

解答

(1)と(2)は、光の粒子性に関する問題です。上の光電効果の実験などから、光は粒子の性質を持つことがわかっています。その粒子のエネルギー E は、光の波長（色）により決まっています、波長を λ とすると、

$$E = h \frac{c}{\lambda}$$

と書くことができます。 c は光の速度、 h はプランク定数と呼ばれ、 6.626×10^{-34} Js となっています。 ですので、波長 420 nm（青）の光のエネルギーは、

$$6.6 \times 10^{-34} \frac{3.0 \times 10^8}{420 \times 10^{-9}} = 4.7 \times 10^{-19} \text{ J}$$

となります。単位 eV は、一個の電子が 1V の電位差で得るエネルギーですので、このエネルギーを単位 eV で表すには電子の電荷 $e = 1.6 \times 10^{-19}$ C で割ればよく、

$$\frac{4.7 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 2.9 \text{ eV} \quad (1)$$

となります。同様の計算を、波長 260 nm（紫外線）の光について行くと、

$$6.6 \times 10^{-34} \frac{3.0 \times 10^8}{260 \times 10^{-9}} / 1.6 \times 10^{-19} = \frac{7.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 4.8 \text{ eV} \quad (2)$$

となります。つまり、亜鉛表面から電子が飛び出すエネルギー 4.5 eV より大きな光のエネルギーを持つ波長 260nm の紫外線を当てたときのみ、電子が飛び出てきます。

ところで、この光のエネルギーを使って、植物は光合成を行い、光エネルギーを化学エネルギーに変換しています。その反応は複雑で、光の強度などで反応が変わったりしますので、条件により変わりますが、おおざっぱに見積ると 8 個の光子から、3 分子の ATP と 2 分子の NADPH が合成されます。1 モル、つまりアボガドロ数個の ATP の合成には 29kJ、NADPH の合成には 217kJ が必要ですので、アボガドロ数は 6.0×10^{23} とすると、

$$\frac{3 \times 29 \times 10^3 + 2 \times 217 \times 10^3}{6.0 \times 10^{23}} = \frac{521 \times 10^3}{6.0 \times 10^{23}} = 8.7 \times 10^{-19} \text{ J}$$

が作られる化学エネルギーになります。一方、上で示したように青色の光のエネルギーは 4.7×10^{-19} J なので、それが 8 個必要とすると、その効率は、

$$\frac{8.7 \times 10^{-19}}{8 \times 4.7 \times 10^{-19}} = 0.23 = 23\%$$

となります。エネルギーの小さい赤色の光で考えると、もう少し効率はよくなりますが、先月の問題での太陽電池での変換効率と比較すると、この素反応の効率が既にあまり高いことがわかれると思います。つまり、光合成を用いた光エネルギーの利用は、あまり効率的ではありません。

さて、つぎに(3)で物質波について考えます。微小な世界では、上記のように、光のような電磁波も粒子性を持つ一方、電子なども波動の性質を持ちます。これを物質波と呼んでいます。問題にあるように、電子を 100V で加速すると、その運動エネルギーは 100 eV なので、

$$100 \times 1.6 \times 10^{-19} = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$$

となります。運動エネルギーは $\frac{1}{2}mv^2$ ですので、

$$\lambda = \frac{h}{mv} = h / \sqrt{2m \frac{1}{2}mv^2} = \frac{h}{\sqrt{2 \times 9.1 \times 10^{-31} \times 1.6 \times 10^{-17}}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{\sqrt{2.9 \times 10^{-47}}} = \frac{6.6 \times 10^{-34}}{5.4 \times 10^{-24}} = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m} \quad (3)$$

となります。つまり、 $0.12\text{nm}=1.2\text{\AA}$ となり、原子の大きさに近い波長です。この短い波長を利用した分解能が良い顕微鏡が考えられ、実際、現在では電子顕微鏡により原子の直接観察が可能となっています。

ところで、このときに電子の速度を計算してみましょう。上の式から、

$$\frac{1}{2}mv^2 = 1.6 \times 10^{-17} \text{ J}$$

なので、速度 v は、

$$v = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-17}}{m}} = \sqrt{\frac{3.2 \times 10^{-17}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 5.9 \times 10^6 \text{ m/s}$$

となります。これは光速の2%くらいです。電子の速度が光速に近づくと相対論的な補正が必要になりますが、ここでは、まだ違いは大きくありません。また、2014年のノーベル化学賞は、従来から来る分解能の制約を超えた「超高解像度蛍光顕微鏡の開発」に与えられましたので、分解能という考え方にも注意が必要になってきています。超解像度顕微鏡に興味がある人はSTEDやSIM、PALMで検索してみてください。