

らせん構造による回折

(配点: 10)

導入

ロザリンド・フランクリンの研究室で撮影された DNA の X 線回折画像 (図 1) は“Photo 51”として知られ、ワトソンとクリックによる 1952 年の二重らせん構造発見の基礎となった。可視光を用いるこの実験課題では、らせん構造による回折パターンを理解しよう。

実験目的

光の回折を用いて、らせん構造の幾何学パラメータを決定する。

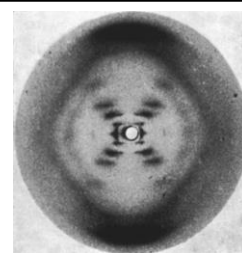


図 1: Photo 51

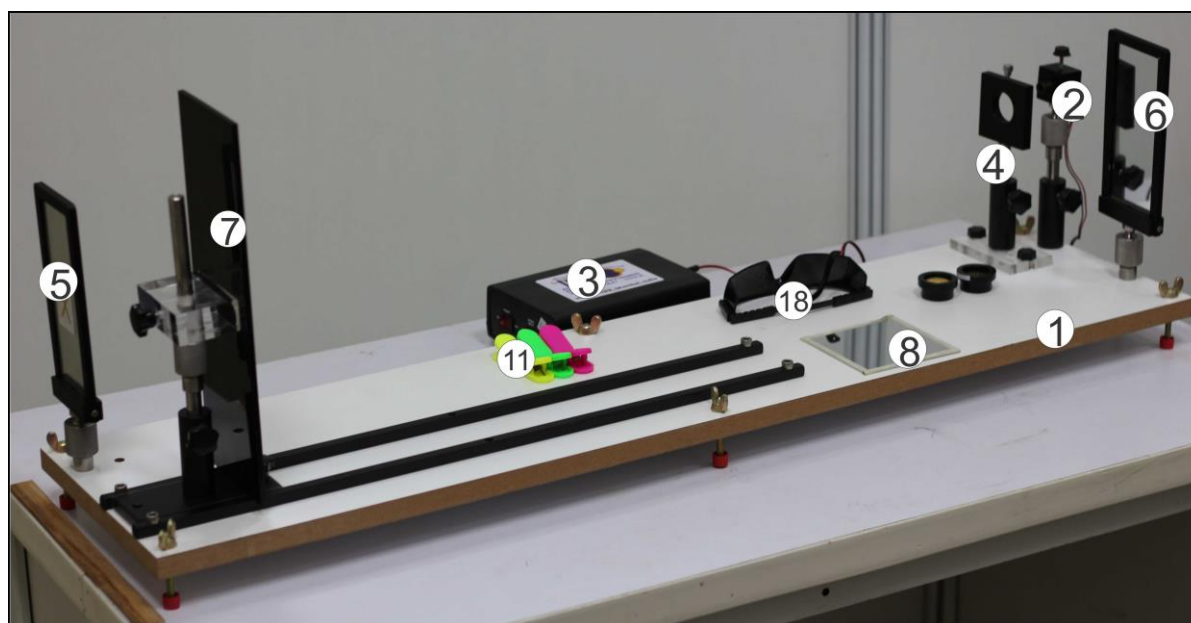


図 2: 実験 E-I で使用する実験器具

実験器具リスト

[1]	木製の台	[11]	プラスチック製クリップ
[2]	レーザー光源と支持具	[12]	黒い円形シール
[3]	レーザー光源用の直流安定化電源	[13]	シャープペンシル
[4]	試料ホルダーと支持具	[14]	デジタルノギス (固定具付き)
[5]	左側の反射板 (片側の表面が鏡)	[15]	プラスチック定規 (30 cm)
[6]	右側の反射板 (片側の表面が鏡)	[16]	巻き尺 (1.5 m)
[7]	スクリーン (10 cm x 30 cm) と固定器具	[17]	回折パターン記録シート
[8]	平面鏡 (10 cm x 10 cm)	[18]	レーザー保護めがね
[9]	試料 I (つるまきバネ)	[19]	懐中電灯
[10]	試料 II (二重らせん状パターンプリントされたガラス板)		

注: 器具 [1], [3], [14], [15], [16], [18] は実験 E-II でも使用する。

器具の説明

木製の台 [1]: 木製の台には、ガイドレール、レーザー、反射板、スクリーン、試料の固定器具がしっかりと固定されている。

レーザー光源と固定器具 [2]: 金属製固定器具にとりつけられたレーザー光源（波長 $\lambda = 635 \text{ nm}$ ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$)) が、ボールジョイント(図3の[20])を介して基盤に固定されている。ボールジョイントで位置の微調整 (X-Y-Z方向) が可能である。レーザー光源上部の固定ネジをゆるめるとレーザー光源が手で回転できる。回折パターンが見つらい時は、レーザー光の焦点を調整すると鮮明なパターンが得られる。先端のレンズキャップを回すとレーザー光の焦点が調整できる(図3の赤い矢印)。

直流安定化電源 [3]: 前面パネルには強度の切替スイッチ (high/low)、レーザー光源のコネクターをつなぐためのソケット、3つのUSBポートがある。背面パネルには、電源スイッチと電源ケーブル用ソケットがある(図4の挿入写真)。

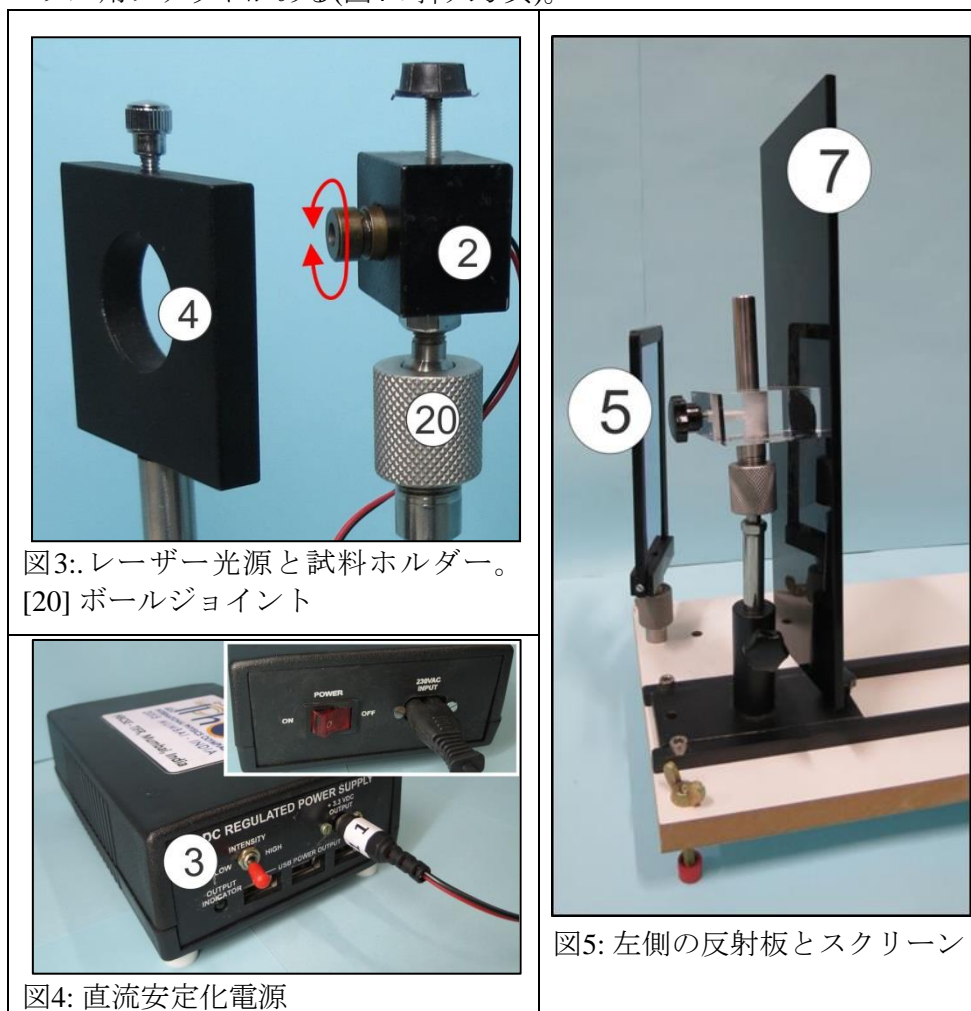


図3: レーザー光源と試料ホルダー。
 [20] ボールジョイント

図5: 左側の反射板とスクリーン



図4: 直流安定化電源

試料ホルダーと固定器具、基盤 [4]: 試料は上部のネジを用いて固定する(図3)。試料ホルダーは水平・垂直2方向に位置の調整ができる。また、垂直軸と水平軸まわりに回転できる。

左側の反射板 [5]: 木製の台に固定されている(図5)。Xの書かれた面は使わないこと。

右側の反射板 [6]: 木製の台に固定されている (実験E-IIでは取り外す)。Xの書かれた面は使わないこと。

スクリーンと固定器具 [7]: スクリーンはボールジョイントと基盤に取り付けられており、向きの調整が可能である(図5)。スクリーンは図2や図6のように固定して使える。

試料 I [9]: つるまきバネが白いアクリル板に固定され、円形の固定器具に取り付けられている。

試料 II [10]: 二重らせん状のパターンが表面にプリントされたガラス板。円形の固定器具に取り付けられている。

デジタルノギス [14]: デジタルノギスは固定器具に取り付けられている(固定器具は実験E-IIで使用する)。デジタルノギスにはOn/Offスイッチ、表示を0に戻すリセットスイッチ、単位(mm/inch)を選択するスイッチ(mmから変更しないこと)、固定ネジ、図2で右側の刃を動かすためのノブが付いている。

回折パターン記録シート [17]: 回折パターン記録シートは半分に折り、プラスチック製クリップを用いてスクリーンに取り付けること。回折パターンは、枠の内側に書き写すこと。

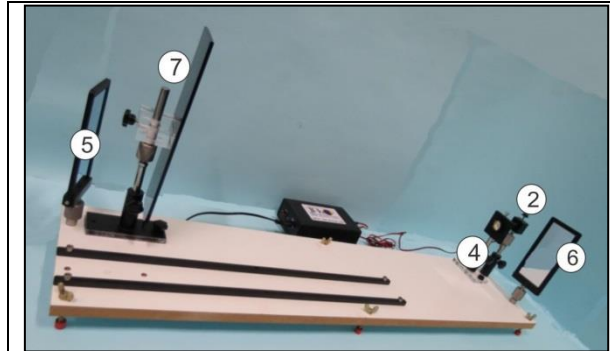


図6: スクリーンの位置の例。スクリーンは図2と異なる位置に固定されている。必要に応じて適切な位置に設置すること。

理論

細い円柱(直径 a の針金)の回折像を考えよう。レーザー光(波長 λ)を円柱に垂直な方向から当てると、入射方向に垂直な遠方のスクリーン上には、円柱と入射光の両方に垂直な方向に伸びた回折パターンが現れる(図7)。

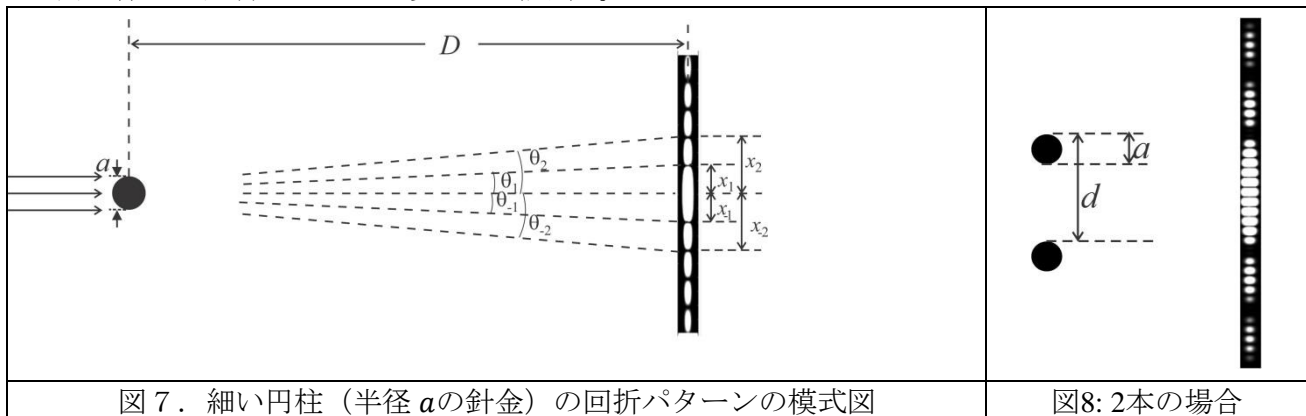


図7. 細い円柱(半径 a の針金)の回折パターンの模式図

図8: 2本の場合

回折光と入射光のなす角 θ の関数としてスクリーン上の光の強度分布は次式で与えられる。

$$I(\theta) = I(0) \left[\frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \quad \text{ただし } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

パターンの中心には明点が現れるが、その他の $\sin \beta$ ($\beta \neq 0$) がゼロとなる角度ではレーザー光強度がゼロでスクリーン上の暗点となる。 n 番目の暗点が現れる角度 θ_n は、

$$\sin \theta_n = \pm n \frac{\lambda}{a} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$$

で与えられる。ここで、 \pm は中心の明点($\theta = 0$)を挟んで対称な位置に現れる暗点を表す。

次に、距離 d だけ離れた2本の平行な円柱による回折パターン(図8)を考えよう。それぞれの円柱は上で説明したような回折パターンを生じる。今度は円柱が2本あるので、一方の円柱の回折パターンに対して、2本目の円柱からの回折光の影響(干渉)を考えることになる。計算によれば、光の強度分布は次式で与えられる。

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \delta \left[\frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \quad \text{ただし } \delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

距離 D 離れた遠方のスクリーンに現れる暗点の位置は $x_{\pm n} = \pm n \frac{\lambda D}{a}$ 、2つ目の円柱のせいで生じる暗点の位置は $x_{\pm m} = \pm \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$ で表される(ただし $m, n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$)。4本の円柱(図9)による回折も同様にして議論できる。この場合、回折パターンは、個々の円柱による回折パターンと2本の円柱どうしの可能な組み合わせに対して生じる光の干渉パターンを合成したものになる。つまり回折パターンは a, d, s によって決まる。言い換えれば、3つの異なる回折パターンが重なって観測される。

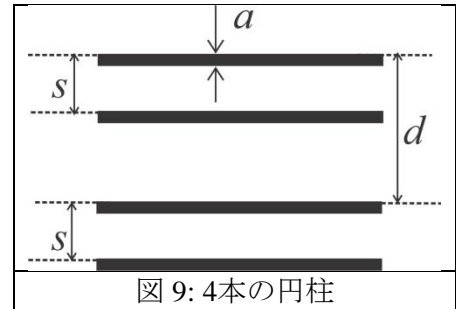


図 9: 4本の円柱

初期設定

1. レーザーの電源を入れ、スクリーンにレーザー光が当たるよう2枚の反射板を調節する。
2. レーザーの光軸が木製の台と平行になるように、プラスチック定規を用いてレーザーの支持具と反射板を調節する。
3. スクリーンの中央付近にレーザースポットが来るようにせよ。
4. レーザーの電源を切る。回折パターン記録シートをスクリーンに留める。
5. 平面鏡をプラスチック製クリップでスクリーンに取り付け、レーザーを再点灯する。
6. 平面鏡で反射したレーザー光が同じ経路をたどってレーザーまで戻ってくるようにスクリーンの位置を調節する。光軸合わせが終了したら5で取り付けた平面鏡は取り除く。
7. ブースのライトは適宜、点灯・消灯してよい。

実験問題

Part A: つるまきバネの幾何学パラメーターの決定

試料Iは、均一な太さ a_1 の線材でできたつるまきバネ(半径 R 、ピッチ P)である。(図. 10(a)) 試料Iを横から見ると図10(b)のように見える(一定間隔 d_1 で並んだ平行線の組が2つあって、それらが互いに角度 $2\alpha_1$ をなすように配置されている)。

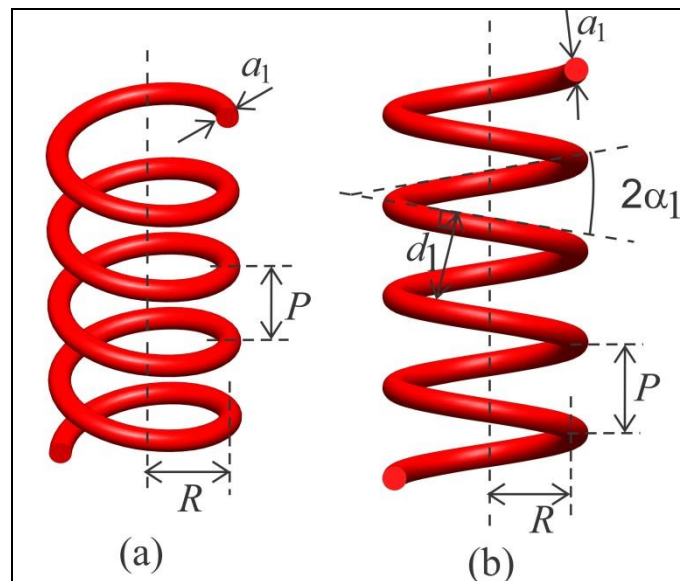


図10:(a) 1重らせん構造の外観 (b) 横から見た時の見え方

- 試料Iを試料ホルダーに取り付ける。バネの軸が鉛直向きにあることを確認する。
- 回折パターン記録シート上にX形のはっきりした干渉パターンが得られるようにする。
- このため以下を検討せよ。
 - レーザーの焦点 (レンズキャップを回す)
 - レーザーの向き (バネのちょうど2巻き分にレーザーが当たるようレーザー本体を回転させる)
 - レーザーの強度 (電源のhigh/lowスイッチを適宜、切り換え)
 - 背景光 (ブースのライトを適宜、点灯・消灯)

もし中央の明点が明るすぎる場合は、黒い円形シールを回折パターン記録シートに貼って周りへの散乱を防ぐとよい。

Tasks	Description	Marks
A1	中央の輝点の両側に並んだ暗点 (強度が最小の位置) を回折パターン記録シート上に記録せよ(鉛筆[13]を用いよ)。これらをもとに a_1, d_1 を決定せよ。回折パターン記録シートは区別が付くように P-1, P-2, ... と数字を記入すること。	0.7
A2	デジタルノギスを用いて、 a_1 を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 A1 の欄を埋めよ	0.5
A3	適切なグラフを描き (「グラフ A1」と記す)、直線の傾きから a_1 を決定せよ。	0.7
A4	d_1 を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 A2 の欄を埋めよ	0.8
A5	適切なグラフを描き (「グラフ A2」と記す)、直線の傾きから d_1 を決定せよ。	0.6
A6	X形のパターンにもとづいて角度 α_1 を決定せよ。	0.2
A7	P を d_1, α_1 で表せ。また P を計算せよ。	0.2
A8	R を P, α_1 で表せ。また R を計算せよ。 $(a_1$ は無視せよ)	0.2

Part B: 2重らせん構造の幾何学的パラメーターの決定

図11(a) に2重らせん構造が2周期分描かれている。図11(b) はこれを横から見た図 (軸に垂直な方向の2次元投影) である。2種類のらせんは、同じ太さ a_2 と角度 $2\alpha_2$ を持ち、軸方向に距離 s だけ離れている。各々のらせんは1周期ごとに距離 d_2 だけ離れる。試料IIのガラス板には2重らせん構造を模したパターンがプリントされている(図 12)。その干渉パターンは2重らせん構造と似ている。ここでは試料IIの幾何学パラメーターを決定してもらおう。

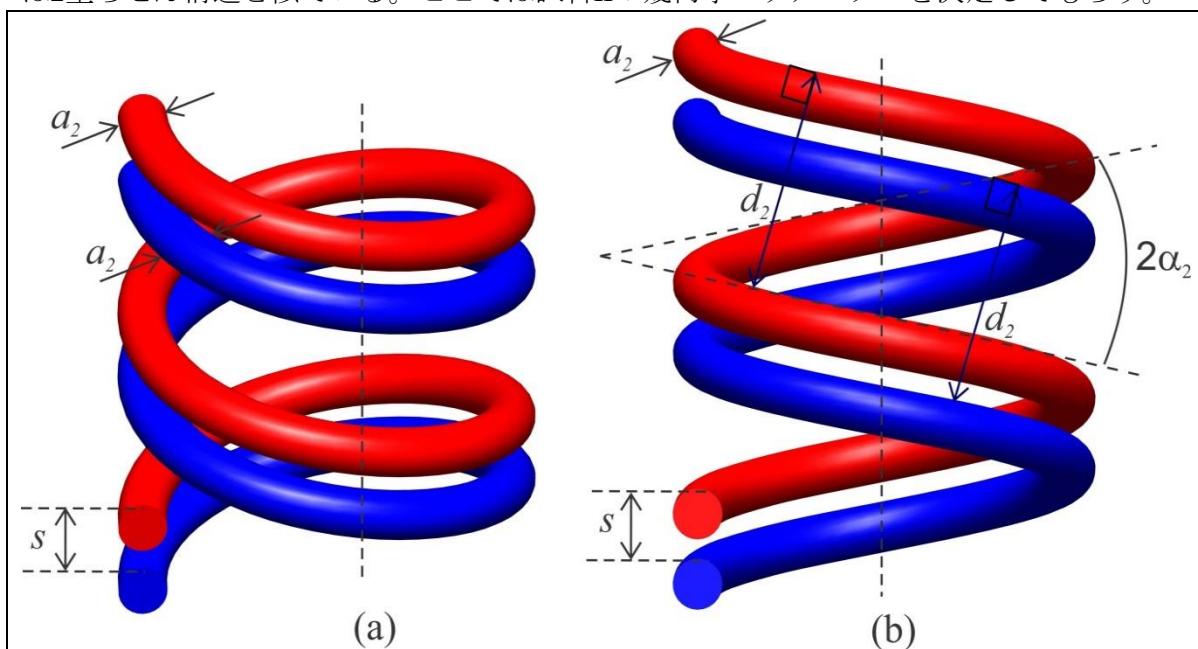


図11: (a) 2重らせん構造 (b) 横から見た場合 (軸に垂直)

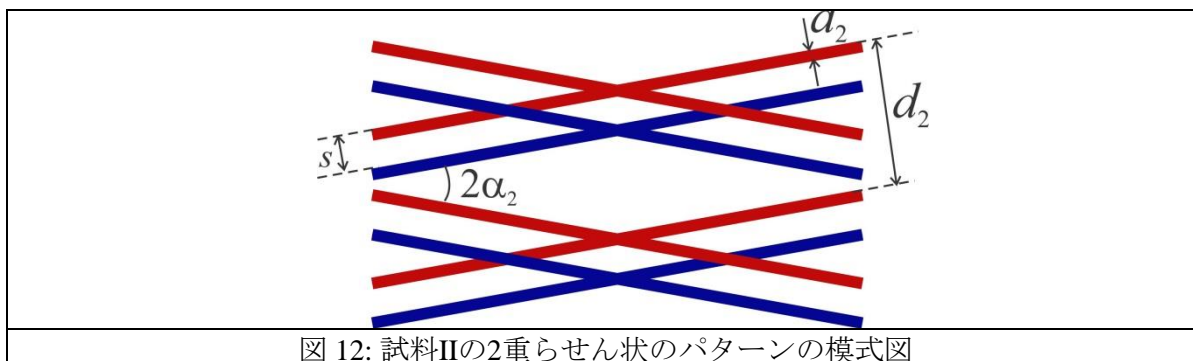


図 12: 試料IIの2重らせん状のパターンの模式図

- 試料 II を試料ホルダーに載せる。
- 新しいパターン記録シートをスクリーンに取り付ける。
- スクリーン (シート) 上にX形のはっきりした干渉パターンが得られるようにせよ。

Tasks	Description	Marks
B1	中央の輝点の両側に並んだ暗点 (強度が最小の位置) を回折パターン記録シート上に記録せよ。これらをもとに a_2, s, d_2 を決定せよ。回折パターン記録シートは複数使って良い。	1.1
B2	a_2 を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 B1 の欄を埋めよ。	0.5
B3	適切なグラフを描き (「グラフ B1」と記す)、直線の傾きから a_2 を決定せよ。	0.5
B4	s を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 B2 の欄を埋めよ。	1.2
B5	適切なグラフを描き (「グラフ B2」と記す)、直線の傾きから s を決定せよ。	0.5
B6	d_2 を決定できるような測定 (距離) を行い、表 B3 の欄を埋めよ。	1.6
B7	適切なグラフを描き (「グラフ B3」と記す)、直線の傾きから d_2 を決定せよ。	0.5
B8	X形のパターンから角度 a_2 を決定せよ。	0.2