

プレチャレンジ 4月問題 解答と解説 (2013年)

一見、簡単な問題のようですが、正答率が低い問題でした。よく考えてみて下さい。

問1 <エネルギー保存則はいつでも成り立つわけではない！>

まずは、間違った解答を示します。

誤答

多くの人がエネルギーのことを思いつくでしょう。

初め 物体の持っている位置のエネルギーが

$$E_i = 0.2mg$$

衝突後、質量 m の物体が一緒になったので、質量は $2m$ となり、 h (m) まで上がるとすると、位置エネルギーは、

$$E_f = h(2m)g$$

これらが等しいとして解くと、

$$0.2mg = h(2m)g$$

より、 $h=0.1$ となり、10cmという解答が多くみられました。

しかし、これは間違いです。2つの物体が衝突することで、エネルギー保存則は成り立たなくなっているのです。

正答

初め 物体の持っている位置のエネルギーが

$$E_i = 0.2mg$$

ここまでは、誤答の時とおなじです。

次に衝突して、一緒になったということで、衝突時の跳ね返り係数（反発係数）が0であることがわかります。

衝突前の物体の速度（速さ）を v_i 衝突後の物体の速度（速さ）を v_f とすると、

衝突前の物体の速度（速さ）を v_i については、エネルギー保存則より

$$E_i = 0.2mg = \frac{1}{2}mv_i^2$$

$$v_i^2 = 0.4g$$

運動量の保存則から、

$$mv_i = 2mv_f$$

従って、衝突後の速度（速さ）は

$$v_f = \frac{1}{2}v_i$$

となり、衝突後の運動エネルギーは、

$$E_f = \frac{1}{2}(2m)v_f^2 = mv_f^2 = m\left(\frac{1}{2}v_i\right)^2 = m\frac{1}{4}v_i^2 = m\frac{1}{4}0.4g = 0.1mg$$

これが、2つの物体が一緒になった位置エネルギーと等しくなるとして解くと

$$E_f = 0.1mg = 2mgh$$

$$h = 0.05$$

よって、 $h=5\text{cm}$ が正解となります。

問2 <物理ではある程度予想することも必要?>

これは、「アトウッドの器械」とよばれている器械です。この問題をきちんと解くには、滑車の左右で運動方程式をたてて解いていきます。

左右それぞれに運動方程式をたてる

左辺のおもりの質量を m_a

右辺のおもりの質量を m_b

加速度を α 糸の張力を T とすると

$$m_a \alpha = T - m_a g$$

$$m_b \alpha = m_b g - T$$

これを連立させて解くと

$$\alpha = \frac{m_b - m_a}{m_a + m_b} g \quad T = \frac{2m_a m_b}{m_a + m_b} g$$

が得られる。

ばねばかりに加わる力は $2T$ となる。

(1600g)

しかし、物理第1チャレンジの問題数を考えると、正攻法で解いていくと時間がなくなる場合があります。この問題を少し、正攻法でなく、予想をたてて見ましょう。

0. まず、左右に 600g ずつぶら下げてつり合っている際は、1,200g を示していました。これに、さらに おもりをつりさげるので 1,200g より大きな値を示すことが予想されます。
1. 題意では、さらに 600g のおもりをつり下げています。もし、つりあっていたら、1,800g を示すこととなります。
2. 極端なことを考えます。1,800g のおもりをどちらか一方だけにつりさげるとどうなるでしょうか。ばねばかりは、1,800g より小さな値をしめすことが予想されます。
3. したがって、ばねばかりの示す値は、1,200g 以上 1,800g 以下ということも予想できます。
4. そうすると、選択肢の中で該当するのは、1,600g だけであり、これがまさしく、正答です。