

## ヴィーデマン-フランツの法則 解答

### Part A: 銅、アルミニウム、及び真鍮の電気伝導度(1.5points)

#### A.1(1.0points)

磁石が落ちる時間は次のようになる:

| 番号 | 銅[s]  | アルミニウム[s] | 真鍮[s] |
|----|-------|-----------|-------|
| 1  | 17.77 | 9.23      | 6.10  |
| 2  | 17.96 | 9.39      | 5.83  |
| 3  | 18.16 | 9.22      | 6.04  |
| 4  | 18.15 | 9.37      | 5.86  |
| 5  | 17.76 | 9.36      | 6.16  |
| 6  | 18.20 | 9.44      | 5.92  |
| 7  | 17.67 | 9.65      | 5.90  |
| 8  | 17.90 | 9.18      | 6.08  |
| 9  | 17.67 | 9.41      | 5.86  |
| 10 | 18.36 | 8.96      | 5.99  |
|    |       |           |       |
| 平均 | 17.96 | 9.32      | 5.97  |

#### A.2 (0.5points)

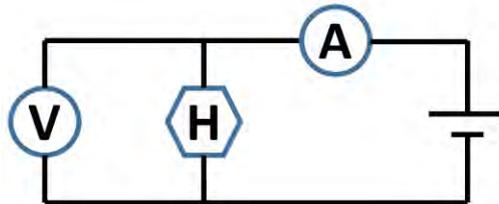
|                                     | 銅                  | アルミニウム             | 真鍮                 |
|-------------------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 電気伝導度 $\sigma [1/(\Omega \cdot m)]$ | $5.97 \times 10^7$ | $2.98 \times 10^7$ | $1.60 \times 10^7$ |

## Part B: 銅の熱伝導度(3.0points)

B.1(0.1points)

Rod#1の温度は;22.76[°C]

B.2(0.5points)



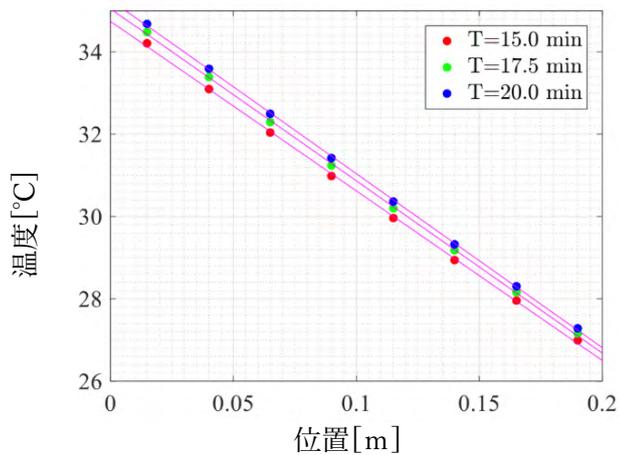
B.3(0.1points)

$$P=I \cdot V=5.51[\text{W}]$$

B.4(0.5points)

| 時間[s] | $T_1$ [°C] | $T_2$ [°C] | $T_3$ [°C] | $T_4$ [°C] | $T_5$ [°C] | $T_6$ [°C] | $T_7$ [°C] | $T_8$ [°C] |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 900   | 26.98      | 27.96      | 28.95      | 29.96      | 30.98      | 32.03      | 33.10      | 34.20      |
| 1050  | 27.16      | 28.16      | 29.17      | 30.20      | 31.24      | 32.30      | 33.58      | 34.48      |
| 1200  | 27.29      | 28.30      | 29.33      | 30.37      | 31.42      | 32.49      | 33.58      | 34.68      |

B.5(1.0points)



B.6(0.5points)

$$\kappa_0 = -\frac{P}{A \cdot (\Delta T / \Delta x)} = -\frac{5.51[\text{W}]}{\pi \times (10^{-2}[\text{m}]) \times (-41.8[\text{J}/\text{K}])}$$

B.7(0.3points)

高い( $\kappa_0 > \kappa_{\text{Cu}}$ )得られた $\kappa_0$ が真の熱伝導度 $\kappa_{\text{Cu}}$ よりも大きくなる理由は二つある:

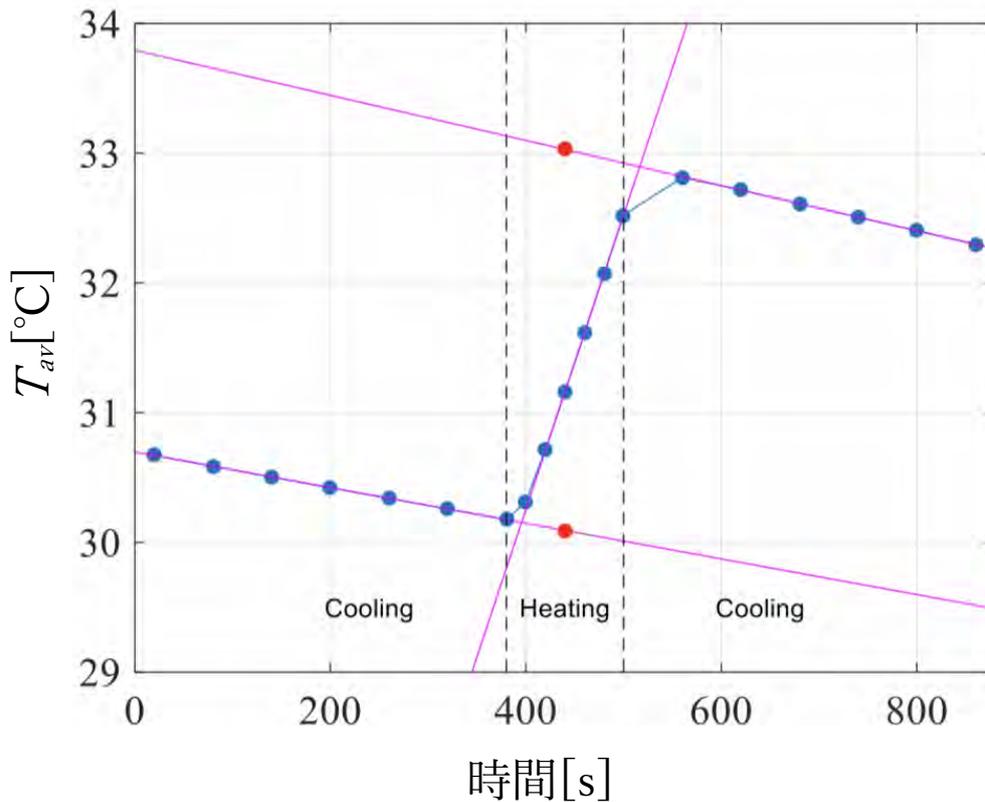
1. 供給された熱量の一部がロッドの側面を通して失われてしまう。したがって、温度センサー間を伝わる熱量は本来の値よりも小さくなる。
2. この系は定常状態ではないので( $\Delta T / \Delta t \neq 0$ )、ヒーターが供給する電力から、それに対応する電力を差し引かなければならない。

## Part C:銅の熱損失と熱容量の見積もり(4.0points)

C.1(1.0points)

| 時間[s] | $T_1$ [°C] | $T_2$ [°C] | $T_3$ [°C] | $T_4$ [°C] | $T_5$ [°C] | $T_6$ [°C] | $T_7$ [°C] | $T_8$ [°C] | $T_{av}$ [°C] |
|-------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|
| 20    |            |            |            | 30.67      | 30.67      |            |            |            | 30.67         |
| 80    |            |            |            | 30.59      | 30.59      |            |            |            | 30.59         |
| 140   |            |            |            | 30.50      | 30.50      |            |            |            | 30.50         |
| 200   |            |            |            | 30.42      | 30.42      |            |            |            | 30.42         |
| 260   |            |            |            | 30.34      | 30.34      |            |            |            | 30.34         |
| 320   |            |            |            | 30.26      | 30.26      |            |            |            | 30.26         |
| 380   |            |            |            | 30.18      | 30.18      |            |            |            | 30.18         |
| 400   |            |            |            | 30.38      | 30.25      |            |            |            | 30.31         |
| 420   |            |            |            | 30.87      | 30.56      |            |            |            | 30.72         |
| 440   |            |            |            | 31.37      | 30.96      |            |            |            | 31.16         |
| 460   |            |            |            | 31.85      | 31.38      |            |            |            | 31.61         |
| 480   |            |            |            | 32.32      | 31.82      |            |            |            | 32.07         |
| 500   |            |            |            | 32.78      | 32.26      |            |            |            | 32.52         |
| 560   |            |            |            | 32.88      | 32.75      |            |            |            | 32.81         |
| 620   |            |            |            | 32.73      | 32.70      |            |            |            | 32.71         |
| 680   |            |            |            | 32.61      | 32.61      |            |            |            | 32.61         |
| 740   |            |            |            | 32.51      | 32.51      |            |            |            | 32.51         |
| 800   |            |            |            | 32.40      | 32.40      |            |            |            | 32.40         |
| 860   |            |            |            | 32.30      | 32.30      |            |            |            | 32.30         |

## C.2(1.0point)



## C.3(1.0points)

このパートの目的は、Part Bで求めた熱伝導度を一次の項まで補正することであるので、解の精度は10%まで許容される。

## 解1(グラフの2つの傾きを使う方法)

$$P_{loss} = c_p \cdot m \cdot \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling}$$

$$P_{in} = c_p \cdot m \cdot \left( \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Heating} - \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling} \right)$$

ここで  $\left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling}$  は、二つの冷却グラフの傾きの平均である。

$$c_p \cdot m = \frac{5.5[W]}{(2.27 \times 10^{-2}[K/s] + 1.6 \times 10^{-3}[K/s])} = 226[J/K]$$

$$\Rightarrow c_p = 390[J/(kg \cdot K)]$$

この値は正確な値よりも1%ずれている。

$$P_{loss} = 226[J/K] \times 1.4 \times 10^{-3}[K/s] = 0.32[W]$$

## 解2(グラフのジャンプを使う方法)

$$P_{loss} = c_p \cdot m \cdot \left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling}$$

$$P_{in} \cdot \Delta t = c_p \cdot m \cdot \Delta T$$

ここで  $\left. \frac{\partial T_{av}}{\partial t} \right|_{Cooling}$  は、二つの冷却グラフの

傾きの平均であり、 $\Delta T$ は温度のジャンプ幅であり、それは、加熱時間のちょうど半分のところにある二つの赤い点の温度差で求められる。

$$c_p \cdot m = \frac{P_{in} \cdot \Delta t}{\Delta T} = \frac{5.5[W] \times 120[s]}{2.94[K]} = 224[J/K]$$

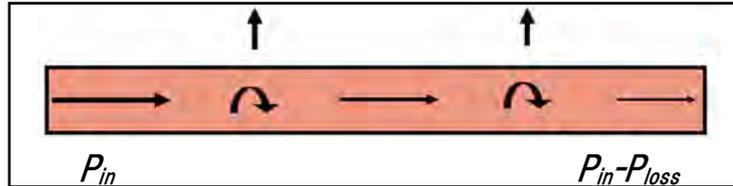
$$c_p = 386[J/K]$$

この値は正確な値である。

$$P_{loss} = 224[J/K] \times 1.4 \times 10^{-3}[K/s] = 0.31[W]$$

## C.4(1.0points)

温度勾配は局所的な熱流に比例する。



一次の近似では、温度勾配の平均は熱流の平均に比例する。したがって、温度勾配は、

$P_{in} - \frac{1}{2}P_{loss}$  に比例し、 $\kappa$  の表式は、

$$\kappa = \frac{P_{in} - \frac{1}{2}P_{absorb} - \frac{1}{2}P_{loss}}{A \cdot (\Delta T / \Delta x)} = \frac{P_{in} - \frac{1}{2}c_p \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{1}{2}\dot{Q}_{loss}}{A \cdot (\Delta T / \Delta x)} = \kappa_0 \frac{P_{in} - \frac{1}{2}c_p \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{1}{2}\dot{Q}_{loss}}{P}$$

であり、数値は、

$$\kappa = 420[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})] \times \frac{5.51[\text{W}] - \frac{1}{2} \times 226[\text{J}/\text{K}] \times 1.4 \times 10^{-3}[\text{K}/\text{s}] - \frac{1}{2} \times 0.32[\text{W}]}{5.51[\text{W}]} = 396[\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$$

ここで予想値の385[W/(m·K)]と比較すると、誤差は2%である。ここでは1%の系統誤差が見込まれる。

## Part D:真鍮とアルミニウムの熱伝導度(1.0points)

## D.1(0.1points)

$$T = 22.65[^\circ\text{C}]$$

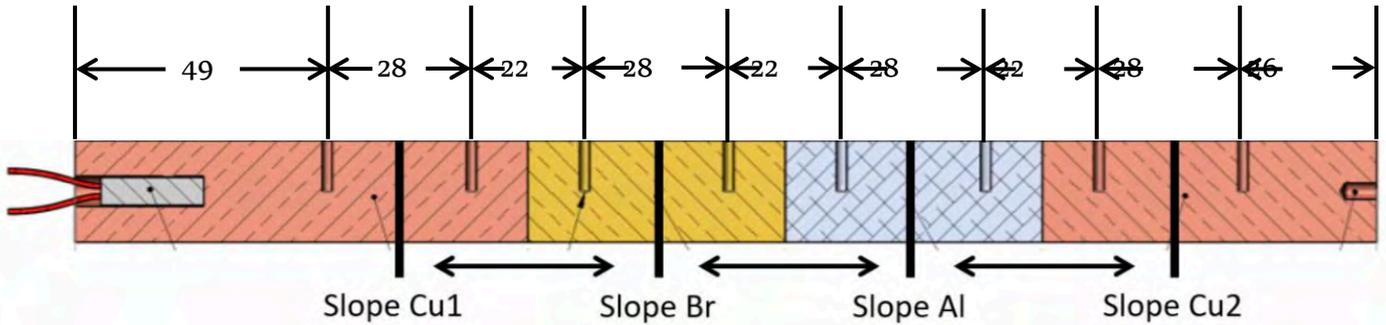
## D.2(0.2points)

測定時間は:1041[s]

| $T_1[^\circ\text{C}]$ | $T_2[^\circ\text{C}]$ | $T_3[^\circ\text{C}]$ | $T_4[^\circ\text{C}]$ | $T_5[^\circ\text{C}]$ | $T_6[^\circ\text{C}]$ | $T_7[^\circ\text{C}]$ | $T_8[^\circ\text{C}]$ |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 41.68                 | 40.51                 | 38.51                 | 34.65                 | 32.47                 | 30.71                 | 29.63                 | 28.62                 |

| $\Delta T_{\text{Cu1}}/\Delta x[\text{K}/\text{m}]$ | $\Delta T_{\text{Br}}/\Delta x[\text{K}/\text{m}]$ | $\Delta T_{\text{Al}}/\Delta x[\text{K}/\text{m}]$ | $\Delta T_{\text{Cu2}}/\Delta x[\text{K}/\text{m}]$ |
|---|--|--|---|
| 41.79   | 137.86   | 62.86  | 36.07   |

### D.3(0.7points)



$$\kappa_{\text{Brass}} = \kappa_{\text{Copper}} \frac{\frac{2}{3} (\Delta T_{\text{Cu1}} / \Delta x) + \frac{1}{3} (\Delta T_{\text{Cu2}} / \Delta x)}{\Delta T_{\text{Br}} / \Delta x} = 115 [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$$

$$\kappa_{\text{Aluminium}} = \kappa_{\text{Copper}} \frac{\frac{1}{3} (\Delta T_{\text{Cu2}} / \Delta x) + \frac{2}{3} (\Delta T_{\text{Cu2}} / \Delta x)}{\Delta T_{\text{Cu2}} / \Delta x} = 239 [\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})]$$

### Part E: ヴィーデマン-フランツの法則(0.5points)

#### E.1(0.5points)

|   | 銅                     | アルミニウム                | 真鍮                    |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\sigma [ /(\Omega \cdot \text{m}) ]$<br>電気伝導度          | $5.97 \times 10^7$    | $2.98 \times 10^7$    | $1.60 \times 10^7$    |
| $\kappa [ \text{W}/(\text{K} \cdot \text{m}) ]$<br>熱伝導度 | 396                   | 239                   | 115                   |
| $L [ \text{W} \cdot \Omega / \text{K}^2 ]$<br>ローレンツ係数   | $2.21 \times 10^{-8}$ | $2.67 \times 10^{-8}$ | $2.40 \times 10^{-8}$ |