

プレチャレンジ問題 (2013 月 2 月分) の解答と解説

問1 それぞれの選択肢を検討してみる。

① 国際宇宙ステーションは地上から $h=400\text{ km}$ の上空を飛行し、スペースシャトルは $h=190\sim 960\text{ km}$ の上空を飛行する。一方、地球の半径は $R=6380\text{ km}$ である。一方、 1 kg の物体が高度 h で感じる重力

$F(h)$ は $F(h) = G \frac{M}{(R+h)^2}$ となるので(ここで M は地球の質量、 G は万有引力定数)、同じ物体が地上 ($h=0$)

で受ける重力 $F(0)$ との比は、宇宙ステーションの場合、 $\frac{F(h)}{F(0)} = \frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{6380^2}{(6380+400)^2} = 0.89$ となり、

重力の大きさは地上よりわずかに 11% だけ小さいことになる。これは $R \gg h$ なので当然。よって、①は×。宇宙ステーションやスペースシャトルは地上からはるか遠くにあるが、地球の半径に比べれば、地表近辺を飛行していると言っていいのである。

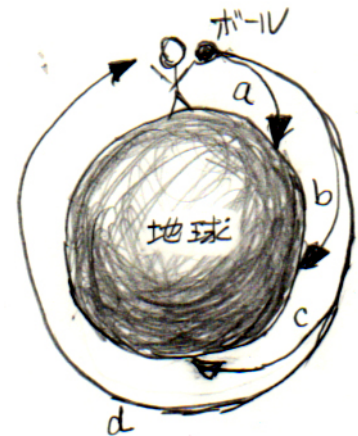
② 空気があると気圧を発生するが、気圧によって物体にはたらく力は、四方八方から空気分子に押されるので合力はゼロとなり、重力のように下向きの力を作り出すことはない。よって、空気の有無には関係ない。よって②も×。

③ 国際宇宙ステーションは $v = 7.7\text{ km/sec}$ のスピードで飛び、約 90 分で地球を 1 周する。つまり、円運動をしているので、遠心力と向心力 (= 重力) が釣りあっている。よって、③も×。実際に計算して

みると、このときの円運動で宇宙ステーション内の 1 kg 物体にかかる遠心力 F は $F = \frac{v^2}{R+h} = 8.7\text{ N}$

である。一方、その物体にはたらく重力は、①で求めた比 0.89 を使って、 $9.8 \times 0.89 = 8.7\text{ N}$ となり、両者は等しい。

④ 右図の軌跡 a ように、ボールを水平に投げ出すと、ボールは重力に従って落下運動をする。これは「重力にしたがって加速度運動をしている」状況である。投げ出す速度を大きくしていくと、軌跡は b, c となり、十分速い速度で投げ出すと、ついには軌跡 d となって地球を一周する。宇宙ステーションはまさにこの状態である。つまり、重力によって落下運動をしているが、速度が速いために地球を周回している、ということになる。よって④は○。



⑤ 宇宙ステーションは、地球を周回している間、ロケットエンジンを噴射する必要はない。上述のように、重力にしたがって加速度運動 (つまり円運動) をしているので、⑤は×。ロケットエンジンの噴射は、軌道を変えたり、軌道から外す場合にだけする。

【調べてみよう】 宇宙ステーションやスペースシャトル以外でも無重量状態になる状況を作り出すことができる。どのような方法があるのか、調べてみよう。

問2 それぞれの選択肢を検討してみる。

① 宇宙ステーションの中では、無重量状態になっているので、人間の体や物がふわふわと浮いている映像をテレビで見たことがあるだろう。あの映像から想像できるように、体重計に乗っても体重は測れないので、①は×。

② 天秤の場合も、右側のおもりと左のおもりにはたらく重力の釣り合いを利用するので、無重量状態でははたらかない。よって②も×。

④ 振り子の周期 T は $T = 2\pi\sqrt{\ell/g}$ と書け（ここで ℓ は振り子の長さ、 g は重力加速度）、重りの質量には関係しないので、この方法では体重を測れない。よって④も×。無重量状態では重りによる張力が生じないので、そもそも振り子は触れない。

⑤ 人間の体の回転について考えるには、フィギアスケートのスピンを想像してみるといい。回転のスピードは、スケーターが手を広げると遅くなり、手をすばめて体に密着させると回転が速くなる。よって、回転のスピードは体重だけでなく体の姿勢でも違ってしまいうので体重を測ることはできない。したがって⑤も×。

③ 一方、バネの振動の周期 T は $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ と書ける（ここで m は重りの質量、 k はバネ定数）。バネの振動はバネの「復元力」（伸びたときには縮もうとする力、縮んだときには伸びようとする力）だけで起こるので、無重力状態でも地上と同じように振動する。よって、バネを使って、振動の周期を測れば上の式から宇宙飛行士は自分の体重（質量 m ）を測定することができる。よって③は○。

国際宇宙ステーションに長期滞在した若田宇宙飛行士は、右の新聞記事によると、「縮めたバネで押し返される時の勢い（加速度）で体重を量る」とあるので、バネ振動の周期を測るわけではないようだ。ニュートンの方程式 $f = ma$ （質量 m の物体にはたらく力 f によって加速度 a が生じる）から、バネ定数が既知ならば、バネの縮みによって力 f がわかり、そのバネの反発によって生じる加速度 a を測定すればバネにつながった物体（若田さん）の質量 m を求めることができる。カーナビにも使われている簡便な加速度計があるので、多分、若田さんは加速度計を身につけて測定したものと思われる。

ちなみに、バネ振動の周期を測定するにせよ加速度を測定するにせよ、ここで求められる質量は「慣性質量」と呼ばれるものである。これは、物体に力を加えたとき、その物体の「動きにくさ」を表す。無重量状態でも「重い」ものを動かすには強い力が必要で疲れると若田さんは言っていた。一方、体重計で測る体重、つまり万有引力の方程式に出てくる質量は「重力質量」と呼ばれる。これが無重量状態でゼロになる。

アインシュタインは、慣性質量と重力質量は一致するという仮定（等価原理）をおいて相対性理論を作った。この仮定が間違っているという例はまだ発見されていない。よって、無重量状態では慣性質量を測定することになる。

【調べてみよう】 重力質量と慣性質量の等価性を高い精度で示したエトヴェシュ（エトベス）の実験を調べてみよう。なぜ慣性質量と重力質量が同じ値をとるのかという理由は、現在でも判っていない。

宇宙での体重測定法 若田さん



バネの反動で体重測定をする若田さん（NASA提供）

国際宇宙ステーション（ISS）に滞在中の若田光一さん（45）が宇宙で体重を測定している写真を、米航空宇宙局（NASA）が公開した。

ISSでは、重力がないため通常の体重計は役に立たないので、バネを利用。縮めたバネで押し返される時の勢い（加速度）で体重を量る。健康管理も宇宙飛行士の重要な仕事のひとつで、月1回の体重測定が義務づけられている。

若田さんは「プロゲ」に2か月で4kg程度減った」と書き込んでいた。日々滴腹感を覚えるくらい食べてますが、無重力環境で代謝機能が落ちるためでしょうか？分析している。カレーなど28種類の宇宙日本食を持ち込んだ若田さんは、おいしい食事はストレス解消に役立つと話している。

朝日新聞 2009年5月21日朝刊

誤差の範囲で実験的に同じ値だから、等価原理を仮定しているにすぎない。

問3

- ① 赤道に近いほうが天気が安定しているとは限らないので、×。
- ② 赤道に近いほうが暖かくて燃料が凍らないが、日本のような温帯地域でも問題ない。そもそも燃料は液体酸素や液体水素、液化天然ガスなど、低温の液体が用いられるので、寒冷地でも凍ることはない。
- ③ 宇宙ステーションの速度は約 7.7 km/s である。一方、地球の自転による赤道での速度 v は、地球の半径 $R=6380 \text{ km}$ 、角速度 $\omega=2\pi/24 \text{ hr}=7.3\times 10^{-5} \text{ rad/s}$ なので、 $v=R\omega=0.46 \text{ km/s}$ となる。よって、赤道上で地表に接する方向に東向きにロケットを打ち出したとして $0.46/7.7\approx 6\%$ 程度、ロケット燃料を節約できる。
- ④ 地球の自転による赤道付近での遠心力は、 1 kg の物体あたり、 $F=R\omega^2=0.034 \text{ N}$ なので、そこでの重力加速度は 0.034 m/s^2 だけ減少している。これはロケットを打ち上げる場合、極地方に比べて $0.034/9.8=0.35\%$ の燃料の節約になる。
- よって、③と④を比較すると、③の方が1桁程度大きな節約になるので、正解は③。

人工衛星や宇宙ステーションなどの打ち上げロケットは、③の理由で、地球の自転の速度を利用するために、必ず東向きに打ち上げされる。西向きに打ち上げると、逆に燃料を損してしまう。

④の効果によって、実は、赤道で測った体重は南極で測った体重より 0.35% 程度軽い。しかし、その違いは非常に僅かなので日常生活で気づくことはない。

この問題は、上述のような数値（宇宙ステーションの速度や地球の半径など）を知らないと解けない問題なのか、と思われるかもしれない。また、上述のような計算をしていては、解答時間が足りなくなるので、直感で答えるしかない。④の効果は極めて小さいことは直感的にわかると思う。また、地球の自転による赤道付近の地表のスピードは $0.46 \text{ km/s}=\text{時速約 } 1,700 \text{ km}$ であり、ジェット機の2倍程度の猛スピードだということは知っていて欲しい。なので、③を選んでくれることを期待して出題している。このような猛スピードで回転していても振り飛ばされないのは重力が十分強いからである。ちなみに、太陽周りの地球の公転による速度も計算してみよう。

【調べてみよう】 ときどきニュースで「人工衛星を静止軌道に投入することに成功した」と聴く。静止衛星、静止軌道とは何か、静止衛星の高さは？ 調べて計算してみよう。