

実験問題 2 雲母の複屈折

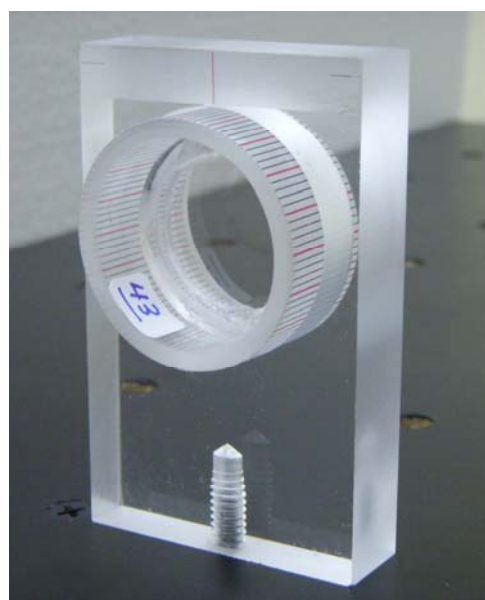
この実験では雲母（光を偏光させる光学装置で広く使われる結晶）の複屈折を測定する。

・器具

- 1), 2), 3)以外に以下のものを使用する。
- 14) スライド枠に取り付けた 2 つの偏光板がそれぞれアクリル支持台（装置記号 J）によって支えられている。組み立てについては写真を見よ。
- 15) 雲母の薄膜がプラスチック製の円筒に取り付けてあり、円筒には数字のない目盛りがついている。円筒はアクリル支持台（装置記号 K）で支えられている。組み立てについては写真を見よ。
- 16) 光検出器はプラスチック製の箱に入っている。コネクタ、発泡スチロール製支持台、光検出器の電圧を測定するマルチメータ（テスター）（装置記号 L）の組み立てについては写真を参照。
- 17) 電卓
- 18) ハガキ大のカード、粘着テープ（masking tape）、剥離粘着紙、はさみ、三角定規セット
- 19) 鉛筆、紙、グラフ用紙



スライド枠に取り付けた偏光板がアクリル支持台（装置番号 J）に支えられている



雲母の薄膜を取り付けた円筒には数字のない目盛りがついていて、円筒はアクリル支持台（装置記号 K）に支えられている。



プラスチック箱の中にある光検出器，コネクタ，発泡支持台，光検出器（装置記号 L）の電圧を測定するマルチメータ。ここに示しているように接続する。

・現象の説明

光は横波の電磁波であり，その電場は光の伝播方向に垂直な面上で，光の進行と共に時間的に振動する。

電場の振動の向きが一定のとき，その光波は直線偏光，または，単に偏光と呼ばれる（図 2.1）。

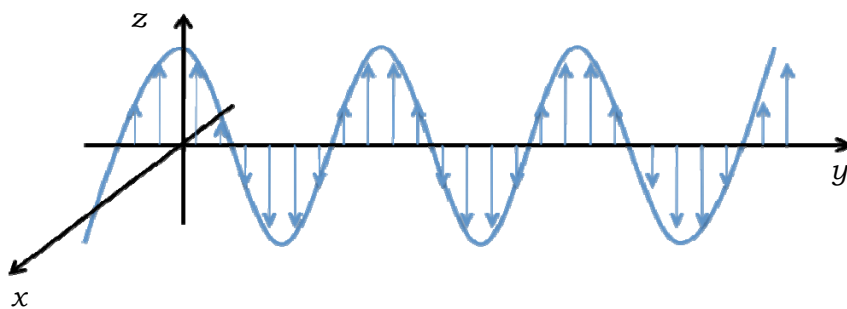


図 2.1 z 軸方向へ偏光した y 軸方向へ伝播する光波

偏光フィルム（偏光板）は，その表面に平行な特別な軸，すなわち，透過した光がその軸方向の偏光となる軸をもつ物質である。特別な軸の方向を（+），その軸に垂直な方向を（-）で表す。

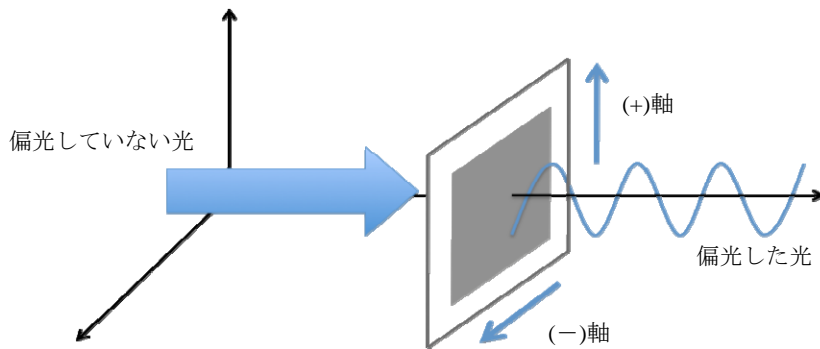


図 2.2 偏光していない光が偏光板に垂直に入射する。透過光は偏光板の（+）方向に偏光する。

ガラスのような通常の透明物質は，入射光と同じ偏光の光を透過する。その屈折率は入射光の偏光方向によらない。しかし，雲母を含む多くの結晶は，光波の電場方向に敏感である。表面に垂直方向の伝播に対し，雲母の薄い平板には特別な2つの直交軸がある。それを軸1，軸2と呼ぶ。これにより複屈折と呼ばれる現象が起こる。

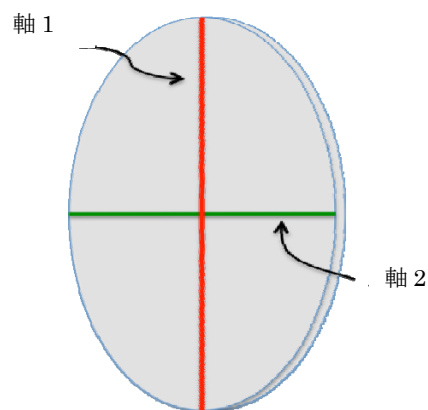


図 2.3 軸1（赤）と軸2（緑）という2つの軸をもつ雲母の薄い板。

複屈折の例として、2つの簡単な例を解析する。鉛直方向へ偏光した光波が、雲母の薄い板の表面に垂直に入射するとする。

場合1) 軸1または軸2が入射波の偏光方向に平行であるとする。透過光はその偏光方向を変えないことなく通過するが、物質の屈折率が n_1 あるいは n_2 であるかのように伝播する(図2.4, 図2.5)。

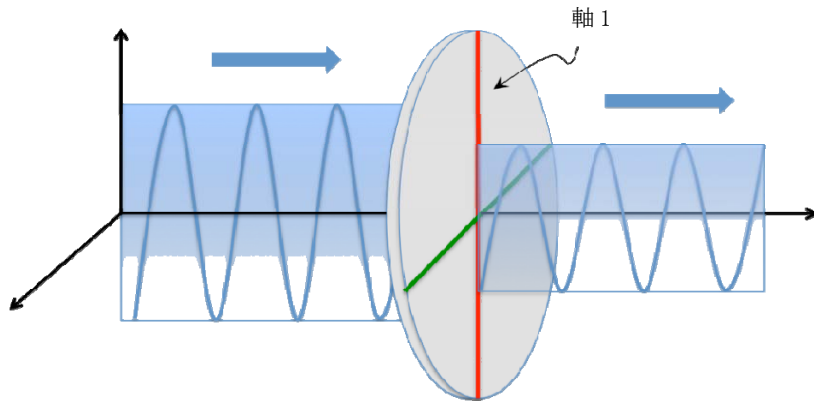


図2.4 軸1が入射光の偏光方向に平行である場合、屈折率は n_1 である

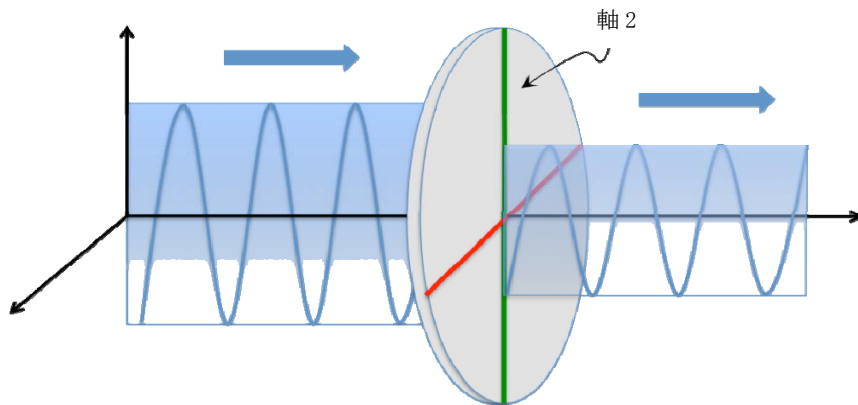


図2.5 軸2が入射光の偏光方向に平行である場合、屈折率は n_2 である

場合2) 軸1が入射光の偏光方向と角 θ をなすとする。透過光の偏光状態はさらに複雑である。しかし、この光波は次の2つの光波の重ね合わせで表される。1つは入射光の偏光に平行な方向(すなわち、鉛直方向)に偏光した光波であり、

もう1つは、入射光の偏光に垂直な方向（すなわち水平方向）に偏光した光波である。

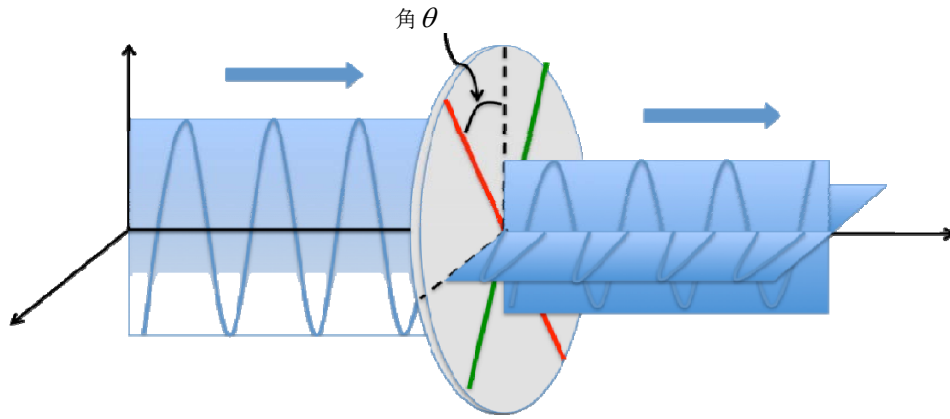


図 2.6 軸 1 が入射光の偏光方向と角 θ をなしている

入射光の偏光に平行な方向に偏光した透過光の強度を I_p ，入射光の偏光に垂直な方向に偏光した透過光の強度を I_o とする。これらの強度は、角 θ と光源の波長 λ ，平板の厚さ L ，および、屈折率の差 $|n_1 - n_2|$ に依存する。この最後の量は、物質の複屈折率と呼ばれる。この問題のゴールは、複屈折率を測定することである。偏光板と複屈折の性質を示す物質は、共に、光の偏光状態を調整するのに用いられる。

ここで、光検出器は偏光状態とは独立に、入射光の強度を測定することを指摘しておく。。

$I_p(\theta)$ と $I_o(\theta)$ の角 θ 依存性は、雲母による入射光の吸収率のように、これまで考えてこなかったような効果にも依存して複雑である。しかし、

$$\bar{I}_p(\theta) = \frac{I_p(\theta)}{I_p(\theta) + I_o(\theta)} \quad (2.1)$$

および、

$$\bar{I}_o(\theta) = \frac{I_o(\theta)}{I_p(\theta) + I_o(\theta)} \quad (2.2)$$

で定義される規格化された強度 $\bar{I}_p(\theta)$ と $\bar{I}_o(\theta)$ に対する非常に簡単な表現だけは近似的に求められる。これらの規格化された強度はそれぞれ、

$$\bar{I}_p(\theta) = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos \Delta\phi) \sin^2(2\theta) \quad (2.3)$$

および

$$\bar{I}_o(\theta) = \frac{1}{2}(1 - \cos\Delta\phi)\sin^2(2\theta) \quad (2.4)$$

で与えられる。また、 $\Delta\phi$ は、平行および垂直な透過光の位相差であり、

$$\Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda}|n_1 - n_2| \quad (2.5)$$

と表される。ここで、 L は雲母の平板の厚さ、 λ は入射光の波長、 $|n_1 - n_2|$ は複屈折率である。

実験装置の組み立て

課題 2.1 強度測定のための実験装置の組み立て

透過波の強度 I_p および I_o を 図 2.6 に示すような光学軸の角度 θ の関数として測定するための実験の組み立てを設計しなさい。その際に、光学台の図にそれぞれの装置の装置記号を記すこと。 偏光板の向きを記号 (+) および (-) で表しなさい。あなたの考えた設計を分かりやすくするために簡単な書き込みをしてもよい。

課題 2.1 a) I_p の測定のための実験装置の組み立て(0.5 点).

課題 2.1 b) I_o の測定のための実験装置の組み立て(0.5 点).

レーザー光のアライメント調整

レーザー光が光学台と平行になるようにして、雲母を支えている円筒の中心にレーザー光が入射するようにする。白カードを使って光路を追うことによって、レーザー光の向きを調整するとよい。微小な調整は可動の鏡を使って行う。

光検出器とマルチメータ

光検出器は光が入射すると電圧を生じる。マルチメータを用いてこの電圧を測定しなさい。電圧は光の強度に比例しているため、光の強度を光検出器に生じた電圧で表す。光検出器にレーザー光が入射しないときも、光検出器の背景光強度を測定する可能性がある。しかし、この強度は 1 mV より小さいはずである。光強度の測定をするときに、この背景強度の補正をしないこと。

注意: レーザー光は部分的に偏光しているが、どの方向を向いているかは分からない。強度の読みが十分できる程度の偏光を得るためには、(+) 軸あるいは (-) 軸をもつ偏光器を垂直方向にして、他の光学機器がない状況で最大の透過光強度を得るようにする。

強度測定

課題 2.2 角度目盛りの設定

雲母が取り付けられている円筒は角度を測るための目盛りがついている。最小間隔（すなわち、隣り合う目盛り線の間）に対応する角度を書け (0.25 点)。

(近似的に) θ の零点と雲母の軸の位置を求めること

解析を進めるためには、角度の零点（すなわち強度がゼロとなる角度）を近似的に求めることが重要である。まず、雲母の一つの軸を特定することを勧める。これを軸 1 と呼ぶことにしよう。この角度の位置が円筒上の目盛りと一致することはまずない。よって、雲母円筒の目盛り線のうちもっとも近い目盛り線を暫定的な角度の原点とすることにする。その原点からの角度を $\bar{\theta}$ と表すことにする。以下では、もっと正確な θ の零点を求めることが要求される。

課題 2.3 I_p と I_o の測定

あなたが必要と思う数だけの角度 $\bar{\theta}$ に対して、強度 I_p と I_o を測定せよ。測定結果を表 I に報告せよ。雲母を取り付けた円筒について、同じ設定で、すなわち固定した角度 $\bar{\theta}$ について、強度 I_p および I_o を測定せよ (3.0 点)。

課題 2.4 θ の近似的な零点を求めること

軸 1 の位置が角度 θ の零点を決める。上に述べたように、軸 1 が雲母を取り付けた目盛り線と一致することはまずない。角度の零点を求めるには、グラフで調べるか数値で調べるかのいずれかの方法をとる。極大点あるいは極小点の近傍では、次のように関係式は二次曲線で近似できる。

$$I(\bar{\theta}) \approx a\bar{\theta}^2 + b\bar{\theta} + c$$

極大点あるいは極小点は以下で与えられる。

$$\bar{\theta}_m = -\frac{b}{2a}.$$

上記の選択をすると、課題 2.3 の表 I に与えられている全ての数値にずれ $\delta\bar{\theta}$ を生じる。そうすると、数値は近似的な零点からの角度 $\theta = \bar{\theta} + \delta\bar{\theta}$ として表される。ずれの角度 $\delta\bar{\theta}$ の値を書け (1.0 点)。

データ解析.

課題 2.5 適当な変数の選択

位相差 $\Delta\phi$ を見つける解析をするための $\bar{I}_p(\theta)$ あるいは $\bar{I}_o(\theta)$ を選び、用いる変数を明記せよ (0.5 点)。

課題 2.6 データ解析と位相差

- 課題 2.5 で定めた変数を用いて、 $\Delta\phi$ を見出すために表 II を完成せよ。角 θ に対して補正された値を用いよ。表 II に誤差を含めよ。グラフ用紙にそれらの変数をプロットせよ (1.0 点)。

- 位相差 $\Delta\phi$ を求めるのに必要な解析をせよ。誤差を含む結果を記せ。解析に使われる表式を書け。あなたが得た結果をグラフ用紙にプロットせよ。**(1.75 点)**。
- 位相差 $\Delta\phi$ を、誤差を含めてラジアンで計算せよ。区間 $[0, \pi]$ で位相差の値を求めよ**(0.5 点)**。

課題 2.7 複屈折率 $|n_1 - n_2|$ の計算

位相差 $\Delta\phi$ に $2N\pi$ (N は整数) を加えても、あるいは、位相の符号を変えても強度の値は変化しない。しかし、複屈折率の値 $|n_1 - n_2|$ は変化するであろう。こうして、課題 2.6 で求めた $\Delta\phi$ の値を用いて複屈折率の値を正しく計算するには、以下のことを考えなければならない。

$$L < 82 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \text{ならば} \quad \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2|$$

あるいは、

$$L > 82 \times 10^{-6} \text{ m} \quad \text{ならば} \quad 2\pi - \Delta\phi = \frac{2\pi L}{\lambda} |n_1 - n_2|$$

ここで、雲母平板の厚さ L の値は、それを取り付けてある円筒に書かれている。この数値は、マイクロメートル (1 マイクロメートル $= 1 \times 10^{-6} \text{ m}$) を単位としている。 $1 \times 10^{-6} \text{ m}$ を L に対する誤差とせよ。レーザー光の波長については、問題 1 で求めた値、あるいは、 $620 \times 10^{-9} \text{ m}$ と $750 \times 10^{-9} \text{ m}$ の間の平均値 (可視光の赤色の波長) を用いよ。 L と λ の値および複屈折率 $|n_1 - n_2|$ を誤差を含めて書け。また、誤差を計算するのに用いた公式を記せ **(1.0 点)**。