみを高く評価することはない。なお，手回し発電機とコンデンサーを使った実験は容易にできるので実際に試してみることが望ましい。またコンデンサーは金属板を向かい合わせて電荷をためる装置である。

（１）手回し発電機とは，ハンドルの付いた小型モーターを高速で回転させて誘導起電力を発生させる装置である。２本のリード線をつないで回路を閉じた状態で発電機のハンドルを回すとハンドルが重くなり，ハンドルを回し続けるためには外力を加える必要があることがわかる。この事実の説明を行うために手回し発電機を単純化したモデルで考える。図１に示したものがこのモデルである。水平面内に置かれた平行導体レール上に金属棒ＡＢが置かれていて鉛直上向きの一様な磁場が広い範囲に加えられている。レールと金属棒ＡＢは導体で非磁性（磁石には付かない）である。レールと金属棒による回路には電気抵抗がある。スイッチを入れて金属棒を右向きに一定の速さで滑らせる場合について，以下の問いに答えよ。

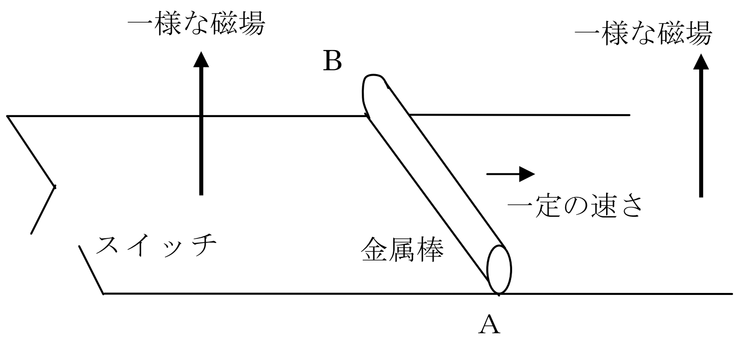

図１

1）電磁誘導の法則に基づいて，この回路に起電力が発生する仕組みについて説明せよ。

2）金属棒のＡ端とＢ端ではどちらの電位が高くなるか。

3）回路を流れる電流はＡ→ＢかＢ→Ａか。

4）金属棒には磁場からどのような力が働くか。

5）金属棒を一定の速さで滑らせるには，金属棒に対してどの方向に外力を加え続けなければならないか。

6）エネルギーの変換という観点からこの現象について述べよ。

（２）帯電していない１ファラッド（１Ｆ）の大容量コンデンサーを手回し発電機につないで発電機を回し続けると，最初はハンドルが重いがだんだんハンドルが軽くなってくる。しばらく回した後でハンドルから手を離すと，ハンドルを回していた方向にハンドルは回転を続ける。

この現象を説明するためにこれらを単純化したモデルを使って考える。

水平面内に置かれた平行導体レール上に図２のように金属棒ＡＢが置かれていて，１Ｆのコンデンサーが接続され，更に鉛直上向きの方向に一様な磁場が広い範囲に加えられている。回路には電気抵抗があるものとする。金属棒を一定の速さになるようにレール上を滑らせる場合について，以下の問いに答えよ。

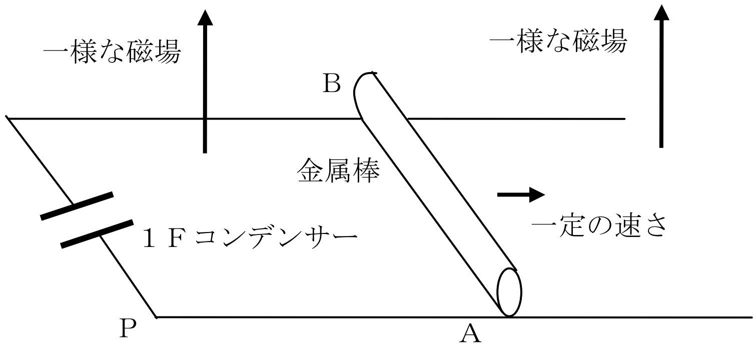

図２

1）コンデンサーの点Ｐ側の極板には正負どちらの符号の電荷が溜まるか。

2）金属棒が移動するにつれて回路を流れる電流はどう変わるか。

3）このとき金属棒に加える外力はどう変わっていくか。

4）金属棒に加える外力を取り去ると金属棒はどのような運動をするか。一定の速さで動かし始めてから短い時間の間に外力を取り去る場合と，十分長い時間がたってから外力を取り去る場合に分けて述べよ。

第２問

サイレンを鳴らして走る救急車のサイレンを聞くと，救急車が近づいて来るときはサイレンの音が高く聞こえ，通り過ぎて行くときには低く聞こえる。また，電車に乗っているとき，踏切を通過する際に踏み切りの警告音を聞いていると，踏切を通過する前は高く聞こえ，踏み切りを通過した後は低く聞こえる。これはドップラー効果と呼ばれる現象である。

さてここでは，ドップラー効果に関連した次のような現象を考えてみよう。

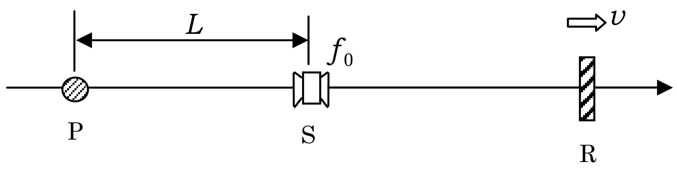

図１

図１のように，観測装置Ｐ，振動数 f_0 の音源Ｓ，音をよく反射する反射体Ｒが一直線上に並んでおり，反射体Ｒのみが一定の速さ v でその直線上を右の方向に運動している。観測装置Ｐと音源Ｓの距離は L であり，音速は $V(>v)$ とする。$t_0=\dfrac{L}{V}$ とし，風は無く，反射体Ｒからの反射音は，反射体Ｒが観測装置Ｐから十分遠ざかっても観測できるものとする。

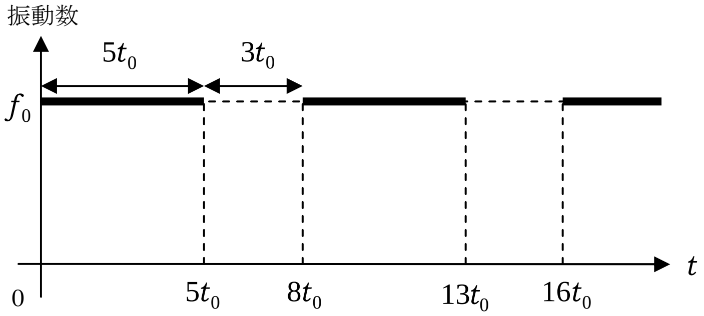

図２

いま，音源Ｓが図２のように，一定の時間間隔 $(3t_0)$ で一定の時間 $(5t_0)$ 音を発すると，観測装置Ｐでは，図３のように，その振動数を観測した。ただし，観測装置Ｐに直接入る音と反射体Ｒで反射して観測装置Ｐに入る反射音が重なる場合，この観測装置Ｐは決まった振動数を観測しない。図３では斜線部分が，観測装置Ｐに音源から直接入る音と反射体Ｒで反射して観測装置Ｐに入る反射音が重なる時間帯で，決まった振動数を示していない。

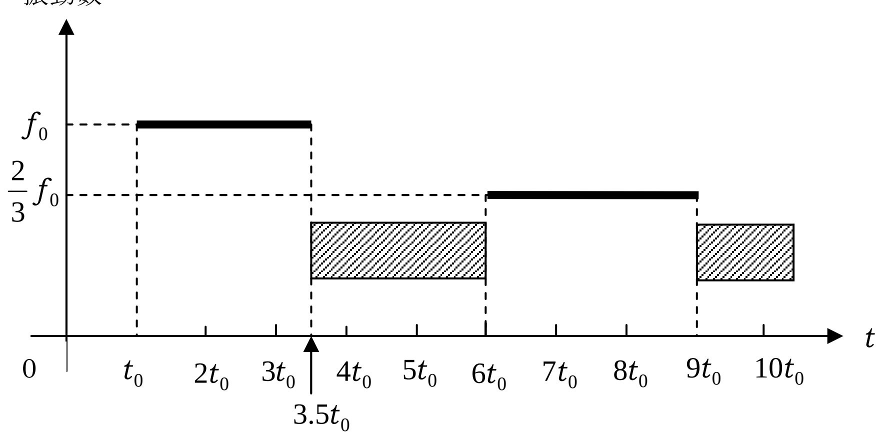

図３

ここで，音源Ｓが音を発し始めた瞬間を時刻 $t=0$ とし，この瞬間（時刻 $t=0$ のとき），反

射体Ｒは音源Ｓより距離L（観測装置Ｐから距離$2L$）離れた地点を通過した。

（１）反射体Ｒで観測される音の振動数と，観測装置Ｐが観測する反射体Ｒからの反射音の振動数を求めてみよう。次の$\boxed{}$内に適する式を，V, v, L, f_0 の内から必要な文字を用いて表せ。ただし，<u>解答は，（ア）～（カ）のそれぞれについて，解答の導出についての考えや，式，図などを漏らさずに書くこと。</u>

音源Ｓが時刻$t=0$に発した音が，反射体Ｒに到達する時刻t_1は$\boxed{（ア）}$であり，音源Ｓが音波の１周期後の時刻$t=\dfrac{1}{f_0}$のときに発した音が，反射体Ｒに到達する時刻t_2は$\boxed{（イ）}$となる。これより，反射体Ｒが受け取る音波の１周期はt_2-t_1となるので，反射体Ｒで観測される音の振動数f_1は$\boxed{（ウ）}$と求まる。

これは，反射体Ｒを「音源から速さvで遠ざかる観測者」とみなして，ドップラー効果を考えた式と一致する。

一方，音源Ｓが時刻$t=0$に発した音が，反射体Ｒで反射して観測装置Ｐに達する時刻t_3は$\boxed{（エ）}$であり，音源Ｓが音波の１周期後の時刻$t=\dfrac{1}{f_0}$のときに発した音が，反射体Ｒで反射して観測装置Ｐに達する時刻をt_4とすると，観測装置Ｐが受け取る反射音の１周期t_4-t_3は$\boxed{（オ）}$となる。これより，観測装置Ｐが受け取る反射音の振動数f_2は$\boxed{（カ）}$と求まる。

これは，反射体Ｒを「観測者から速さvで遠ざかる振動数f_1の音源」とみなして，ドップラー効果を考えた式と一致する。

（２）観測装置Ｐで観測した振動数の変化（図３）から，次の問いに答えよ。

1）反射体Ｒの速さvは音速Vの何倍か求めよ。

2）この後観測を続けると，観測する音が消える時間が発生する。初めて観測する音が消える時刻と，そのとき消えている時間を，t_0を用いて求めよ。

第３問

（１）いま，地球の半径に比べて十分低い上空に打ち上げられた人工衛星が搭載するエンジンで水平飛行を始めた。この衛星が速さv_0になったときエンジンを切り，地球に向けて降下してくる場合を考えよう。ただし，人工衛星の質量をm，地表面での重力加速度の大きさをgとする。図１のように，地表面の点○を原点に地表面に沿って右向きにx軸，鉛直上向きにy軸をとる。一定の速さv_0で水平右向きに運動していた衛星が点○の上空hの点Ｐで時刻$t=0$にエンジンを切ったとすると，時刻tでの衛星の座標は，$(x,y)=\left(v_0 t, h-\dfrac{1}{2}gt^2\right)$と表される。

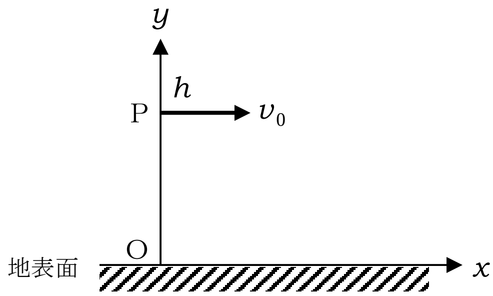

図１

1）時刻$t+\Delta t$における座標を$(x+\Delta x,\ y+\Delta y)$とおくとき，$\Delta x$と$\Delta y$はどのように表されるか。$\Delta t$を微小時間として，$\Delta t$の２乗以上の項を無視して答えよ。(以下，2)，3) においても同様とする。)

2）時刻tにおける速度成分$(v_x, v_y)=\left(\dfrac{\Delta x}{\Delta t}, \dfrac{\Delta y}{\Delta t}\right)$を求めよ。

3）時刻tにおける加速度成分$(\alpha_x, \alpha_y)=\left(\dfrac{\Delta v_x}{\Delta t}, \dfrac{\Delta v_y}{\Delta t}\right)$を求めよ。

4）以上の考察から，衛星に働く力と運動の関係について説明せよ。ただし運動はx軸方向とy軸方向に分けること。

（２）前問（１）での降下している衛星の中で鉛直の向きに固定されている体重計の上に，質量m_1の人が乗ると，その目盛りは 0 を指す。その理由を簡単に説明せよ。ただし，体重計の目盛りは上に乗った人にはたらく垂直抗力の大きさを示す。

（３）問（１）の考察は大気の影響を無視しているが，一般に空気中を運動する物体は空気抵抗を受け，その抵抗力の大きさは速度が小さい場合速度に比例することが知られている。この様な抵抗力が衛星に働く場合，上で考えた衛星のx軸方向及びy軸方向の運動はどの様に変更されるか，衛星が降下を始めた近くの時間帯及び十分長く経った後での時間帯に分けて説明せよ。

（４）さて，水平飛行していた衛星を再びその進行方向へ加速し，ある速さになったときエンジンを止めたら衛星は地球（半径R）の周りを半径$r_0=R+h$の円軌道を描いて回

り始めた。いま図２のように，地球の中心○を原点に直交座標軸(X, Y)をとると，時刻tでの衛星の位置ベクトルが$\vec{r} = (X, Y) = (r_0 \cos\omega t, r_0 \sin\omega t)$と表されたとする。ここで，$\omega$は円運動の角速度（単位時間に回転する回転角）である。以下の設問で，必要ならば次の展開式と近似式を用いよ。

「Δxを微小量とすると，

$$\cos(x+\Delta x) = \cos x \cos\Delta x - \sin x \sin\Delta x \fallingdotseq \cos x - \Delta x \sin x$$

$$\sin(x+\Delta x) = \sin x \cos\Delta x + \cos x \sin\Delta x \fallingdotseq \sin x + \Delta x \cos x$$

が成り立つ」

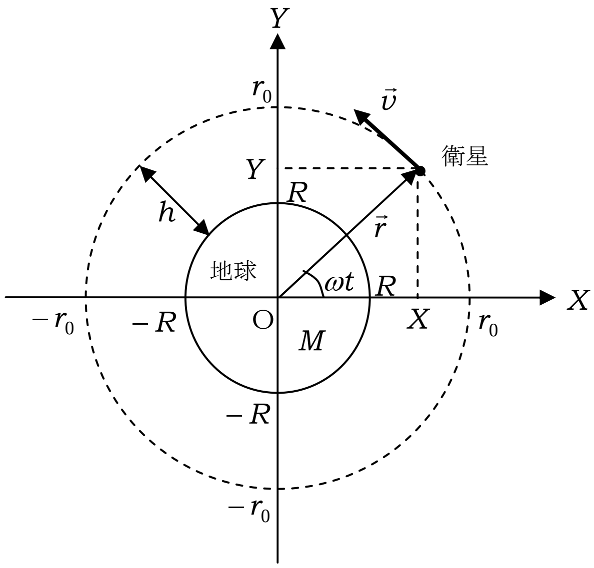

図２

1）衛星の速度ベクトル$\vec{v} = (v_X, v_Y) = \left(\dfrac{\Delta X}{\Delta t}, \dfrac{\Delta Y}{\Delta t}\right)$を計算し，その大きさ$v = |\vec{v}|$を求めよ。また，速度$\vec{v}$は位置ベクトル$\vec{r}$に垂直であることを示せ。

2）加速度ベクトル$\vec{\alpha} = (\alpha_X, \alpha_Y) = \left(\dfrac{\Delta v_X}{\Delta t}, \dfrac{\Delta v_Y}{\Delta t}\right)$を計算し，その大きさ$\alpha = |\vec{\alpha}|$を$r_0$と$v$で表せ。また$\vec{\alpha}$の向きはどちら向きか。

（５）赤道上の地表面から高さhの円軌道上を質量mの衛星が回っている。

1）衛星が高度hで安定に周回しているとき，その速さvをh, g, Rを用いて表せ。

2）衛星が 24 時間で１周する静止衛星となるとき，その高度hと速さvを有効数字２桁の数値で求めよ。ただし，$R = 6400$ ㎞，$g = 9.8$ ｍ/s^{2}とする。