

1 3体問題とレーザー干渉宇宙アンテナ (LISA)

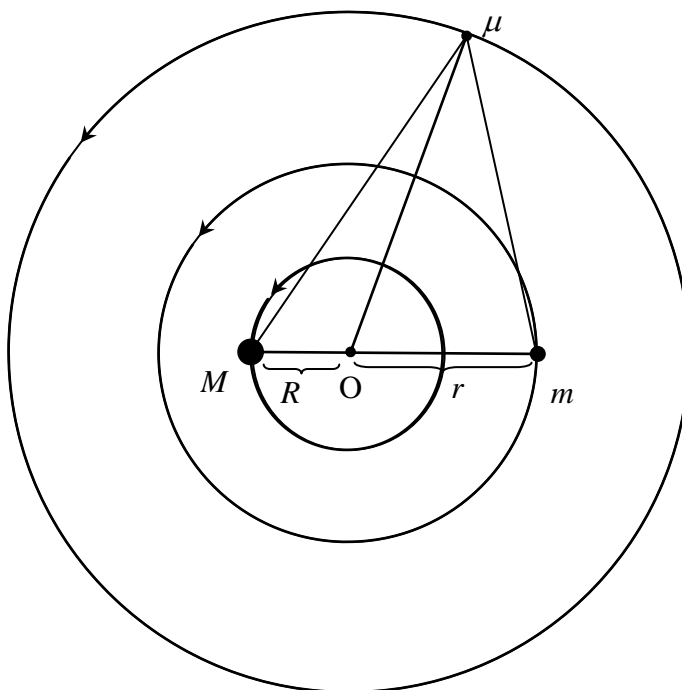


図1 3体の同一平面内における軌道

- 1.1 質量 M , m の2つの質点が、その重心を中心として、それぞれ半径 R , r の円軌道上を運動している。 M と m を結ぶ線分の角速度 ω_0 を R , r , M , m および万有引力定数 G を用いて表せ。

[1.5点]

- 1.2 微小質量 μ の3つ目の質点が、図1のように設置された。この μ は M , m の両方に対して相対的に静止し、前問で用いた重心のまわりで円軌道を描き、軌道は M , m の描く軌道と同一平面内にある。ただし、 μ は M と m の同一直線上にはないとする。次の値を、 R と r を用いて表せ。

[3.5点]

- 1.2.1 μ から M までの距離
 1.2.2 μ から m までの距離
 1.2.3 μ から重心までの距離

- 1.3 $M = m$ の場合を考える。今、 μ に対し動径方向に（直線 $O\mu$ に沿って）微小変化が生じたとする。 μ が元の軌道を中心として動径方向に振動する角振動数はいくらか。 ω_0 を用いて表せ。ただし、 μ の角運動量は保存すると仮定する。
[3.2点]

レーザー干渉宇宙アンテナ（LISA）は、低振動数重力波を検出するための3台の同じ宇宙船の一団である。図2と図3に示すように、各宇宙船は正三角形の3つの頂点にある。三角形の一辺の長さは、約 5.0×10^6 km である。LISA の一団は、太陽のまわりを回る地球の軌道上をほぼ 20° 遅れて地球を追いかけている。LISA の各宇宙船の個々の軌道は、太陽のまわりにわずかに傾いている。3つの宇宙船は1年をかけて共通の中心（3台の宇宙船の重心）のまわりを回転している。

3つの宇宙船は、互いの中でレーザー光を連続的に発すると同時に受信している。それらの船は干渉を用いて、辺の長さ（宇宙船同士の距離）のわずかな変化を測定することにより重力波を検出する。例えば、近くにある銀河内のブラックホールのような大きな質量をもつ物体同士の衝突が、重力波の発生源である。

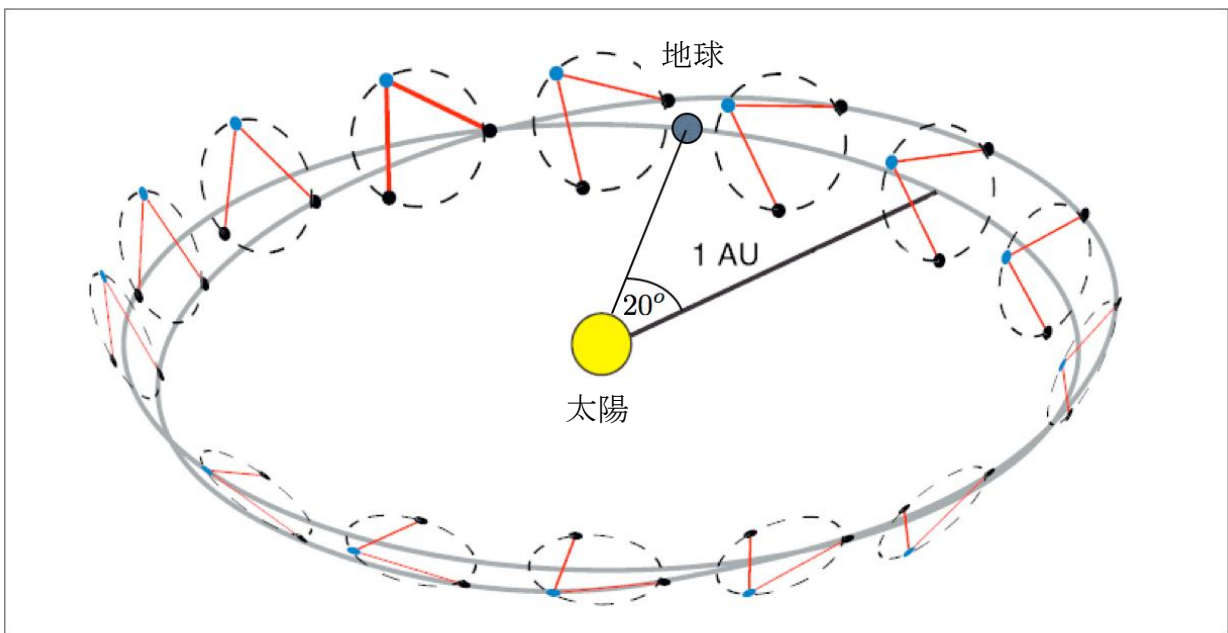


図2 レーザー干渉宇宙アンテナ（LISA）の軌道の概念図。3台の宇宙船は1年をかけて共通の中心（3台の宇宙船の重心）のまわりを回転している。最初は、3台の宇宙船は太陽のまわりの中心角で地球より 20° 遅れて追いかけている。（D.A. Shaddock 著「レーザー干渉宇宙アンテナ（LISA）総覧」*Publications of the Astronomical Society of Australia*, 2009年, 26巻, ページ128-132から）

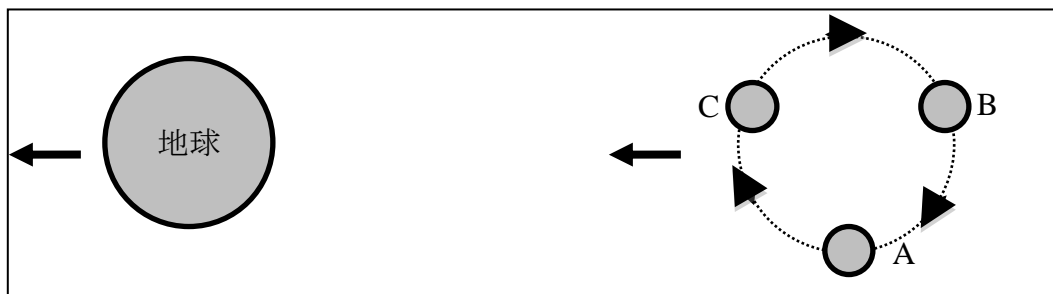


図3 太陽から見た地球を追いかける3台の宇宙船の拡大図。A, BおよびCは正三角形の頂点に位置する3台の宇宙船を示している。

- 1.4 3台の宇宙船を含む平面で、他の宇宙船に対するある宇宙船の相対速度の大きさはいくらか。 **[1.8点]**