

第17回全国物理コンテスト 物理チャレンジ2021

第1チャレンジ 実験課題レポート

レポート表題

ブローの風力を用いた運動の第2法則の検証

第1チャレンジ番号 : 2138002

氏名 : 高石 叶唯

学校名または

学校のある

卒業校名 : 愛媛県立新居浜南高等学校

都道府県名 : 愛媛県

学年 : 高等学校3年生 (中等教育学校6年生、高等専門学校3年生)

実験をした

補足

主な場所 : 学校・施設など (公的な場所)

(その他の場合) :

共同実験者1 氏名

第1チャレンジ番号

村上涼紀

2138003

共同実験者2 氏名

第1チャレンジ番号

実験課題に取り組んだ感想

思った実験値が得られなかったりと大変なこともありましたが、実験を共同研究者と協力して最後までやりきることが出来ました。レポートも思うように書くのに苦労しましたが、何とか仕上げる事が出来ました。

方法を考え始めた時期

4月

実験を始めた時期

5月

実験に取り組んだ期間

約 20 日間

1 要約

力の大きさと加速度の関係を明らかにすること、質量と加速度の関係を明らかにすることを目的に実験を行った。まず、力の大きさと加速度の関係を測定するために加速度センサーと風受けを付けた力学台車の後方から風を当て実験を行った。次に、質量と加速度の関係を測定するために、風力を一定にして質量を変え、同様の実験を行った。どちらも動摩擦力の影響を受けることが分かった。そこで、摩擦の影響を消すために滑走路に傾斜をつけ、同様の実験を行った。その結果、力の大きさと加速度の関係に比例関係、質量と加速度の関係に反比例関係がみられた。さらに、実験で得られた質量が実際の質量より大きく出たことから車輪の慣性モーメントを測定した。また、空気抵抗力を加味した運動方程式の式変形を行った。その結果、力学台車の滑走実験結果から得られる質量値は車輪の回転エネルギーや空気抵抗の影響を受けることが分かった。

2 実験の目的

物体にはたらく力の大きさと加速度の関係を明らかにすること、物体の質量と加速度の関係を明らかにすることを目的とする。

3 実験手法

3.1 実験装置の検討

2つの物理量の関係を明らかにするためには、それ以外の条件を変化させない必要がある。具体的には、物体にはたらく力の大きさと加速度の関係を調べるためには、物体の質量を一定にする必要がある、物体の質量と加速度の関係を調べるためには、物体に加える力の大きさを一定にする必要がある。前者の制御は難しくないが、後者についてはその工夫が難しい。そこで、本実験では、文献1を参考に、図1のような風受け用の段ボールと加速度センサーを載せた力学台車に図2のブロワーから一定の風力を力学台車の走行中に与えることにした。ブロワーから台車に与える風力は図3のように電子天秤に風受け用段ボールを載せて測定した。

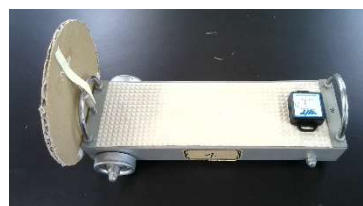


図1 加速度センサー
風受けを載せた
力学台車



図2 ブロワー



図3 風力測定の様子

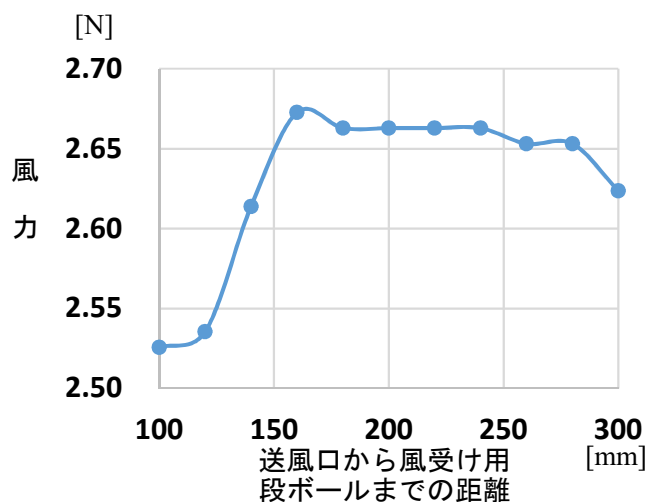


図4 風力と送風口から風受け用段ボールまでの距離の関係

図4より、送風口から風受け用段ボールまでの距離が200mm程度であれば、風力は一定であることが分かった。また、ブロワーの風量を変化させても送風口から風受け用段ボールまでの距離が200mm程度であれば、一定の風力を得られることを確認した。以上の理由から本装置を用いることにした。

3.2 準備物

力学台車、ブロー、電子天秤、おもり、滑走路、加速度センサー

1.0m のピアノ線に銅製円盤を取り付けたねじり振り子、ストップウォッチ



図5 風受けと電子天秤



図6 おもり



図7 滑走路

力学台車の滑走を滑らかにするために、木板の上にプラスチック板を貼り付けた。



図8 加速度センサー

Bluetooth機能により、測定値をリアルタイムにパソコンに送信できる。



図9 ねじり振り子

3.3 実験概要

3.3.1 実験1 力の大きさと加速度の関係の実験手順

- (1) 図1の台車の質量を電子天秤で量った。
- (2) 図5の装置の上からブロワーの風を垂直に送り、送風口と段ボールの距離を200mmにした状態で風力を量るとともに、その距離が200mm前後で動いても風力が大きく変化しないことを確認した。
- (3) 図10のように力学台車とブロワーの距離を200mmに保ちながら、滑走台上の力学台車を風力によって走行させ、加速度を加速度センサーによって測定した。ジュール熱による影響でブロワーの風力が大きく変化しないよう、(2)を行った直後に実験を手早く行うよう気を付けた。また、滑走開始時に十分な風力が風受け用段ボールに伝わるよう、図11のように滑走前にはブロワーの風を力学台車にあてながら、台車を押さえるようにした。また、同じ条件で加速度の測定をそれぞれ3回試行し、その平均値を測定値とした。
- (4) ブロワーの風量を変化させ、(2)、(3)を繰り返した。



図10 力学台車を走行させる様子



図11 走行させる前にブロワーの風を風受け用段ボールにあて、台車を手で抑える様子

手を離すと、十分な風力が加わった状態で走行が開始される。

3.3.2 実験2 質量と加速度の関係の実験手順

- (1) 図6のおもりの質量を電子天秤で量った。
- (2) 図12のように、力学台車の上におもりを載せ、実験1と同様の手順で、ブローアの風力によって、滑走路路上にて力学台車を走行させた。風力が、 2.53 N に保たれるよう、毎回、滑走前に電子天秤で風力を確認した。
- (3) 力学台車に載せるおもりの個数を変化させ、(2)の操作を繰り返した。なお、同じ条件で加速度の測定をそれぞれ3回試行し、その平均値を測定値とした。

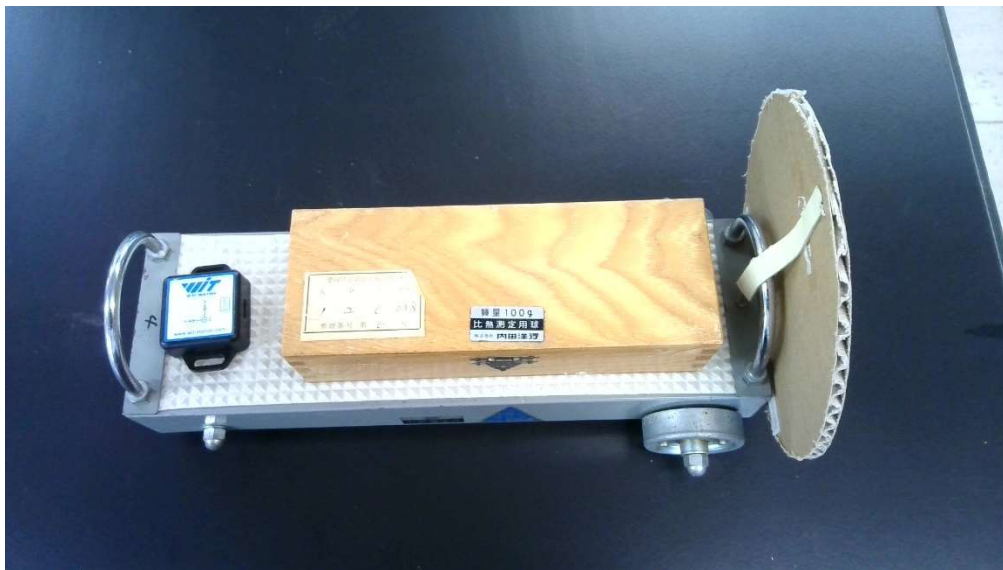


図12 おもりを載せた力学台車

3.3.3 実験3 斜面を利用した台車の滑走実験

3.3.3.1 測定理論

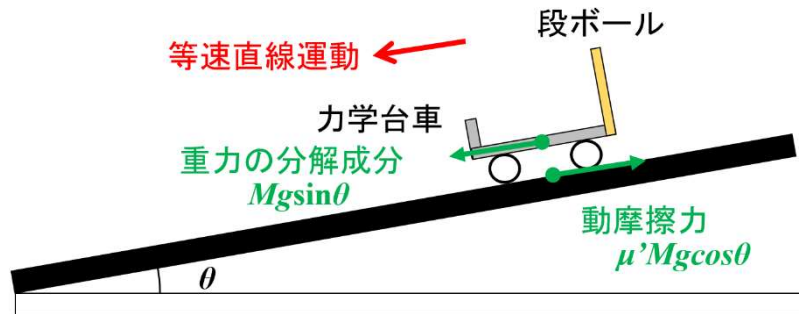


図 13 斜面上を等速直線運動する力学台車にはたらく力

通常、台車を進行させると、進行方向と反対向きに動摩擦力がはたらく。そこで、図 13 のように、進行方向に傾斜をつけると、重力の分解成分 $Mg\sin\theta$ がはたらくようになる。斜面下方向に力学台車が等速直線運動するとき、慣性の法則により、斜面に平行な方向に対して、力はつり合う。

よって、このとき

$$Mg\sin\theta - \mu' Mg\cos\theta = 0 \quad (i)$$

が成り立つ。

この条件で、実験 1 や実験 2 を行えば、台車にはたらく斜面下方向の力は、風力のみになると考えられる。

3.3.3.2 実験手順

- (1) 図 13 のように滑走路に傾斜をつけ、ブローなしで力学台車を滑走させた。
- (2) 傾角 θ を少しずつ変えていき、その度に力学台車を走行させた。その際の加速度を加速度センサーで計測し、加速度が 0 に最も近い角度を検討した。
- (3) (2) において等速直線運動をする角度で実験 1、実験 2 と同様の実験を行った。

3.3.4 実験4 力学台車の車輪における慣性モーメントの測定

3.3.4.1 測定理論

文献2を参考に力学台車の車輪における慣性モーメントの測定を行う。図9のように、細いピアノ線の下端に銅製円盤を接続し、長さ1.0 mとなるようにスタンドに固定したねじり振り子装置を作製し、円盤を回転振動させることを考える。

円盤の慣性モーメントを I_0 、ねじり角を θ 、比例定数を C とすると、振動中の円盤の運動方程式は次のようになる。

$$I_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} = -C\theta$$

よって、振動周期を T_0 とすると、次のような式が成り立つ。

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{C}} \quad (\text{ii})$$

次に、円盤の上に、力学台車の車輪を円盤の中心と車輪の中心を合わせて載せる。車輪の慣性モーメントを I 、このときの振動周期を T とすると

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_0 + I}{C}} \quad (\text{iii})$$

(ii)、(iii)式より、 C を消去して I について解くと、次のようになる。

$$I = \frac{T^2 - T_0^2}{T_0^2} \cdot I_0 \quad (\text{iv})$$

金属製円盤の質量を m 、円盤の半径を r_0 とすると、円盤の慣性モーメント I_0 は、次の式で表される。

$$I_0 = \frac{1}{2}mr_0^2 \quad (\text{v})$$

以上の関係を用いると、車輪の慣性モーメント I を求められる。

3.3.4.2 実験手順

- (1) 電子天秤を用いて、銅製円盤の質量 m を量った。
- (2) 定規により、銅製円盤の半径 r_0 、車輪の半径 r を測定した。
- (3) 銅製円盤ねじり振り子を振動させ、ストップウォッチにより50周期を測定した。その平均値を計算し、周期 T_0 を求めた。
- (4) 銅製円盤の上に車輪を載せて、(3)と同様の方法で周期 T を求めた。
- (5) 車輪を2個載せた場合、3個載せた場合も同様に周期 T を求めた。
- (6) ここまでの結果を(iv)式、(v)式に代入して、車輪を1個載せた場合～3個載せた場合の平均値をとることで車輪の慣性モーメント I を算出した。

4 実験結果

4.1 実験1の結果

力学台車+加速度センサー+段ボールの重力質量 $M = 1.05 \text{ kg}$

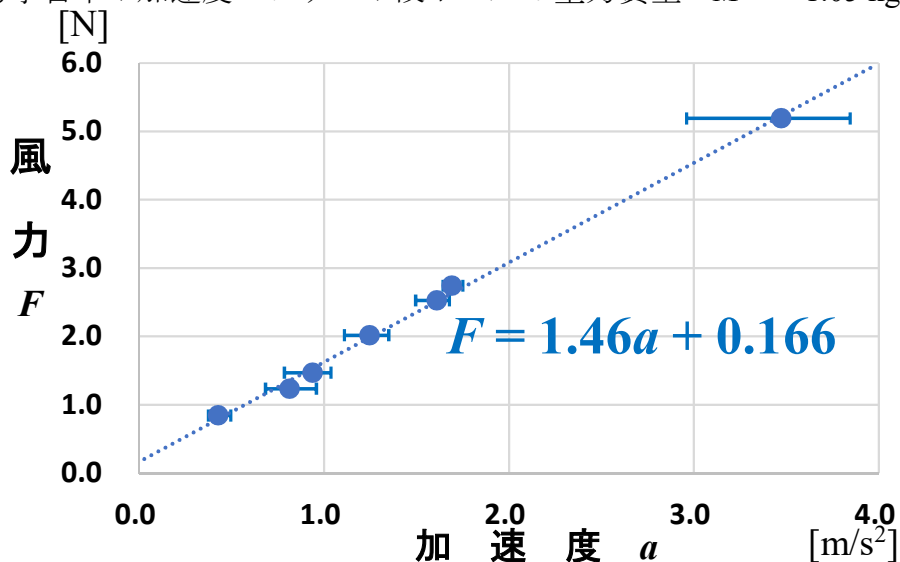


図14 実験1 風力と台車の加速度の関係
点線は、最小二乗法による近似線

4.2 実験2の結果

おもりの名称	おもりなし	おもり1	おもり2	おもり3	おもり4	おもり5
おもりの質量[g]		544.3	546.5	546.7	530.3	541.3
重力質量 M [kg]	1.05	1.59	2.14	2.69	3.22	3.76
慣性質量 M' [kg]	1.46	2.00	2.55	3.09	3.62	4.17

表1 実験2 おもりの質量

実験中の風力 $F = 2.53 \text{ N}$

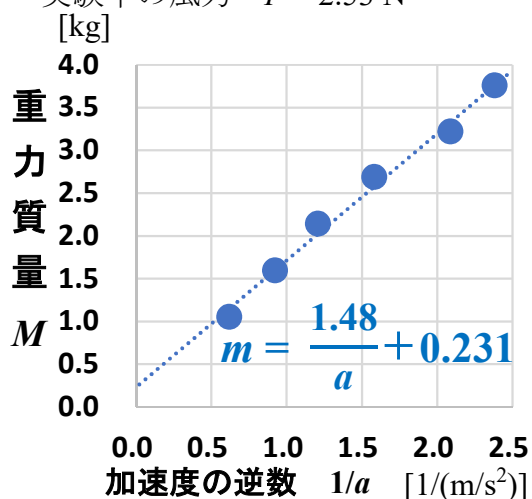
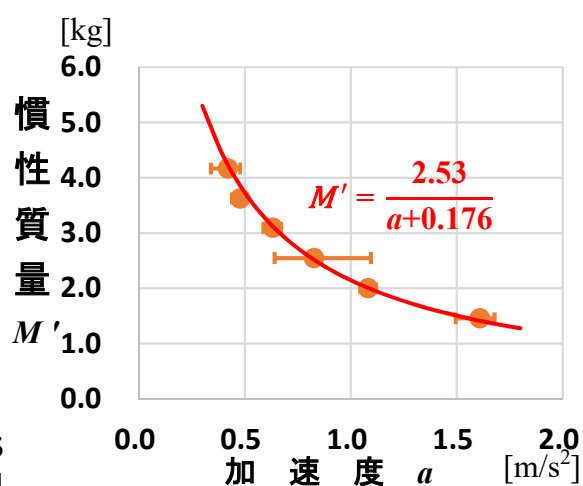


図15 実験2 重力質量と台車の加速度の逆数の関係
点線は、最小二乗法による近似線



● 実験値(慣性質量) — 理論値(慣性質量)
図16 実験2 台車の質量と加速度の関係

4.3 実験3の結果

滑走台の傾斜角 $\theta = 2.00^\circ$

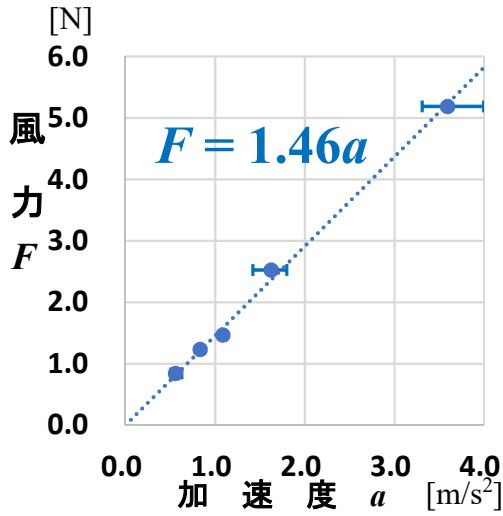


図17 実験3 風力と台車の加速度の関係
点線は、最小二乗法による近似線

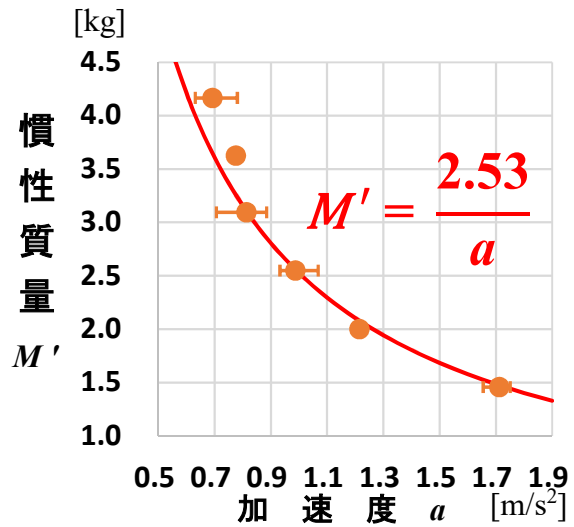


図18 実験2 台車の質量と加速度の関係
点線は、最小二乗法による近似曲線

4.4 実験4の結果

物理量名	円盤の質量	円盤の半径	円盤の慣性モーメント	ねじり振り子周期
記号と単位	m [g]	r_0 [m]	I_0 [kg·m ²]	T_0 [s]
数値	304.0	3.30×10^{-2}	1.66×10^{-4}	7.72

表2 実験4 ねじり振り子の実験結果

物理量名	記号と単位	車輪1個	車輪2個	車輪3個
周期	T [s]	8.16	8.64	9.12
慣性モーメント	I [kg·m ²]	1.94×10^{-5}	4.18×10^{-5}	6.55×10^{-5}

車輪1個当たりの慣性モーメント $I = 2.07 \times 10^{-5} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

車輪の半径 $r = 2.30 \times 10^{-2} \text{ m}$

表3 実験4 車輪を載せた場合の実験結果

5 考察

5.1 力の大きさと加速度の関係について

5.1.1 実験1の結果について

実験1を考察する。物体にはたらく風力と加速度の関係は図14より、おおむね比例関係であることが分かる。これは、運動方程式 $ma = F$ の関係と一致する結果である。しかし、近似線には、切片が 0.166 現れている。本実験装置において、風力以外に力学台車にはたらく力には動摩擦力や空気抵抗があると考えられる。そこで、これらの力を考慮して運動方程式を立てることを考える。

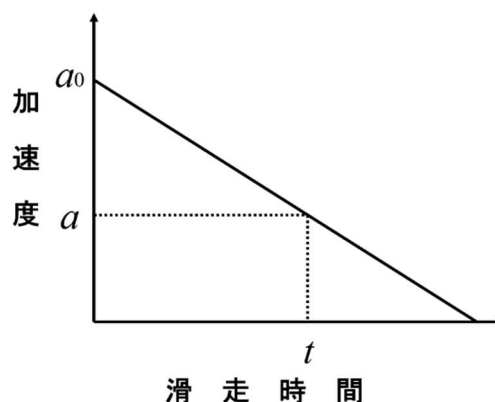


図19 空気抵抗により時間とともに加速度が減衰する様子（モデル）

動摩擦係数を μ' とおくと、力学台車には進行方向と反対向きに $\mu'Mg$ の動摩擦力がはたらく。また、空気抵抗は、近似的に力学台車の速さに比例すると考えれば、比例定数を k とおくと、大きさ kv の力が進行方向の反対向きにはたらくと考えることが出来る。よって、運動方程式は次のように表される。

$$Ma = F - \mu'Mg - kv \quad (\text{vi})$$

また、加速度センサーの値を見ると、図19のように滑走時間に対して一定の割合で加速度が減衰している様子が見られた。低速状態では見られないが、特にブロワーの風力が大きいと顕著であった。 $a-t$ グラフの面積は、速さを表すので、時刻 t における速さは、次のように表される。

$$v = \frac{t}{2} (a + a_0) \quad (\text{vii})$$

さらに、滑走開始時に空気抵抗 kv はかからないので、運動方程式は、次のようになる。

$$Ma_0 = F - \mu'Mg \quad (\text{viii})$$

(vii)式、(viii)式を(vi)式に適用して整理する。

$$Ma = F - \mu'Mg - \frac{kt}{2} \left(a + \frac{F - \mu'Mg}{M} \right) \quad (\text{ix})$$

$$F = M \left(\frac{2M + kt}{2M - kt} \right) a + \mu'Mg \quad (\text{x})$$

よって、(viii)式より、動摩擦力 $\mu'Mg$ が切片として表れることが分かった。

また、図 14 のグラフの傾きより求まる慣性質量は 1.46 kg と算出される。これは重力質量 1.05 kg よりも大きくなる。この理由については、(x)式の加速度の係数 $M \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right)$ が傾きに現れるからである。空気抵抗力が加わるものが影響していると考えられるが、さらに、車輪の回転エネルギーが加わることも影響していると考えられる。詳細については後で述べる。

5.1.2 実験 3 における力の大きさと加速度の関係

実験 3 では、運動方程式は次のように表される。

$$Ma = F - \mu' Mg - kv + Mgsin\theta$$

(i)式より、重力の分解成分と動摩擦力は互いに打ち消し合う。よって

$$Ma = F - kv \quad (\text{xi})$$

となる。また、 $\mu' Mg = 0$ とし、(vii)式、(viii)式を(xi)式に適用して整理すると次のようになる。

$$F = M \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right) a \quad (\text{xii})$$

(xii)式が正しければ、実験 3 における風力と加速度の関係は、切片の現れない比例関係が成り立つはずである。実験の結果、図 17 より風力と加速度の関係が切片の現れない比例関係であることを確かめることが出来た。また、(xii)式より、この実験の場合も慣性質量は $M \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right)$ の値が現れると考えられるが、図 17 より 1.46 kg が得られた。これは、実験 1 と完全に一致した。

5.2 質量と加速度の関係について

5.2.1 実験 2 の結果について

運動方程式 $ma = F$ によれば、台車にかかる力 F が一定のとき、質量と加速度は反比例関係が成り立つはずである。しかし、図 15 より、質量と加速度の逆数の関係は正比例にはならず、切片が現れてしまう。これは、実験 1 の考察と同様に、動摩擦力や空気抵抗力が原因になっていると考える。この実験では(x)式を満たすが、この式を質量 M について解くことは難しい。そこで、

$$M' = M \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right) \quad (\text{xiii})$$

とおき、近似的に、動摩擦力が $\mu' M' g$ を満たすとする。すると、(x)式は次のようになる。

$$M' = \frac{F}{a + \mu'g} \quad (\text{xiv})$$

また、動摩擦係数 μ' は次の式で表すことができる。

$$\mu' = \frac{1}{M'g}(F - M'a) \quad (\text{xv})$$

この式により、動摩擦係数を全データより求め、その平均値を算出すると

$$\mu' = 0.0180 \quad (\text{xvi})$$

となった。

よって、実験場所である、新居浜南高校物理教室の重力加速度 $g=9.79 \text{ m/s}^2$ 、風力 $F=2.53 \text{ N}$ とともに、(xvi)式を(xiv)式に代入し、次の理論値を表す式を算出した。

$$M' = \frac{2.53}{a + 0.176} \quad (\text{xvii})$$

なお、本実験における M' は、台車の慣性質量 1.46 kg におもりの質量を加えた値とした。(xvii)式と実験値を比較したグラフを図 16 に示す。実験値と理論値は非常によく一致した。つまり、実験値が反比例とならなかった要因は、動摩擦力の影響によるものであると考えられる。

5.2.2 実験3における質量と加速度の関係について

実験3では、(xii)式 $F = M \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right) a = M'a$ が成立する。よって、風力 $F=2.53 \text{ N}$ を代入すると、理論値は次のようになる。

$$M' = \frac{2.53}{a} \quad (\text{xviii})$$

(xviii)式と実験値を比較したグラフを図 18 に示す。実験値が理論値によく一致していることが分かる。ただし、質量が大きい場合に、やや誤差が大きくなっている。実験3において、等速直線運動を起こす傾角 θ を決定する際に、低速で台車が走行したことがあった。この際、台車の速さが周期的に増減する様子が観察された。これは、台車の車輪軸にかかる動摩擦力が不均一にかかることが影響していると考えられる。図 18 の誤差が大きくなっている要因は、この現象によるものであると考えた。

以上の結果から、質量と加速度の関係は反比例関係であることが確認できた。

5.3 車輪の回転エネルギーの影響と見かけの慣性質量について

5.3.1 見かけの慣性質量について

文献2によれば、台車の車輪の回転エネルギーが台車の質量値に影響を与える。そこで、車輪の回転エネルギーを求め、台車の質量にどの程度影響するのかを確認した。車輪の角速度を ω 、慣性モーメントを I として、力学台車に備わる車輪が3個であることを考慮すると、回転エネルギーは次の式で表される。

$$3 \times \frac{1}{2} I \omega^2$$

台車の速さを v 、車輪の半径を r とすると、 $v=r\omega$ が成立するので、

$$\frac{3Iv^2}{2r^2}$$

と表される。

よって、台車の運動エネルギーと回転エネルギーの和を K とおくと、

$$K = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{3Iv^2}{2r^2}$$

となる。整理すると、次のようになる。

$$K = \frac{1}{2} v^2 \left(M + \frac{3I}{r^2} \right) \quad (\text{xix})$$

(xix)式を全て、運動エネルギーとして扱うとすると、質量を表す部分が、 $\frac{1}{2} v^2$ 以外の $M + \frac{3I}{r^2}$ であることが分かる。文献2によれば、台車の運動は質量 $M + \frac{3I}{r^2}$ の物体のように振る舞う。つまり、補正值は $\frac{3I}{r^2}$ である。

以上のことから、空気抵抗と車輪の回転エネルギーを加味した場合、実験によって求まる慣性質量は、(xiii)式より、次のように表される。

$$M' = \left(M + \frac{3I}{r^2} \right) \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right) \quad (\text{xx})$$

ここまで、この式の値を慣性質量と記述してきたが、本来、慣性質量と重力質量は等しくなることが知られている。今回の実験では、重力質量と異なる質量が実験から求めたが、これは、空気抵抗や車輪の回転エネルギーによる影響であることが分かった。つまり、ここまで述べた慣性質量は、厳密な意味では誤りであり、空気抵抗や車輪の回転エネルギーによる影響を無視したときに現れる、見かけの質量である。

5.3.2 車輪の回転エネルギーによる質量補正值について

実験4の結果より、質量の補正值を求める。

$$\frac{3I}{r^2} = \frac{3 \times (2.07 \times 10^{-5})}{(2.30 \times 10^{-2})^2} \text{ kg} = 0.117 \text{ kg} \quad (\text{xxi})$$

台車の質量 $M = 1.05 \text{ kg}$ より、

$$M + \frac{3I}{r^2} = 1.05 \text{ kg} + 0.117 \text{ kg} = 1.17 \text{ kg} \quad (\text{xxii})$$

となる。

5.3.3 見かけの慣性質量の生じる原因と定量的分析について

(xx)式 $M' = (M + \frac{3I}{r^2}) (\frac{2M+kt}{2M-kt})$ より、実験1における $M' = 1.46 \text{ kg}$ 、 $M +$

$\frac{3I}{r^2} = 1.17 \text{ kg}$ を適用すると、

$$1.46 \text{ kg} = 1.17 \text{ kg} \times \left(\frac{2M+kt}{2M-kt} \right)$$

$$\frac{2M+kt}{2M-kt} = 1.25 \quad (\text{xxiii})$$

となる。 $\frac{2M+kt}{2M-kt}$ は空気抵抗によって現れる数値であり、本実験における

見かけの慣性質量と重力質量の差の原因が、車輪の回転エネルギーと空気抵抗のみであるとすれば、空気抵抗による影響は十分に大きいものであることが分かる。実際には、ブローの風力が、台車が運動することによって

完全に台車に伝わらないこと等

も影響している可能性がある。

本来であれば、台車が滑走を始めた瞬間の加速度を求められれば良いが、実際には図21のように、明瞭な瞬間値を得ることが出来ないため、加速度の大きい運動ほど、空気抵抗の影響の大きい値を測定した可能性が高い。今後、この点を改善することで、より精度の高い実験をすることが出来る可能性がある。

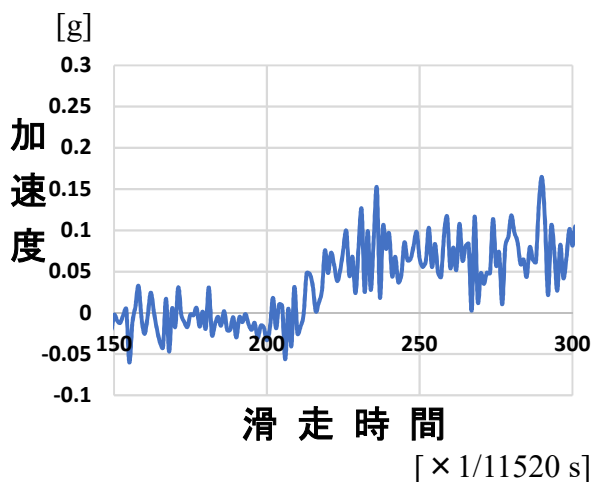


図20 力学台車滑走前後の
加速度センサーの測定値
測定値は50以上のデータを平均して求めている。

6 結論

物体にはたらく力と加速度の関係は比例関係であり、物体にはたらく力が一定のとき、物体の質量と加速度の関係は反比例関係になることが分かった。また、実際の実験では、動摩擦力や空気抵抗の影響を受けるが、動摩擦力の影響は、斜面を傾け、重力の分解成分と動摩擦力をつり合わせることで、動摩擦力の影響を排除することに成功した。さらに、車輪の回転エネルギーによる影響や空気抵抗による影響については、実験から得られる質量に影響することが確認された。

7 参考資料

- [1] ブローで定力を加え続ける $ma=F$ の実験 / 渡辺文夫 (1988) 日本物理教育学会
- [2] 力学台車の車輪の影響の扱い方 / 田中昭夫 (1980) 日本物理教育学会
- [3] 改訂版「物理基礎」 / 國友正和 (2016) 数研出版
- [4] 改訂版「物理」 / 國友正和 (2017) 数研出版

8 謝辞

本レポートを進めるにあたり、愛媛県立新居浜南高等学校の川井亮祐先生からご指導を頂きました。感謝申し上げます。