

大型ハドロン衝突型加速器 (10 points)

問題に取り組む前に、別の封筒に入っている「全般的な注意」を読みなさい。

この問題では、CERN 研究所の粒子加速器 LHC (Large Hadron Collider : 大型ハドロン衝突型加速器) の物理について議論する。CERN 研究所は世界最大級の素粒子物理学の実験施設であり、基礎的な自然法則に対する知見を得ることが CERN の主要な目標である。LHC では、粒子のビームを高いエネルギーまで加速し、強い磁場によってリング状の加速器内を周回させて、時計回りと反時計回りのビームを互いに衝突させる。加速器内の陽子は、リングに沿って一様には分布しておらず、バンチとよばれる集団をいくつか形成して周回している。衝突によって生成した粒子は大きな粒子検出器によって観測される。LHC に関するパラメータは、表 1 にまとめられている。

LHC リング	
リングの周長	26659 m
一方向に周回しているビームに含まれる陽子の"バンチ"の数	2808
"バンチ"あたりに含まれる陽子の数	1.15×10^{11}
陽子ビーム	
陽子のエネルギー	7.00 TeV
衝突における重心系でのエネルギー	14.0 TeV

表 1 : LHC に関するパラメータの典型的な数値

素粒子物理学では、エネルギー、運動量、質量の単位として次のような単位を用いるのが便利である。まず、エネルギーは [eV] で表される。その定義から、1 eV は素電荷 e の粒子が 1V の電位差を通過する際に得るエネルギーに等しい ($1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}$)。また、運動量は eV/c という単位で、質量は eV/c^2 という単位で表される。ここで、 c は真空中の光速である。素粒子物理では、1 eV のエネルギーは非常に小さい量であり、MeV ($1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$)、GeV ($1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$)、TeV ($1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$) といった単位が用いられる。

Part A では、陽子や電子の加速について取り扱う。Part B では、CERN での衝突実験によって生じる粒子の種類の見分けについて議論する。

Part A. LHC 加速器 (6 points)

粒子の加速

電圧 V によって光速に近い速度まで加速された陽子を考えよう。ここで、放射や他の粒子との衝突によるエネルギー損失は無視する。

A.1 加速後の陽子の速度 v の正確な表式を、加速電圧 V および物理定数を用いて求めよ。 0.7pt

CERN では今後の実験として、LHC によって加速された陽子とエネルギーが 60.0 GeV の電子を衝突させることが計画されている。

- A.2** 質量の小さい粒子が高エネルギーに加速された場合、その粒子の速度 v の光速との相対的なずれ $\Delta = (c - v)/c$ は非常に小さい。電子について、1次近似での Δ の表式を、加速電圧 V と物理定数を用いて求めよ。また、60.0 GeV のエネルギーでの Δ の値を計算せよ。 0.8pt

LHC を周回する陽子について再び考えよう。LHC のリングは円形とする。

- A.3** 陽子ビームを円軌道に保つために必要な一様な磁束密度 B を、陽子のエネルギー E 、リングの周長 L 、基礎物理定数と数字のみで表せ。近似による効果が有効数字の最後の桁に比べて小さければ、適宜近似を用いてよい。陽子のエネルギーが $E = 7.00$ TeV の場合に、磁束密度 B を計算せよ。陽子同士の相互作用は無視してよい。 1.0pt

放射パワー

加速度を持つ荷電粒子は、エネルギーを電磁波として放射する。荷電粒子が一定の角速度で円運動している時の放射パワー P_{rad} は、加速度 a 、電荷 q 、光速 c 、真空の誘電率 ϵ_0 のみに依存する。

- A.4** 次元解析を用いることで、放射パワー P_{rad} の表式を求めよ。 1.0pt

放射パワーの実際の表式には、 $1/(6\pi)$ という因数と相対論的な取り扱いから出てくる因数 γ^4 が追加で掛かる。ここで、 $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$ である。

- A.5** LHC を回るすべての陽子について、放射パワーの合計 P_{tot} を計算せよ。陽子1つのエネルギーは $E = 7.00$ TeV とする (表 1)。適切な近似を用いてもよい。 1.0pt

線形加速器

CERN では、静止した陽子は電位差 $V = 500$ MV を持つ長さ $d = 30.0$ m の線形加速器によって加速される。この区間での電場は一様であると仮定する。線形加速器は図 1 に示されているように、2 枚の電極からなる。

- A.6** 陽子がこの電場を通過するのにかかる時間 T を決定せよ。 1.5pt

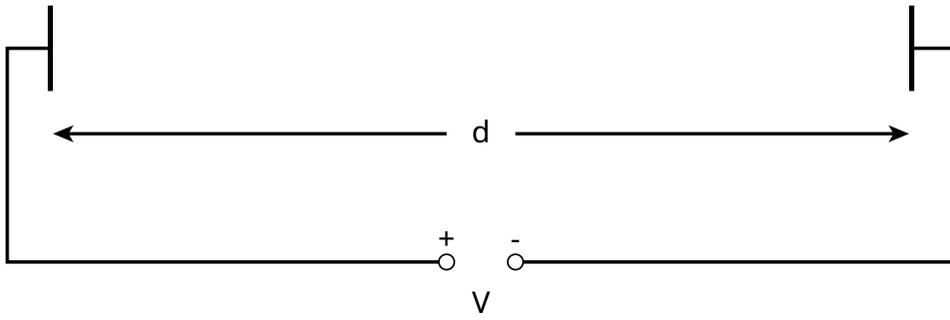


図 1 : 加速ユニットのスケッチ

Part B. 粒子の識別 (4 points)

飛行時間:

衝突における相互作用の過程を理解するためには、衝突によって生じた高エネルギー粒子の種類を識別することが重要である。そのための単純な方法は、運動量の分かっている粒子がある距離 l を通過するのにかかる時間 t を飛行時間検出器を用いて測定することである。このような検出器によって特定される典型的な粒子とそれらの質量を表 2 に示す。

粒子	質量 [MeV/c ²]
重陽子	1876
陽子	938
荷電 K 中間子	494
荷電 π 中間子	140
電子	0.511

表 2: 粒子の種類と質量

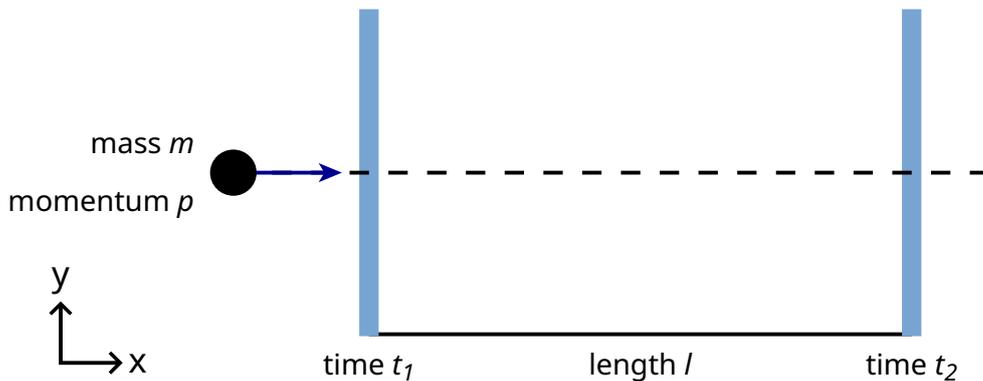
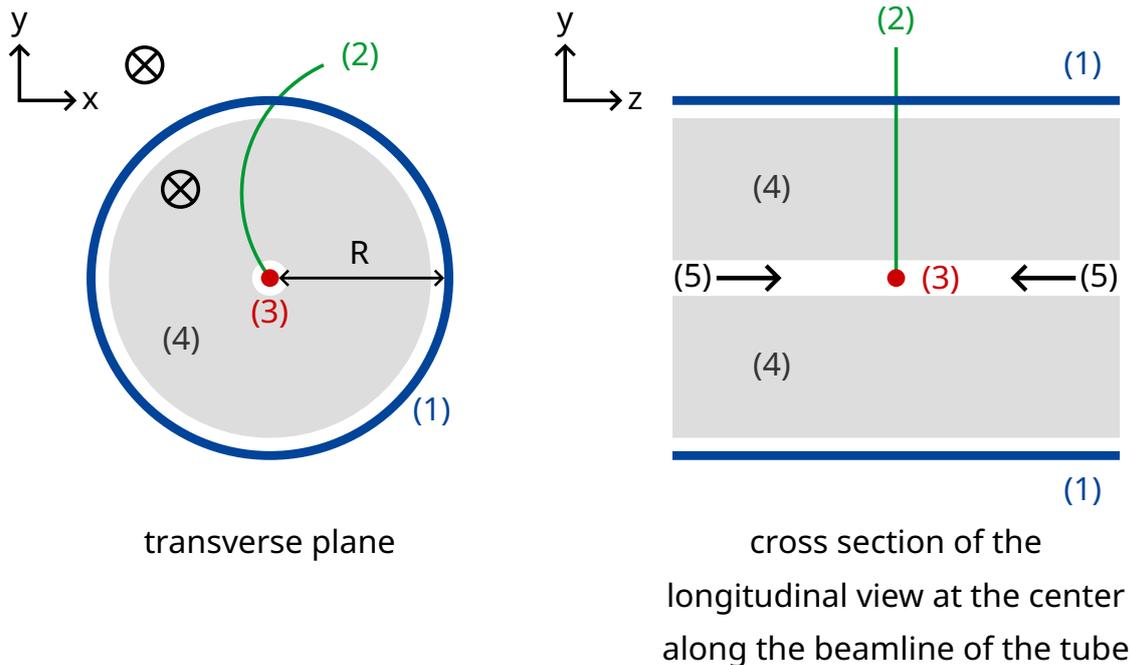


図 2: 飛行時間検出器の概略図 (図中の語の訳: mass= 質量、momentum= 運動量、time= 時刻、length= 長さ)

- B.1** 粒子の質量 m を、運動量 p 、飛行距離 l 、飛行時間 t を用いて表せ。ただし、粒子は素電荷 e を持ち、光速 c に近い速さを持つとする。また、飛跡は直線状で、2つの飛行時間検出器の面を垂直に通過するとする (図 2 を見ること)。 0.8pt

B.2 運動量がともに $1.00 \text{ GeV}/c$ の荷電 π 中間子と荷電 K 中間子を十分良く識別するために最低限必要となる飛行時間検出器の長さ l を計算せよ。十分良い識別のためには、飛行時間の差が検出器の時間分解能の3倍以上であることが必要である。飛行時間検出器の典型的な時間分解能は 150 ps ($1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$) である。 0.7pt

LHCにおいて生成された粒子は、飛跡検出器と飛行時間検出器の2段階からなる検出器群によって識別される。このセットアップの断面図を、陽子ビームに垂直な向きと平行な向きについて図3に示す。両方の検出器は、衝突点を囲む円筒状の形状で、ビームはその中心を通る。飛跡検出器は、内部の磁場中を通過する荷電粒子の飛跡を測定する。ここで、磁場は陽子ビームと平行な向きにかけられている。測定された飛跡の半径 r から、ビーム軸に垂直な方向の運動量 p_T を求めることができる。また、粒子の衝突時刻は既知であるため、衝突時刻を起点とした飛行時間の測定のためには、飛行時間検出器は1層あれば十分である。この飛行時間検出器は、飛跡検出器のすぐ外側に設置されている。この問題では、陽子ビームの衝突によって生成された粒子は、全て陽子ビームに垂直な面内を運動し、陽子ビームに平行な方向の運動量は0であると仮定する。



- (1) - 飛行時間検出器
- (2) - 粒子の飛跡
- (3) - 衝突点
- (4) - 飛跡検出器
- (5) - 陽子ビーム
- ⊗ - 磁場

図3：飛跡検出器と飛行時間検出器を用いた粒子識別のための実験セットアップ。2つの検出器は、中心の衝突点を囲む円筒状の形である。左図：ビームラインに垂直な断面図。右図：ビームラインを通りビームラインに平行な断面図。生成された粒子は、ビームラインに垂直な面内を運動している。

B.3 粒子の質量を、磁束密度 B 、飛行時間検出器の円筒の半径 R 、物理定数、測定量 1.7pt
(飛跡の半径 r と飛行時間 t) を用いて表せ。

我々は粒子を 4 つ検出した。そこで、それぞれの粒子の種類を同定したい。飛跡検出器内の磁束密度は $B = 0.500 \text{ T}$ である。また、飛行時間検出器の円筒の半径 R は 3.70 m である。測定結果は、以下にまとめられている。ここで、 $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$ である。

粒子	飛跡の半径 r [m]	飛行時間 t [ns]
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.31	25

B.4 これらの粒子の質量を計算することによって、粒子の種類をそれぞれ同定せよ。 0.8pt