

第17回全国物理コンテスト 物理チャレンジ2021

第1チャレンジ 実験課題レポート

レポート表題

レーザ測距センサを用いた力の大きさと速度変化の関係 および質量と速度変化
の関係の測定

第1チャレンジ番号 : 2108001

氏名 : 何 櫟

学校名または

卒業校名 : 茨城県立竹園高等学校

学校のある

都道府県名 : 茨城県

学年 : 高等学校3年生(中等教育学校6年生、高等専門学校3年生)

実験をした

主な場所 : 自宅・友人宅・寮など(私的な場所)

補足

(その他の場合) :

共同実験者1 氏名

第1チャレンジ番号

共同実験者2 氏名

第1チャレンジ番号

実験課題に取り組んだ感想

最初、運動の変化を調べるために記録タイマーを用いたが、実際やると
毎回それをセットするのが大変で、多くのデータをとれない事や、正確
性に欠けるという壁に遭遇した。そのためレーザによるセンサを用いる
ことにした。測ったデータをパソコンに送る事に苦労したが、これによ
りデータの取得、処理を効率的に行うことが出来た。他にも、摩擦の影
響を削減できる工夫を考案したりと、様々な試みを行うことができ、良
い経験であった。

方法を考え始めた時期

3月

実験を始めた時期

4月

実験に取り組んだ期間

約 30 日間

レーザ測距センサを用いた力の大きさと速度変化の関係 および質量と速度変化の関係の測定

要 約

本実験では、レーザ測距センサを用いて、質量や力の大きさを変化させることによって起きる運動の違いを高い精度で調べた。

滑車の左右に吊り下がっている質量の異なるおもりによって、質量や力の大きさを変え、レーザ測距センサによって、おもりの変位を測り取ることによって運動の変化を求めた。また、測定した変位のデータに対し 2 次フィッティングを行うことで加速度の値を高い正確性で求めた。この実験より、加速度(a)は、力(F)に比例し、質量(m)に反比例することが分かり 3 つの値の間には $a = 0.976 \frac{F}{m} - 0.210$ の関係があるということを求めることができた。しかしこの数式には -0.210 という比較的值の大きい定数項があり、これはこの実験において働いた摩擦力による影響ではないのかと考えた。

そこで、摩擦力による影響を極限までなくすために、同じ条件下でおもりを加速、減速させ、そこで得た加速度を平均したデータを用いることで、 $a = 0.994 \frac{F}{m} - 0.004$ という関係式を求められた。これは前式に比べ、定数項の絶対値が非常に小さく、また、比例定数も 1 に近いことが確認できる。

本実験では、レーザ測距センサを用いて大量のデータを測り取り、2 次フィッティングという統計的な手法を用いたことで、力及び質量と運動の関係を明示し、また、おもりの加速と減速時の加速度の平均を求めた値を用いるという独自の方法で、摩擦力の影響を極限までなくし、実験の精度を高めることができた。

目 次

1. 実験の目的	3
2. 実験の手法	4
2.1. 実験の材料と装置	4
2.2. 実験の原理	6
2.3. データの処理方法	7
2.4. レーザ測距センサを用いた変位計測システムの構築	9
2.5. 力、質量、運動の関係を測定するシステムの構築	10
3. 実験の結果	11
3.1 レーザ測距センサと記録タイマーの精度の比較	11
3.2 総質量を一定にし、力を変えることによる加速度と力の関係の測定	12
3.3 力を一定にして総質量を変化させた時の加速度と質量の関係の測定	14
3.4 加速度(a)と力/質量(F/m)の関係の考察	15
4. 摩擦の影響の考察	17
4.1. 滑車の摩擦の影響	17
4.2 滑車の摩擦の影響を軽減する実験方法と実験結果	19
5. 滑車質量の影響の考察	22
6. 空気浮力と空気抵抗の影響の考察	24
6.1 空気浮力の影響の考察	24
6.2 空気抵抗の影響の考察	24
7. 結論	25
8. 参考・引用資料	25
付録 1. はじめの加速だけによる実験の結果	26
(a). 質量が一定で力を変化させたときの加速度の測定データ	26
(b). 力の大きさを一定にし、質量を変化させたときの加速度の測定データ	29
付録 2. 減速と加速によって摩擦力の影響を減少させる実験の結果	33
(a). 質量が一定で力を変化させたときの加速度の測定データ	33
(b). 力の大きさを一定にし、質量を変化させたときの加速度の測定データ	35

1. 実験の目的

実験の目的の一つ目は、運動と力及び質量の関係を突き止めることである。力や質量を容易に変更させることを可能にするために、滑車とその左右に吊り下がっているおもりを用いることを採用した。

実験の目的の二つ目は、たくさんのデータを高精度にかつ素早く得ることである。記録タイマーのような手法を用いると、計測にどうしても時間がかかってしまい、たくさんのデータを得ることが難しくなる。また、正確性にも欠ける可能性が多い。そこでおもりに直接触れることによって実験結果に影響を齎すことがない、レーザ測距センサを使用した。これを用いることで、精度が高くなるだけでなく、毎回の測定時にわざわざセッティングを行う必要性がなくなり、効率的に短時間で大量のデータを取得することができる。また、このセンサとコンピュータを繋いでいるため、データの保存が容易にでき、データの処理を効率的に行うことが可能になった。

実験の目的の三つ目は、加速度の算出である。測距センサから送られるデータは変位を表しているので、それをもとに加速度を計算する必要がある。そこで、正確的にするために、2次フィッティング（最小二乗法）で処理を行い加速度を求めた。

実験の目的の四つ目は、精度を極限まで高めることである。一般的な実験では、どのような装置を使っても、摩擦力の影響を受けてしまう。そのため、おもりの加速時と減速時における摩擦力の働く向きの相違を利用し、加速時及び減速時におけるおもりの平均加速度を使用することで、はたらく摩擦力の影響を極限まで減少させた。

2. 実験の手法

2.1. 実験の材料と装置

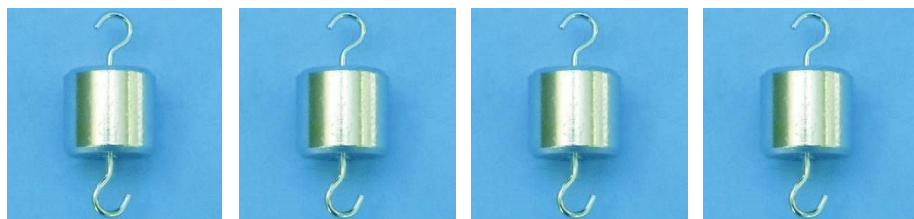
- (1). 力学実験用樹脂おもり 10 g、10 個



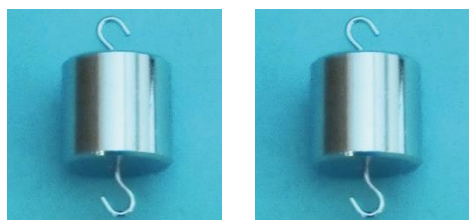
- (2). 力学実験用樹脂おもり 20 g、10 個



- (3). 力学実験用おもり(真鍮製)50 g、4 個



- (4). 力学実験用おもり(真鍮製)100 g、2 個



- (5). 樹脂滑車、EU-6B タイプ、2 個 (外径 24 mm、幅 7 mm、ねじ寸法 M6)



- (6). 直径 0.33 mm フッ素樹脂コーティングのナイロン糸(ワイヤー)



- (6). 記録タイマー



(7). COMS タイプ マイクロレーザ測距センサ HG-C1400



○レーザ測距センサ HG-C1400 の概要¹⁾

測定範囲：250 mm ~ 650 mm

繰り返す精度：0.3 mm

直線性：±0.2%

応答時間：1.5 ms / 5ms / 10 ms 切り替え可能

光源：赤色半導体レーザ、出力 1 mW、波長 655 nm

ビーム径：0.5 mm

電源電圧：12 V ~ 24 V

アナログ出力：電圧出力 0 V ~ +5 V、 電流出力 4 mA ~ 20 mA

(8). データの収集のための AI-1608AY-USB AD ボード



○AI-1608AY-USB AD ボードの概要²⁾

入力方式：シングルエンド入力

入力チャンネル：8

入力レンジ：±10 V

分解能：16 ビット

変換速度：最大 100 kHz

(9). レーザ測距センサのための 15 V 電源

(10). データの取得、保存及び解析のためのコンピュータ

(11). 木材



2.2. 実験の原理

力と運動の関係の実験は、大抵は力学台車を用いて行われるが^{3),4)}、今回は滑車による実験方法を考えた。図 1 に実験の原理を示す。おもりの衝突を避けるために、2 つの滑車間の距離を離して設置し、質量が m_1 と m_2 の 2 つのおもりを滑車に取り付ける。 $m_2 > m_1$ の時、総質量 m は $(m_1 + m_2)$ 、全体の合力 F は g を重力加速度とすると、 $(m_2 - m_1)g$ となる。この質量と力は、 m_1 と m_2 の質量を変えることで簡単に変化させることができる。実験ではレーザ測距センサを用いて質量が m_2 のおもりの変位を測定する。

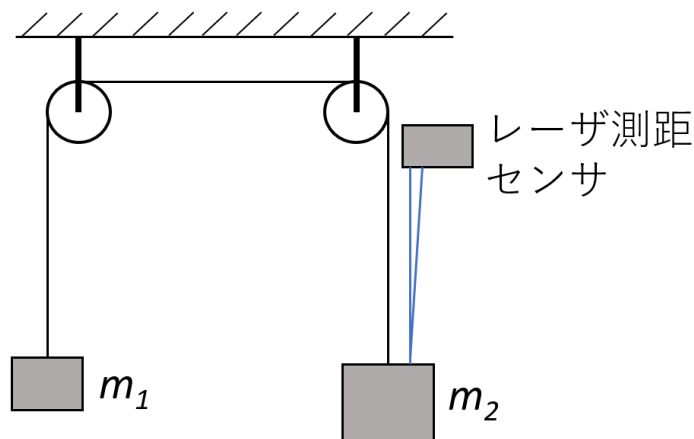


図 1. 測定の実験原理

$$\text{総質量 } m \text{ について } m = m_1 + m_2 \quad (1)$$

$$\text{全体の合力 (} g \text{ は重力加速度) } F = (m_2 - m_1)g \quad (2)$$

レーザ測距センサを用いて、時間 t とともに変化する m_2 の変位 $S(t)$ を測定すれば、物体の速度 $V(t)$ を以下の数式で算出することができる。

$$V(t) = \frac{S(t+\Delta t) - S(t)}{\Delta t} \quad (3)$$

また、物体の加速度は、以下の数式から算出できる。

$$a(t) = \frac{V(t+\Delta t) - V(t)}{\Delta t} \quad (4)$$

加速度が一定の場合、以下のような式になる。

$$V(t) = V_0 + a * t \quad (5)$$

$$S(t) = S_0 + V_0 * t + \frac{1}{2} a * t^2 \quad (6)$$

式(5)より、 $V(t)$ の線形回帰直線の傾きから加速度を求めることができる。また、式(6)より、 $S(t)$ の 2 次関数フィッティングを行うことでも加速度を求めることができる。

2.3.データの処理方法

(a). 平均値と標準偏差⁵⁾

平均には、個々のデータを足し合わせて総個数で割るという相加平均を用いる。 n 個のデータを $X_1, X_2, \dots, X_n$ とすると相加平均は以下のように表される。

$$\mu = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n} \quad (7)$$

標準偏差について、この値が小さいほどデータは平均値の周りに集中しており、散らばりの度合いが小さいと言え、逆に標準偏差が大きいほど散らばりの度合いが大きいと言える。計算方法は式(8)に示す。

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (X_k - \mu)^2} \quad (8)$$

(b). 最小二乗法⁶⁾

最小二乗法（または、最小自乗法）とは、誤差を伴う測定値の処理において、その誤差の二乗の和を最小にすることで、最も確からしい関係式を求める方法である。最小二乗法とは、モデル関数を $f(x)$ とするとき、 $\sum_{k=1}^n (y_k - f(x))^2$ が最小となるように $f(x)$ を求めることである。

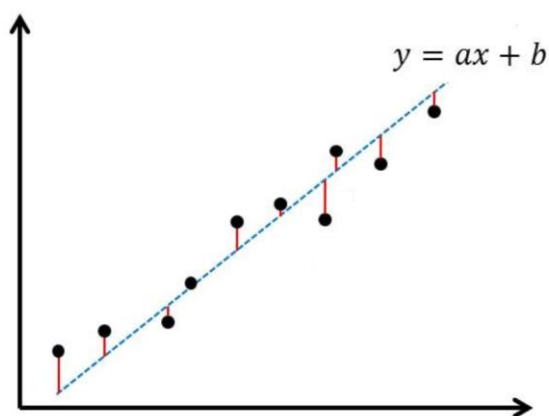


図2. 1次関数における線形回帰の概要図

モデル関数を 1 次関数とするとき、これを直線回帰(リニアフィッティング)といい(図2)、回帰直線を $y = ax + b$ とするとき、以下のように、回帰直線を求めることができる。

$$a = \frac{S_{XY}}{S_{XX}} = \frac{\sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})(Y_k - \bar{Y})}{\sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2} \quad (9)$$

$$b = \bar{Y} - a\bar{X} \quad (10)$$

$$S_{XY} = \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})(Y_k - \bar{Y}) \quad (11)$$

$$S_{XX} = \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2 \quad (12)$$

$$S_{YY} = \sum_{k=1}^n (Y_k - \bar{Y})^2 \quad (13)$$

S_{XY} は X と Y の共分散、 S_{XX} は X の分散、 S_{YY} は Y の分散、 n は 2 変数データ (X , Y) の総数、 X_k と Y_k は個々の数値、 $\bar{X}$ と $\bar{Y}$ はそれぞれの平均値を表す。相関係数 r は次のように定義される。

$$r = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} \quad (14)$$

相関係数は $-1 \leq r \leq 1$ の値をとる。 r が 1 に近いときには相関図は右上がりの直線になる。 r が 0 に近いときにはデータはバラバラであり、 r が -1 に近いときには右下がりの直線になる。

二次関数の場合は、与えられたデータ点に対して 2 次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の係数 a , b , c を求めれば良い。これらを求める方法として最適であるのが最小二乗法である。

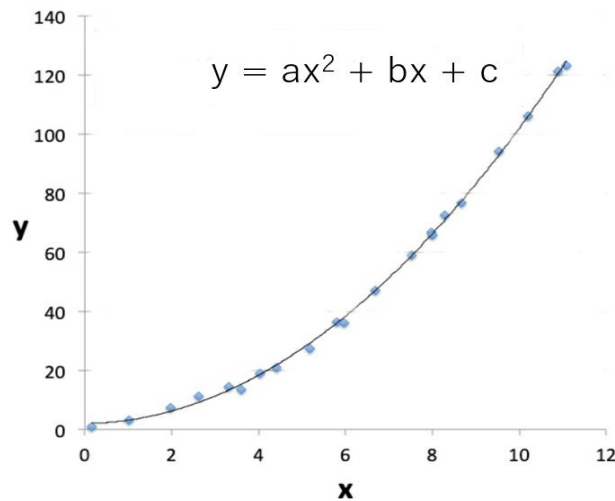


図3. 2次関数における最小二乗法の概要図

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum x_i^4 & \sum x_i^3 & \sum x_i^2 \\ \sum x_i^3 & \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i^2 & \sum x_i & \sum 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \sum x_i^2 y_i \\ \sum x_i y_i \\ \sum y_i \end{pmatrix} \quad (15)$$

この方法によって係数 a , b , c を求めることができ、放物線 $y = ax^2 + bx + c$ を定めることができる。式自体は煩雑であるが、データ x_i を累乗して足し合わせるだけという単純な計算であるのでこの計算にはエクセルを用いる。

2.4. レーザ測距センサを用いた変位計測システムの構築

図4は、HG-C1400のレーザ測距センサとAI-1608AY-USBのアナログ・デジタル・コンバータ（ADC）を用いた変位計測システムの構成図である。15V電源は、レーザ測距センサの電源として使用されている。アナログ出力は、ADCのアナログの入力に接続されており、ADCは、USBケーブルを用いてコンピュータと接続される。

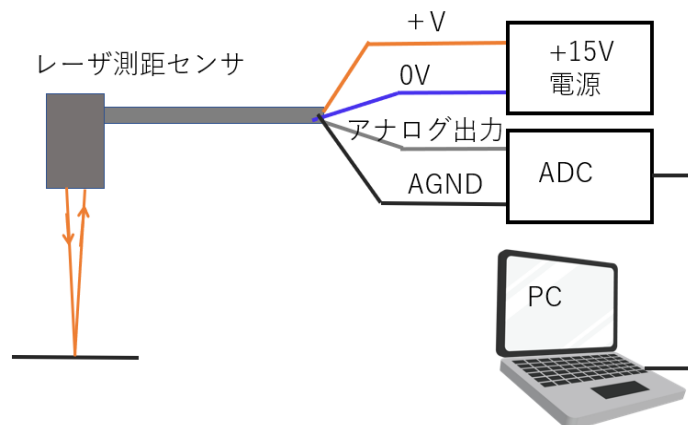


図4. 変位計測システムの構成図

図5は、データ収集と変位計測を行うLabviewプログラムのディスプレイを表す。このプログラムを用いて速度と加速度を計算することができる。また、データをファイルに保存することも可能である。レーザ測距センサはアナログ出力なので、その出力電圧の大きさを距離に変換する必要がある。例えば距離D1が0.575 mの場合、出力電圧V1は0.2807V、距離D2が0.202 mの場合、出力電圧V2は4.0025 Vとなる。レーザ測距センサは直線的な応答をするため、出力電圧をVとしたときの距離Dは次の式(16)で計算できる。

$$D = \frac{D1-D2}{V1-V2} (V - V1) + D1 \quad (16)$$

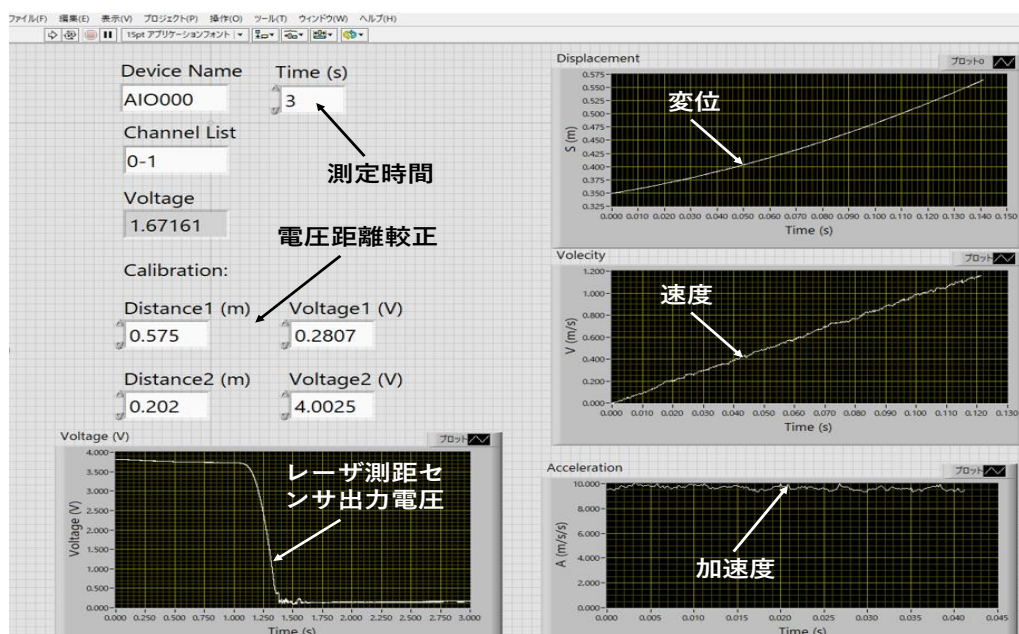


図5. 変位測定と速度計算のためのLabviewプログラム

2.5. 力、質量、運動の関係を測定するシステムの構築

図1の実験原理に基づいて、力と運動の関係を測定する実験装置を構築した。図6はその実験装置の写真である。

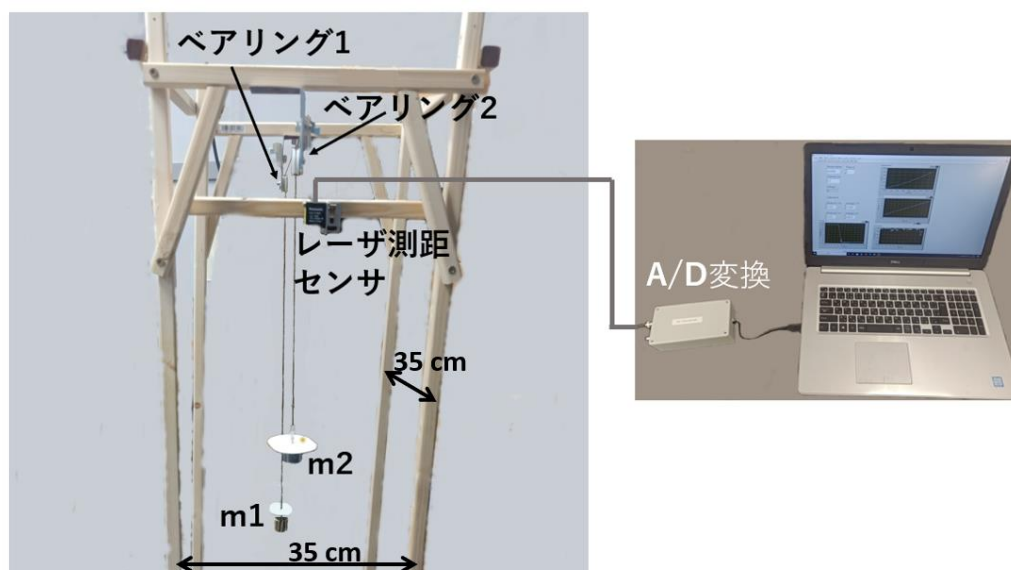


図6. 力・質量と運動との関係を測定する実験装置

装置の高さは 150 cm であり、2つの滑車（ベアリング）を使用する。2つの滑車間の距離は 35 cm であり、滑車の質量は 1.5 g である。ナイロン糸の長さは 1.6 m で、質量は 0.3 g である。 m_1 と m_2 の質量に比べて、ナイロン糸の質量は十分小さいので、実験結果に与える影響は小さいと考えられる。また、滑車による総質量への影響について(第5番の滑車質量の影響の考察にこれに関する詳細が書かれている)、測定に影響を与える滑車の有効質量はその滑車の質量の 1/2 であり、2つの滑車がこの実験では使われるので、滑車の総合の有効質量は 1.5 g である。レーザ測距センサからのレーザを反射させるために m_1 と m_2 の上に置いた円形の紙の直径は 5 cm で、その質量は 0.1 g であり、左右合わせて 0.2 g である。したがって滑車や糸及び紙による総合的な有効質量は約 2.0 g であり、もし $(m_1 + m_2)$ が 300 g であるとき、それらの総合的な有効質量による影響は $2.0/300 \approx 0.7\%$ である。また、実験において、レーザ測距センサの応答時間は 1.5 ms とし、AD ボードのデータのサンプリング周波数は 5 kHz とした。

以下の手順で研究を行う。

- レーザ測距センサと記録タイマーを使って自由落下の加速度を測定し、測定精度を確認する。
- 総質量(m)を一定にして力(F)を変え、加速度(a)と力(F)の関係を調べる。
- 力(F)を一定にして総質量(m)を変え、加速度(a)と質量(m)の関係を調べる。
- 加速度(a)と力/質量(F/m)の値との関係を調べる。

3. 実験の結果

3.1 レーザ測距センサと記録タイマーの精度の比較

まず、記録タイマーを使って自由落下の加速度を測定した。実験には 100 g のおもりを使用した。図 7 は、記録タイマーで記録した自由落下の紙テープの一部である。打点速度が 50 Hz のものを使用しているので、2 点間の時間間隔は $t = 0.02$ 秒となる。つまり $5t$ 間隔では 0.1 秒となる。

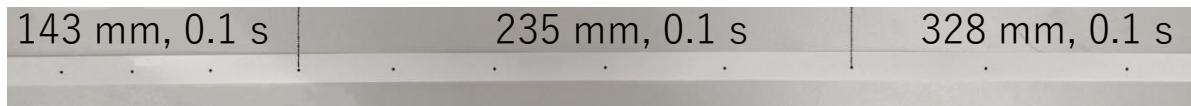


図 7. 記録タイマーで記録された自由落下の紙テープの一部

距離と時間間隔から、0.1 秒の時間間隔ごとの平均速度を計算することができる。その結果を表 1 に示す。

表 1. 0.1 秒ごとの平均速度

Time (s)	Speed (m/s)
0	1.43
0.1	2.35
0.2	3.18
0.3	4.16

図 8 は、時間とともに変化する速度を線形フィッティングした結果をプロットしたものである。記録タイマーで測定された自由落下の加速度は 9.120 m/s^2 となった。

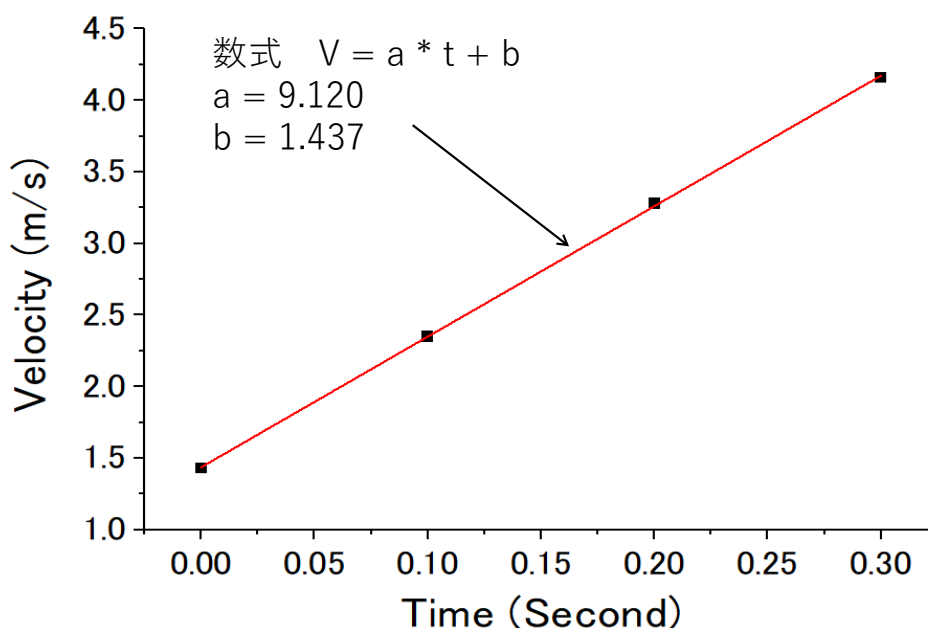


図 8. 記録タイマーで測定した自由落下の速度の経時変化
(赤線は加速度を計算するための回帰直線)

また、レーザ測距センサを用いて同じく 100 g のおもりを使用し、自由落下の加速度を測定した。図 9(a)は自由落下時の変位の時間変化、図 9(b)は図 9(a)から得られた速度の時間変化を示している。加速度は、変位の 2 次関数フィッティングで求めた値は 9.716 m/s^2 、速度の直線フィッティングで求めた値は 9.714 m/s^2 となり、どちらも重力加速度 9.8 m/s^2 という値に非常に近い値である。

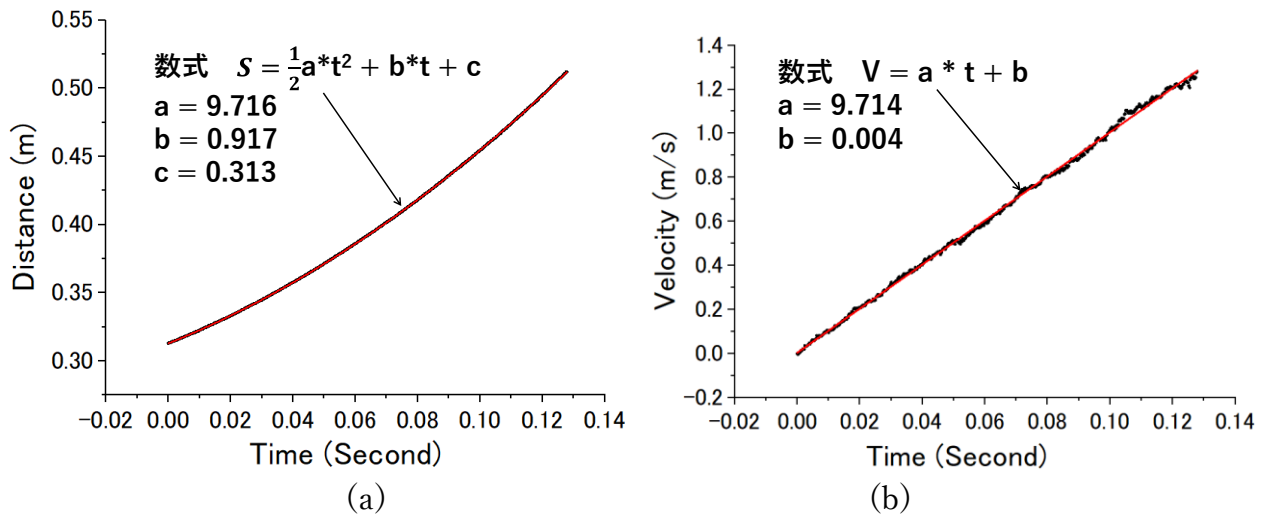


図 9. (a). 時間とともに変化する自由落下体の変位と、その変位の二次関数フィッティングの様子。(b). 時間とともに変化する自由落下体の速度と、その速度の線形フィッティング

従って、記録タイマーで測定した加速度の値 9.120 m/s^2 と比較して、レーザ測距センサで測定した値の方 (9.716 m/s^2) がより既知の重力加速度に近く、正確であることがわかる。そのため以下の実験では、変位の測定には、レーザ測距センサを使用する。そして、加速度を求めるために、変位の二次関数フィッティングを行って計算をする。

3.2. 総質量を一定にし、力を変えることによる加速度と力の関係の測定

総質量 $m = m_1 + m_2 = 0.480 \text{ kg}$ を変えずに、20 g の重りを毎回片側からもう片方に移動させて、系の合力 (おもりにはたらく合力) $F = (m_2 - m_1)g$ を変化させ、それぞれの状況で加速度を 3 回測定した。平均値と標準偏差は 2.3 で述べた方法で計算する。

図 10 は、例として、 $m_1 = 0.220 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.260 \text{ kg}$ の場合の、時間とともに変化する変位の 3 回分の測定結果である。総質量 $m = m_1 + m_2$ は 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.392 N となる。加速度の平均値は 0.621 m/s^2 、標準偏差は 0.006 m/s^2 となる。

$m_1 = 0.200 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.280 \text{ kg}$; $m_1 = 0.180 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.300 \text{ kg}$; $m_1 = 0.160 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.320 \text{ kg}$; $m_1 = 0.140 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.340 \text{ kg}$; $m_1 = 0.120 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.360 \text{ kg}$; and $m_1 = 0.100 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.380 \text{ kg}$ の場合について 3 回ずつ測定し、それらのデータは付録 1 の(a)に載せている。

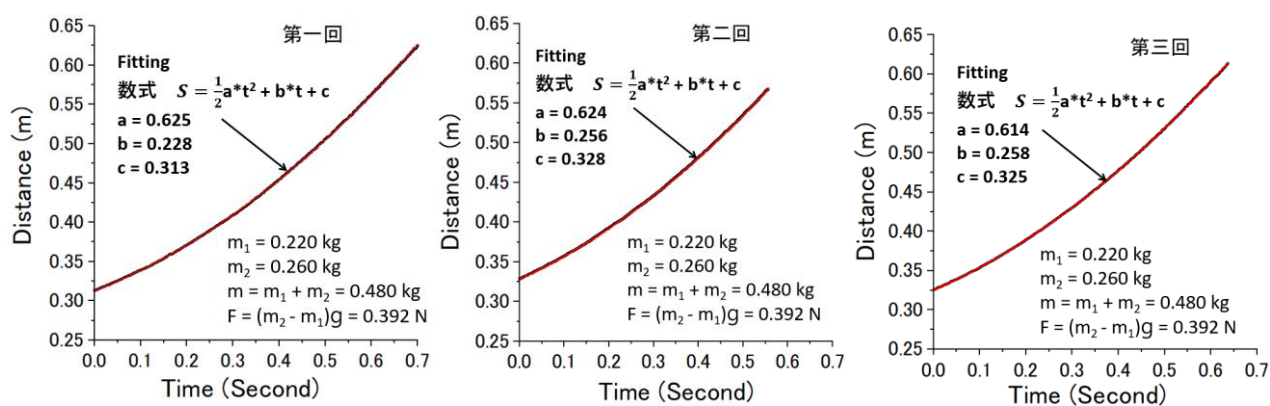


図 10. 総質量 0.480 kg、力 0.392 N の場合の時間とともに変化する変位の 3 回分の測定結果

表 2 は総質量が 0.480 kg で一定で、力の大きさが 0.392 N、0.784 N、1.176 N、1.568 N、1.960 N、2.352 N、2.744 N のときの結果を表したものである。図 11 は、総質量が 0.480 kg のときの力による加速度の変化と、そのフィッティングラインを示している。フィッティングラインの相関係数 r は 0.99987 であり、加速度は力の大きさに対して良好な直線性を持っていることがわかり、比例の関係であることが確認できる。しかし、 y 切片はゼロではなく、0.193 である。

表 2. 力のみ変化した場合の加速度の変化

力(N)	0.392	0.784	1.176	1.568	1.960	2.352	2.744
加速度 1 (m/s ²)	0.625	1.424	2.196	3.021	3.760	4.573	5.417
加速度 2 (m/s ²)	0.624	1.440	2.189	2.900	3.806	4.522	5.434
加速度 3 (m/s ²)	0.614	1.415	2.160	3.009	3.794	4.598	5.485
平均値 (m/s ²)	0.621	1.426	2.182	2.977	3.787	4.564	5.445
標準偏差 (m/s ²)	0.006	0.013	0.019	0.067	0.024	0.039	0.035
標準偏差/平均値	1.0%	0.9%	0.9%	2.3%	0.6%	0.9%	0.6%

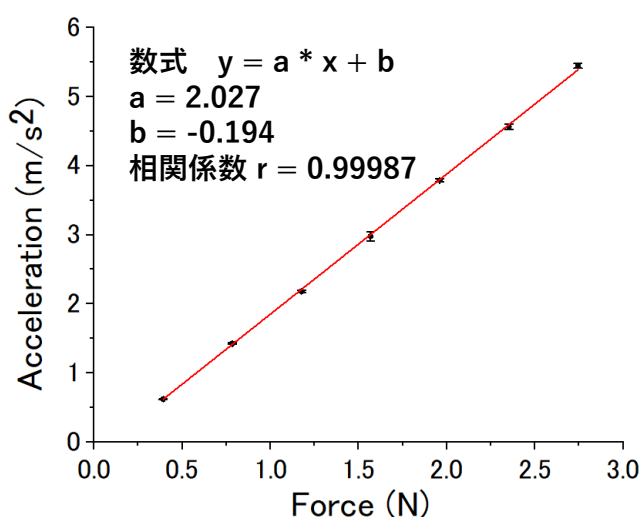


図 11. 質量が一定のときの力と加速度及びフィッティングライン

3.3. 力を一定にして総質量を変化させた時の加速度と質量の関係の測定

はじめは $m_1 = 0.090 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.190 \text{ kg}$ であるとし、総質量 $m = m_1 + m_2$ は 0.280 kg で、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.980 N であるとする。図 12 は、 $m_1 = 0.090 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.190 \text{ kg}$ の場合の、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものをグラフに表したものである。加速度の平均値は 3.108 m/s^2 で、標準偏差は 0.012 m/s^2 である。

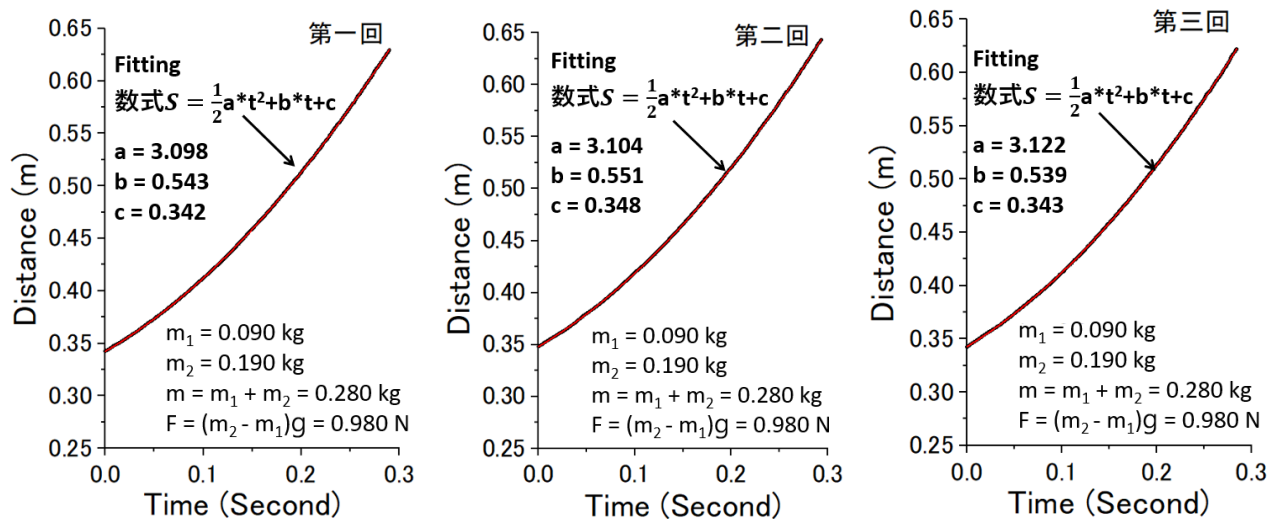


図 12. 全質量 0.280 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回分の測定

$m_1 = 0.110 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.210 \text{ kg}$; $m_1 = 0.130 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.230 \text{ kg}$; $m_1 = 0.150 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.250 \text{ kg}$; $m_1 = 0.170 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.270 \text{ kg}$; $m_1 = 0.190 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.290 \text{ kg}$ のそれぞれの場合のデータは付録 1 の(b)に載せている。表 3 は力を 0.980 N で一定にし、総質量を 0.280 kg 、 0.320 kg 、 0.360 kg 、 0.400 kg 、 0.440 kg 、 0.480 kg に変化させたときのそれぞれの場合の結果を表している。図 13(a)は、 0.980 N の力を加えたときの、質量(m)とともに変化する加速度を示している。図 13(b)は、質量の逆数($1/m$)とともに変化する加速度とそのフィッティングラインを示している。このフィッティングラインの傾きは 0.875 、y 切片は約 -0.014 、フィッティングラインの相関係数 r は 0.99988 となっている。よって加速度は、 $1/m$ に対して良好な直線性を持っており、加速度と質量は反比例の関係であるということが確認できる。

表 3. 力を一定に 0.980 N に保った時の総質量のみ変化したときの加速度

質量 (kg)	0.280	0.320	0.360	0.400	0.440	0.480
加速度 1 (m/s^2)	3.098	2.705	2.418	2.159	1.976	1.783
加速度 2 (m/s^2)	3.104	2.694	2.407	2.192	1.958	1.839
加速度 3 (m/s^2)	3.122	2.759	2.440	2.185	1.939	1.825
平均値 (m/s^2)	3.108	2.719	2.422	2.179	1.958	1.816
標準偏差 (m/s^2)	0.012	0.035	0.017	0.017	0.019	0.029
標準偏差/平均値	0.4%	1.3%	0.7%	0.7%	1.0%	1.6%

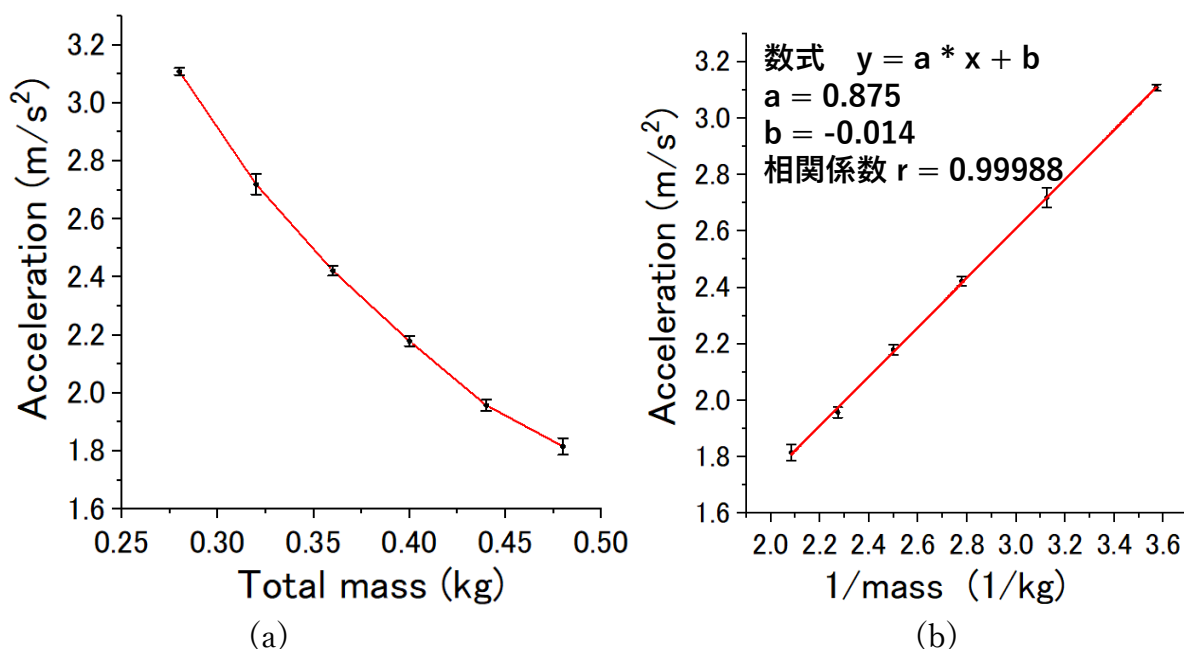


図 13(a). 0.980 N の力を加えたときの質量(m)による加速度の変化
(b) 加速度の質量の逆数($1/m$)に対する変化とフィッティングライン

3.4. 加速度(a)と力/質量(F/m)の関係の考察

上記の実験から、加速度は力(F)に比例し、質量(m)に反比例することが分かった。そのため、次は加速度(a)と力/質量(F/m)の関係を調べる。表 2 と表 3 の実験データをまとめたものを表 4 で示している。

表 4. 力、質量、力/質量、加速度の測定データ

力 (N)	質量 (kg)	力/質量 (N/kg)	加速度 (m/s^2)	標準偏差 (m/s^2)
0.392	0.480	0.817	0.621	0.006
0.784	0.480	1.633	1.426	0.013
1.176	0.480	2.450	2.182	0.019
1.568	0.480	3.267	2.977	0.067
1.960	0.480	4.083	3.787	0.024
2.352	0.480	4.90	4.564	0.039
2.744	0.480	5.717	5.445	0.035
0.980	0.280	3.50	3.108	0.012
0.980	0.320	3.063	2.719	0.035
0.980	0.360	2.722	2.422	0.017
0.980	0.400	2.450	2.179	0.017
0.980	0.440	2.227	1.958	0.019
0.980	0.480	2.042	1.816	0.029

図 14 は、加速度が力/質量に比例して変化する様子とそのフィッティングラインを示したものである。このフィッティングラインから、加速度は力/質量に比例し、その傾きは約 0.976 ± 0.010 と 1 に近くなったが、y 切片は -0.210 ± 0.030 と 0 ではない。したがって、実験から加速度と力及び質量の関係式は次のよう表せる。

$$a = 0.976 \frac{F}{m} - 0.210 \quad (17)$$

ここで、 m は系の総質量、 F は加わった力である。

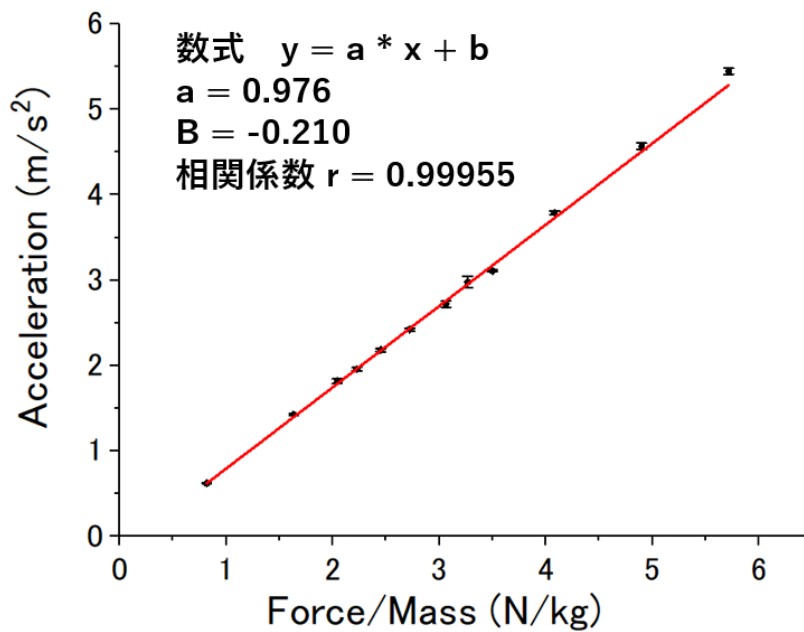


図 14. 力/質量による加速度の変化とそのフィッティングライン

4. 摩擦の影響の考察

4.1. 滑車の摩擦の影響

図 11、図 13 (b)、図 14 は、加速度と力、1/質量、力/質量の関係を示したものである。これらについて、いずれも比例関係が見られるが、フィッティングラインの切片はすべて 0 ではない。これは、滑車の摩擦の影響によるものと推測する。そこでこれについて考察とさらなる実験を行った。図 15 は、測定システムの簡単なモデル図である。測定システムの 2 つの滑車は、1 つの滑車と考えることができる。

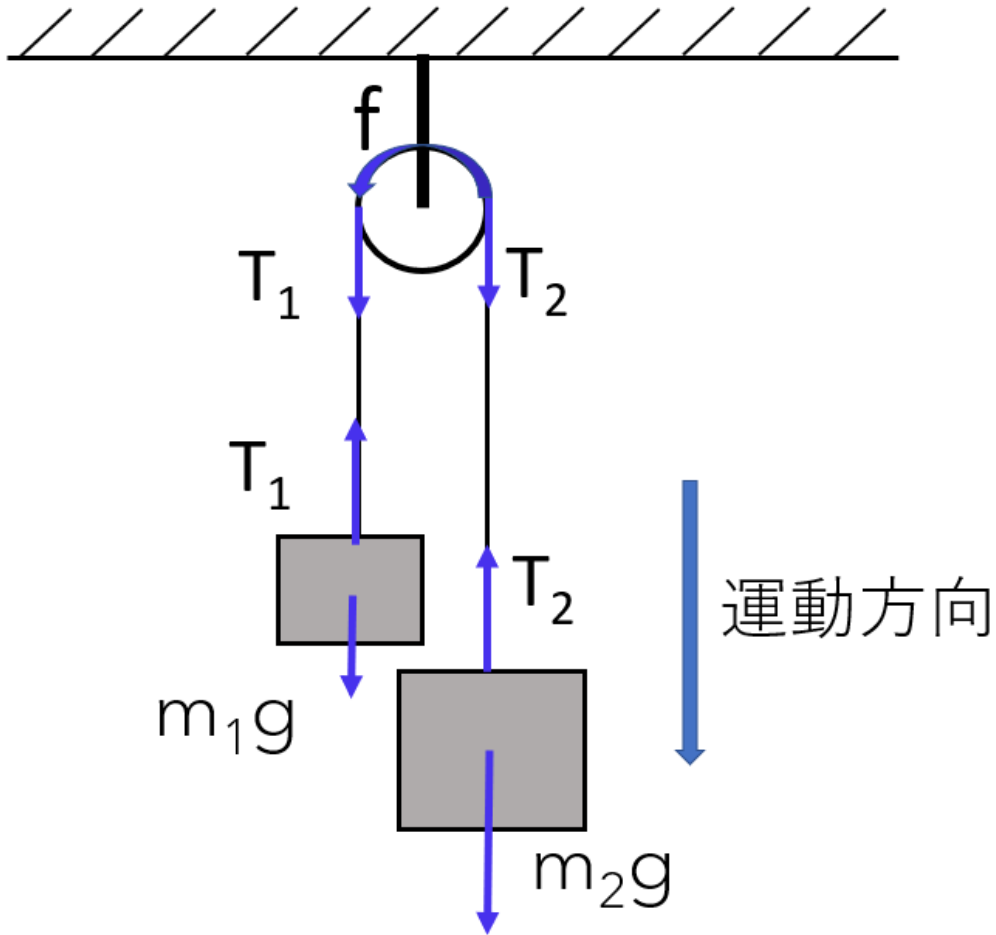


図 15. 測定システムのモデル図

$m_2 > m_1$ の場合、 m_2 の物体は下に移動し、 m_1 の物体は上に移動する。すると摩擦力 f の方向は移動方向と逆になり、その値は T_1 、 T_2 を糸の張力とすると $(T_1 + T_2)$ に比例する。従って、次のような式が成り立つ。

$$m_2g - T_2 = m_2a \quad (18)$$

$$T_1 - m_1g = m_1a \quad (19)$$

$$T_2 = T_1 + f \quad (20)$$

$$f = k(T_2 + T_1) \quad (21)$$

$$m = m_1 + m_2 \quad (22)$$

$$F = (m_2 - m_1)g \quad (23)$$

(18) + (19) + (20)によって以下の式が得られる。

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g - f \quad (24)$$

また、(24)、(22) と (23)によって以下の式が得られる。

$$ma = F - f \quad (25)$$

(18)-(19)によって以下の式が得られる。

$$T_2 + T_1 = (m_1 + m_2)g - (m_2 - m_1)a \quad (26)$$

(26)、(22) と (23)によって以下の式が得られる。

$$T_2 + T_1 = mg - F \frac{a}{g} \quad (27)$$

そして(21)、(25)、(27) によって以下の式が得られる。

$$ma = F - kmg + kF \frac{a}{g} \quad (28)$$

$$\left(1 - \frac{kF}{mg}\right)a = \frac{F}{m} - kg \quad (29)$$

ここで $x \ll 1$ の時 $1/(1 - x) \approx 1 + x$ となるので、以下の式が得られる。

$$a = \left(\frac{F}{m} - kg\right) / \left(1 - \frac{kF}{mg}\right) \approx \left(\frac{F}{m} - kg\right) \left(1 + \frac{kF}{mg}\right) = \frac{k}{g} \left(\frac{F}{m}\right)^2 + (1 - k^2) \frac{F}{m} - kg \quad (30)$$

式(30)より、摩擦の影響を考慮すると、加速度 a と F/m の関係は完全な線形ではないことが確認できる。式(30)の式を見ると、直線を示すの部分 $(1 - k^2) \frac{F}{m}$ 以外に、 $\frac{k}{g} \left(\frac{F}{m}\right)^2$ という 2 次関数の項と定数項の kg が含まれていることが確認できる。これによって、切片が 0 でない値になった理由を説明することができる。

ここで、図 15 と図 16 では、摩擦力は糸の上に描かれているが、実際には、糸と滑車とともに、滑車の軸に沿ってまわっており、糸と滑車の間では摩擦力ははたらかず、滑車と軸の間で摩擦力は発生している。

4.2. 滑車の摩擦の影響を軽減する実験方法と実験結果

摩擦の方向は相対運動の方向と常に逆になる。よって、総合的な合力は加速時には力の方向が移動方向と同じになり摩擦力は合力とは逆方向に働き、減速時には合力の方向が移動方向と逆となるが、摩擦力は物体の運動方向とは逆に働くので、合力と同じ方向に働く。よって、この特性を利用して、おもりの加速時と減速時の加速度の平均値を算出することで、摩擦の影響を大幅に軽減させることができると考え、この原理に基づいた実験を考案する。図 16 が考案した実験方法の概要図である。 m_1 と m_2 の間のワイヤーの長さは 160 cm、 m_2 と m_3 の間のワイヤーの長さは 70 cm である。 m_3 と地面との距離は 30 cm で、 $m_1 > m_2$ 、 $m_3 + m_2 > m_1$ である。

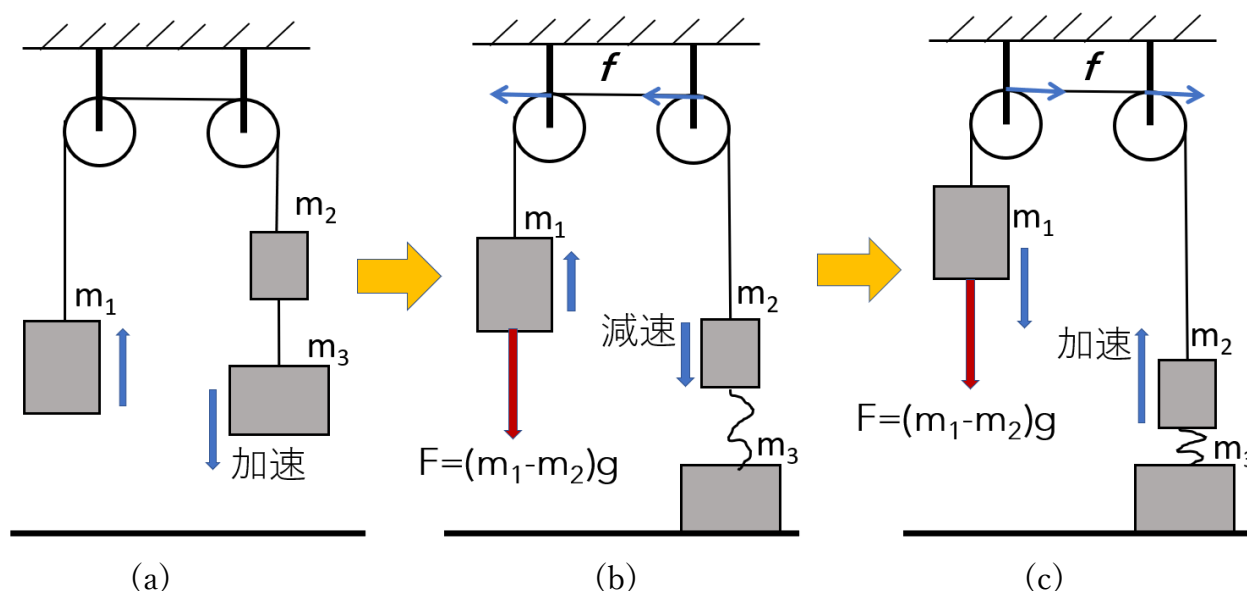


図 16. 摩擦力による影響をなくすための実験装置の概要図

運動開始直後は図 16 の(a)のようになる。この場合、 $m_3 + m_2 > m_1$ なので、質量が m_1 と m_2 と m_3 のすべてのおもりが加速運動する。続いて(b)のように m_3 が地面に触れると、 $m_1 > m_2$ となるので、 m_1 と m_2 はともに減速運動をする。速度は減少し、速度が 0 になった後、(c)のように m_1 と m_2 は逆方向へ加速運動する。(b)の場合と(c)の場合、力 $F=(m_1-m_2)g$ の方向は同じだが、摩擦の方向は逆になる。したがって、(b)と(c)の状況でのそれぞれの加速度の平均を算出すれば、摩擦の影響はほとんどなくなると考えられる。

ここで、例を挙げて計算方法を説明する。図 17 (a)は、 $m_1 = 0.210$ kg、 $m_2 = 0.160$ kg のときの時間とともに変化する距離を示しており、図 16 の(b)と(c)の状況のみを示している。総質量は 0.370 kg、力 $F=(m_1-m_2)g = 0.490$ N で、これは放物線のようになっている。まず、速度は減少し、次に逆方向に増加する。図 17(a)の曲線を、図 17(b)と図 17(c)のように 2 つの部分に分ける。摩擦の影響で、2 つの部分の加速度が異なるため、式(31)

を用いて図 17(b)と図 17(c)のそれぞれの場合について、2 次のフィッティングを行う。
そのフィッティングの結果によって、それぞれの加速度 a を求めることができる。

$$s = -\frac{1}{2}at^2 + bt + c \quad (31)$$

例えば、図 17(b) のフィッティング結果から、加速度 a_1 は 1.516 m/s^2 、図 17(c) のフィッティング結果から、加速度 a_2 は 1.168 m/s^2 となった。これらの値の平均を求めると、平均加速度は 1.342 m/s^2 となり、これは力/質量(F/m) = 1.324 N/kg の値に非常に近い値となった。

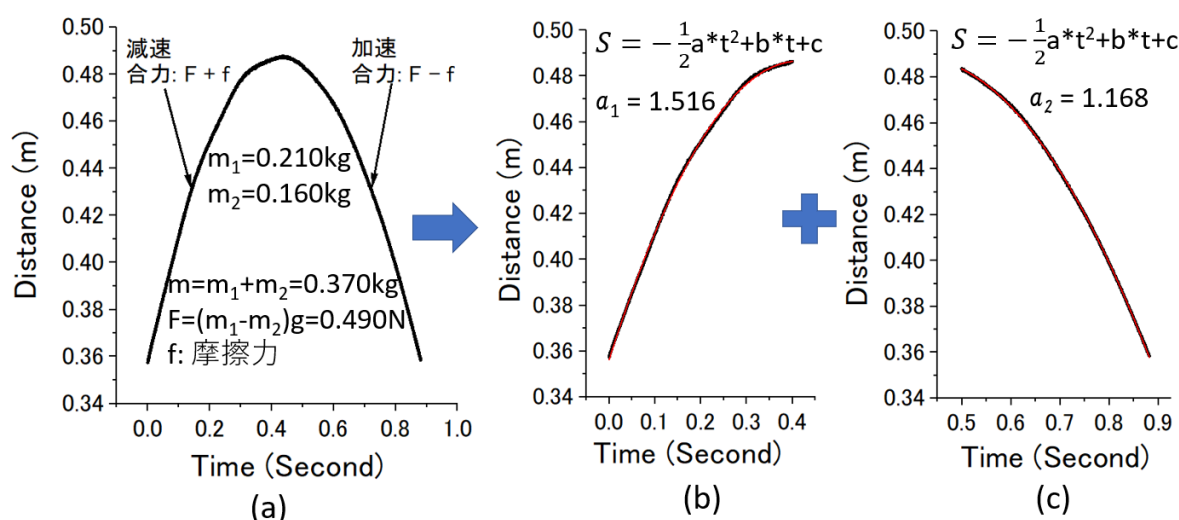


図.17. (a). 時間と距離のグラフ (b). 減速部分とその2次のフィッティング (c). 逆方向への加速度部分とその2次のフィッティング

以上の方法で、減速部と加速部の加速度を測定し、平均加速度を求める。異なる質量と力に対する減速、加速の位置対時間曲線、および二次曲線フィッティングによって得られた加速度の値については、付録2に示されている。

表5は付録2の実験データをまとめたものである。図18は、加速度(a)が力/質量(F/m)に比例して変化する様子と、そのフィッティングラインを示したものである。フィッティングラインから、加速度は力/質量に比例し、フィッティングラインの傾きは 0.994 ± 0.014 と1に非常に近く、フィッティングラインの切片は -0.004 ± 0.035 と0に非常に近い値を示している。したがって、式に表すと次のようになる。

$$a = 0.994 \frac{F}{m} - 0.004 \quad (32)$$

ここで、 m は系の総質量、 F は加えた力である。式(17)のフィッティング結果と比較すると、式(32)はニュートンの第二法則である $a = F/m$ に極めて近い。ゆえに、加速時と減速時の加速度をそれぞれ測定し、それらの平均を用いる方法は有効的であると言える。

表 5. 力、質量、力/質量、加速度の実験データ

力 (N)	質量 (kg)	力/質量 (N/kg)	加速度 a1 (m/s ²)	加速度 a2 (m/s ²)	平均加速度 (m/s ²)
0.392	0.280	1.400	1.600	1.248	1.424
0.784	0.280	2.800	3.216	2.397	2.808
0.980	0.280	3.500	3.756	3.278	3.517
1.176	0.280	4.200	4.563	3.787	4.175
0.490	0.370	1.324	1.516	1.168	1.342
0.490	0.330	1.485	1.663	1.303	1.483
0.490	0.290	1.690	1.858	1.434	1.646
0.490	0.250	1.960	2.153	1.716	1.935
0.490	0.210	2.333	2.493	1.986	2.240
0.490	0.170	2.882	3.203	2.445	2.824

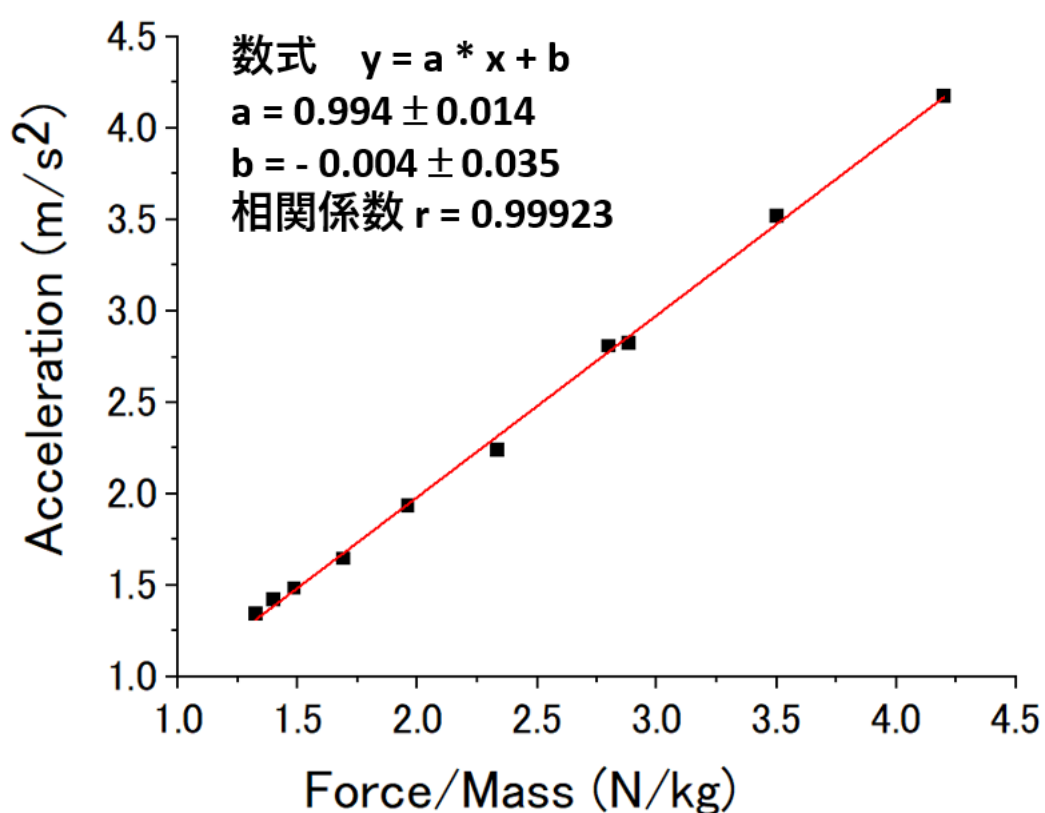


図 18. 力/質量と共に加速度とそのフィッティングライン

5. 滑車質量の影響の考察

図 19 のような滑車と軽い糸で結ばれたおもりから成る装置を考える。右のおもりの質量は m_2 で左のおもりの質量 m_1 より重い ($m_2 > m_1$)。ここで滑車の半径は R 、質量は M で、慣性モーメント I は $\frac{1}{2}MR^2$ である⁷⁾。また、重力加速度を g とする。

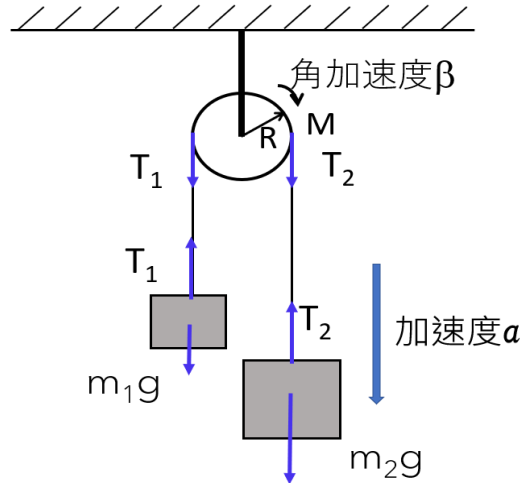


図 19. 滑車による有効質量の計算のための概要図

おもりの加速度を a とし、滑車の角加速度を β とする。張力をそれぞれ T_1 , T_2 とすると、以下のように計算できる。

$$m_2g - T_2 = m_2a \quad (18)$$

$$T_1 - m_1g = m_1a \quad (19)$$

$$I\beta = RT_2 - RT_1 \quad \text{または} \quad \frac{1}{2}MR^2\beta = RT_2 - RT_1 \quad (33)$$

$$R\beta = a \quad \text{を用いて、(33)を変形すると} \quad \frac{1}{2}Ma = RT_2 - RT_1 \quad (34)$$

$$(18) + (19) \text{ より } (m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g - (T_2 - T_1) \quad (35)$$

(34) + (35) より

$$\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)a = (m_2 - m_1)g \quad (37)$$

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{\left(m_1 + m_2 + \frac{1}{2}M\right)} \quad (38)$$

式(38)より、滑車の有効質量は滑車本来の質量の $1/2$ であり、一つの滑車の質量は 1.5 g であるがゆえに、実験で使った 2 つの滑車の総合的な有効質量は 1.5 g である。また、ナイロン糸の質量は 0.3 g であり、レーザ測距センサからのレーザを反射させるために m_1 と m_2 の上に置いた円形の紙二枚の質量は 0.2 g である。したがって、滑車、ナイロン糸、円形の

紙の有効質量の和は 2 g となる。表 6 はこの 2g 分の質量を考慮した、表 5 を修正したものである。

表 6. 2g 分の有効質量を考慮した場合の、表 5 を修正したもの

力 (N)	質量 (kg)	力/質量 (N/kg)	平均加速度(m/s ²)
0.392	0.282	1.390	1.424
0.784	0.282	2.780	2.808
0.980	0.282	3.475	3.517
1.176	0.282	4.170	4.175
0.490	0.372	1.317	1.342
0.490	0.332	1.476	1.483
0.490	0.292	1.678	1.646
0.490	0.252	1.944	1.935
0.490	0.212	2.311	2.240
0.490	0.172	2.849	2.824

図 20 は、加速度が力/質量に比例して変化する様子と、そのフィッティングラインを示したものである。このフィッティングラインから、加速度は力/質量に比例し、傾きは約 1.002 ± 0.013 と 1 に非常に近い。したがって、式に表すと次のようになる。

$$a = 1.002 \frac{F}{m} - 0.005 \quad (39)$$

滑車、糸、円形の紙の有効質量を考慮すると傾きは 0.994 (図 18) から 1.002 に修正される。しかし 2 つの傾きの差は 0.008 であり、これは測定誤差である 0.013 よりも小さい。ゆえに滑車、ナイロン糸、円形の紙による有効質量の影響は無視できると言える。

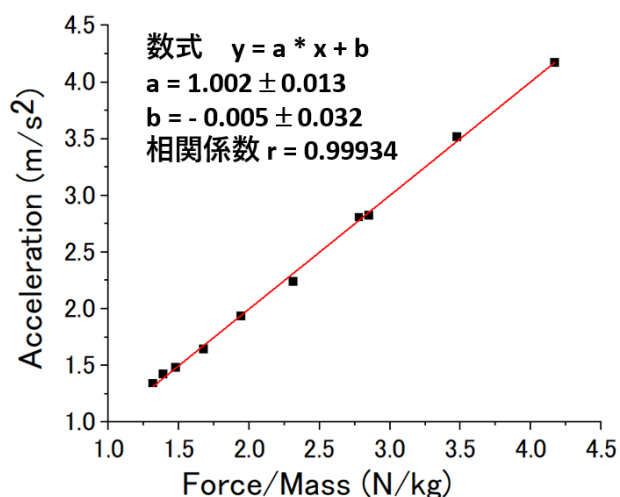


図 20. 滑車、ナイロン糸及び円形の紙の有効質量を考慮したデータによる加速度と力/質量のフィッティングライン

6. 空気浮力と空気抵抗の影響の考察

6.1 空気浮力の影響の考察

空気浮力 F_B は以下の公式によって求めることができる。

$$F_B = \rho g V \quad (40)$$

ここで、 ρ は空気の密度で 1.20 kg/m^3 (20°C) であるとし、 V は物体の体積であるとする。20 g のおもりの体積は約 5 cm^3 なので、空気浮力を計算すると約 $6 \times 10^{-5} \text{ N}$ となり、これは 20 g のおもりの重力(約 0.2 N) よりもはるかに小さいがゆえに、空気の浮力による影響は無視することができると言える。

6.2 空気抵抗の影響の考察

物体の速度が v のとき、空気抵抗 F_D は、物体の抗力係数 C_D と空気の動圧 $0.5\rho v^2$ 及び物体の前方投影面積 S との積であることが分かっている⁸⁾。よって以下の式のようなになる。

$$F_D = C_D \times 0.5\rho v^2 S \quad (41)$$

ここで、抗力係数 C_D は物体の形状により異なる。円板の抗力係数は約 1.15 であり、 ρ は空気の密度で 1.20 kg/m^3 (20°C) であるとする。 S はレーザを反射するための、おもりに取り付けられた紙の面積で約 20 cm^2 であり、物体の終端速度(最大速度) v は約 1 m/s である。よって式(41)より、2枚の紙による空気抵抗 F_D は $2.8 \times 10^{-3} \text{ N}$ となる。合力が 0.5 N のとき、空気抵抗の影響は速度が最大の時で合力の 0.6% であり、実験誤差である 1%(表 2 と表 3) よりも小さい。したがって、空気抵抗の影響は小さいと結論付けることができる。

7. 結論

はじめの、図1のような、滑車の左右にあるおもりの質量の差異によって、力や質量を変化させる実験では、加速度は力に比例し、質量に反比例するという関係性があることを確認することができた。しかし、このデータをもとにたてた運動方程式には定数項が含まれており、また、比例定数も1ではなかった。これは摩擦力や、滑車や糸及びおもりの上に取り付けた紙による質量が影響しているのではないのかと考えた。そこで、摩擦力の影響を削減するために、加速時と減速時の摩擦力の加わる方向の違いに着目し、加速時と減速時のそれぞれの加速度の平均値を求めることで、摩擦力の影響を相殺するという方法を考えた。この考えをもとに構築した実験装置を使用して測定し、そこで得たデータから、 $a = 0.994 \frac{F}{m} - 0.004$ という、ニュートンの運動方程式に非常に近い式を得ることができた。したがってこの独自の方法は有効的であると言える。また、おもり以外の滑車や糸及び紙の質量の影響を考慮すると $a = 1.002 \frac{F}{m} - 0.005$ という運動方程式が得られたが、上記の式と比べて、比例定数の差も、定数項の差も、計測誤差である0.013より小さいので、糸及び紙の質量の影響は無視できると言える。

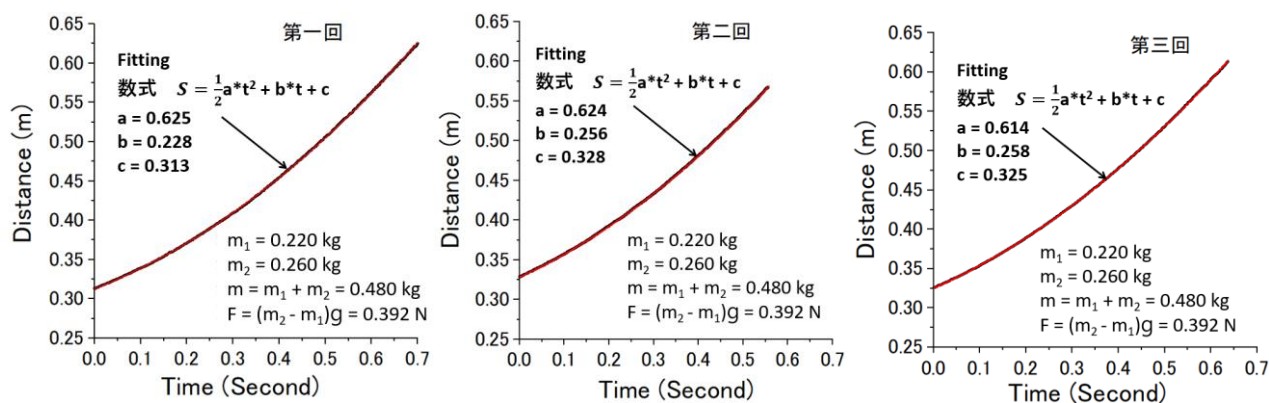
8. 参考・引用資料

- 1). HG-C1400-P, CMOS タイプ マイクロレーザ測距センサ.
https://www3.panasonic.biz/ac/j/search_num/index.jsp?c=detail&part_no=HG-C1400-P
- 2). AI-1608AY-USB, アナログ入力 USB I/O ユニット 8ch(16bit 100ks/s).
<https://www.contec.com/jp/products-services/daq-control/pc-helper/usb-module/ai-1608ay-usb/feature/>
- 3). 川村 康、文東京理科大学川村研究室 著、『理論がわかる力と運動の手づくり実験』, 2014 年
- 4). 石原 武司, “生徒実験「運動の法則」の改善”, 『物理教育』, 第 66 巻, 24-27, 2018 年
- 5). 羽山 博 著, 『やさしく学ぶ データ分析に必要な統計の教科書』, 2018 年。
- 6). 北野 芳徳 著, 『測量の誤差と最小二乗法』, 1980 年。
- 7). 石川 裕 著, 『弱点克服大学生の初等力学』, 2015 年
- 8). 五十嵐 保、石綿 良三, “空気抵抗を受ける鈍い物体の落下運動に関する解析と実験”, 日本流体力学会誌, 『ながれ 35』, 45-49, 2016 年

付録 1. はじめの加速だけによる実験の結果

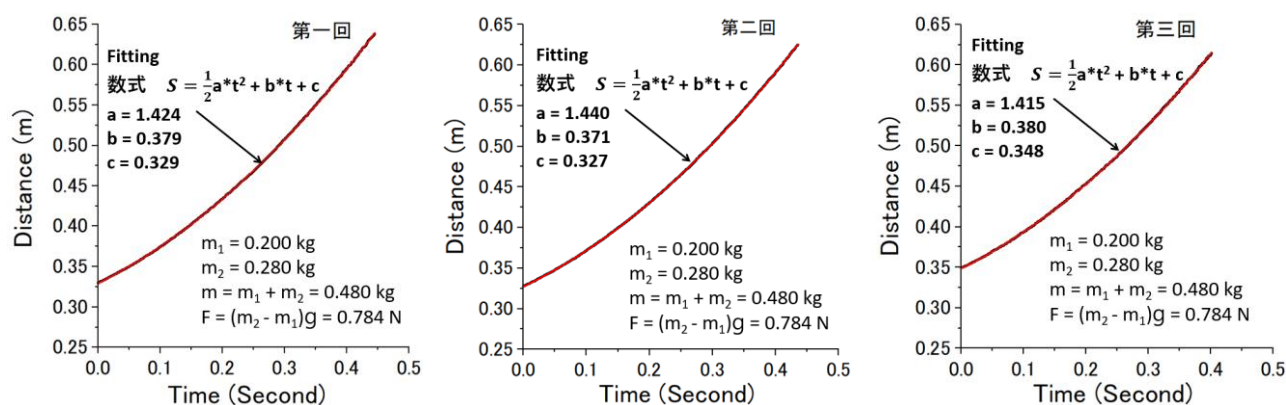
(a). 質量が一定で力を変化させたときの加速度の測定データ

付図 1 は、 $m_1 = 0.220$ kg、 $m_2 = 0.260$ kg の場合の、時間とともに変化する変位の 3 回の測定結果である。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ が 0.392 N となる。平均値は 0.621 m/s²、標準偏差は 0.006 m/s² となる。



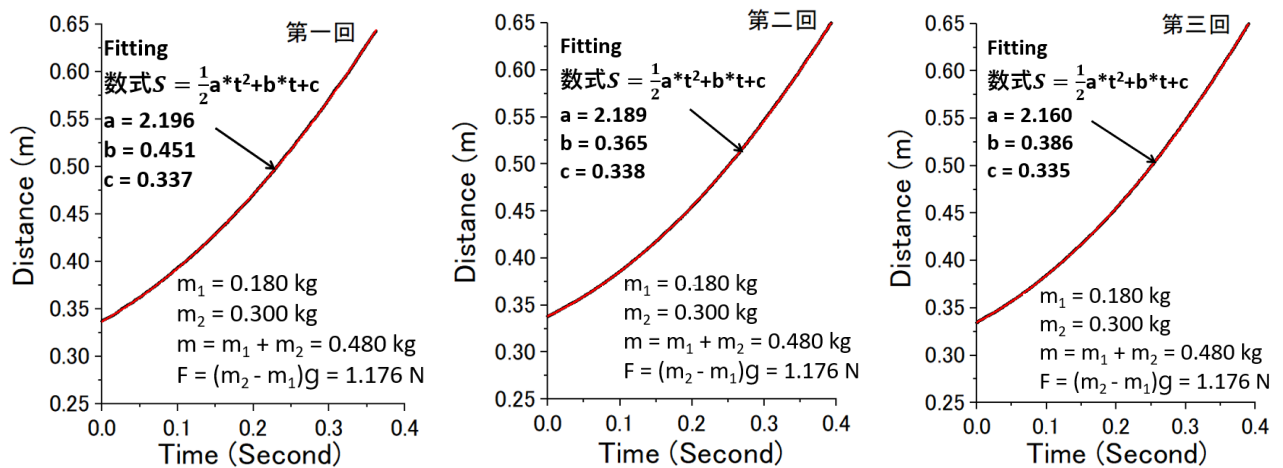
付図 1. 質量 0.480 kg、力 0.392 N の場合の時間とともに変化する変位の 3 回分の測定結果

付図 2 は、 $m_1 = 0.200$ kg、 $m_2 = 0.280$ kg の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ は 0.480 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ が 0.784 N となる。平均値は 1.426 m/s²、標準偏差は 0.013 m/s² となる。



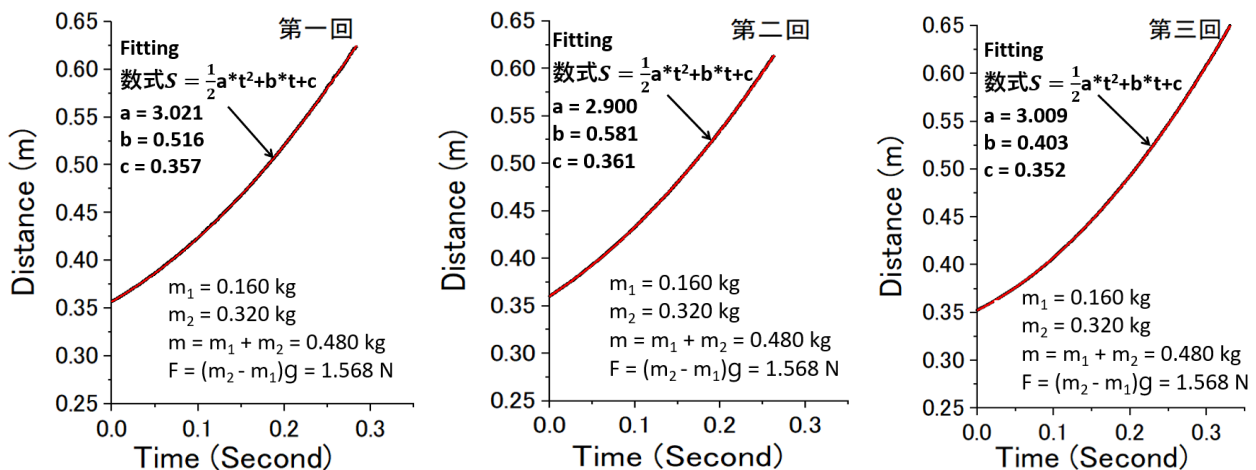
付図 2. 質量 0.480 kg、力 0.784 N の場合の時間とともに変化する変位の 3 回分の測定結果

付図 3 は、 $m_1 = 0.180 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.300 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 1.176 N となる。平均値は 2.182 m/s^2 で、標準偏差は 0.019 m/s^2 である。



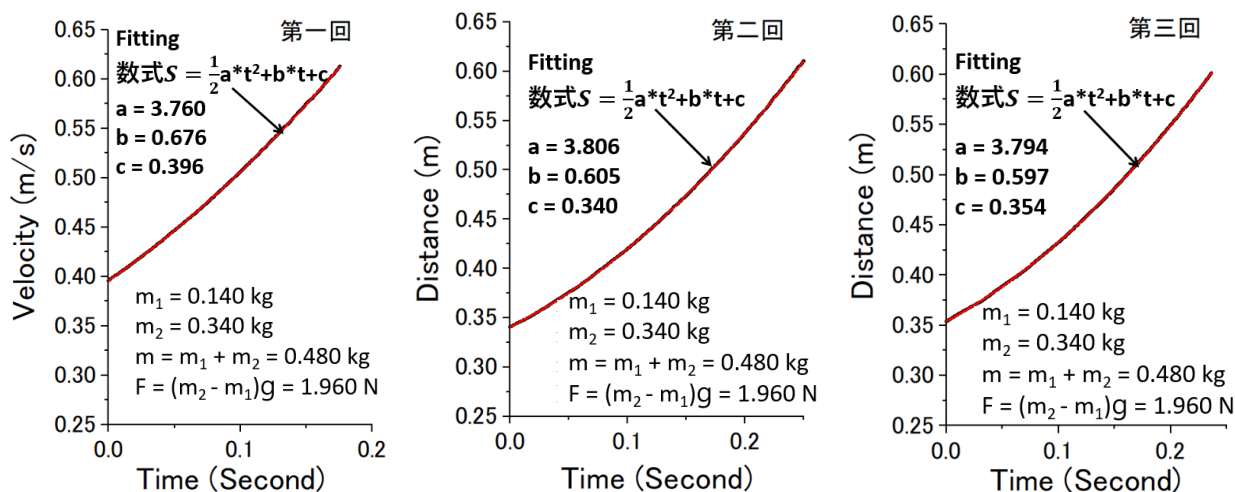
付図 3. 総質量 0.480 kg 、力 1.176 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回の測定結果。

付図 4 は、 $m_1 = 0.160 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.320 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 1.568 N となる。平均値は 2.977 m/s^2 、標準偏差は 0.067 m/s^2 となる。



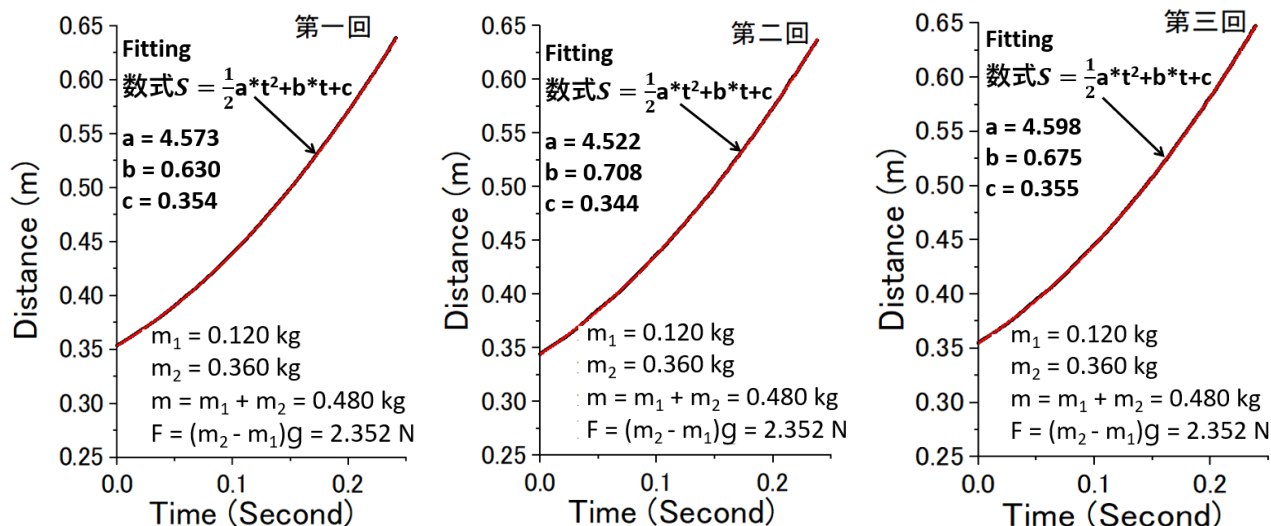
付図 4. 総質量 0.480 kg 、力 1.568 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回の測定結果

付図 5 は、 $m_1 = 0.140 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.340 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 1.960 N となります。平均値は 3.787 m/s^2 で、標準偏差は 0.024 m/s^2 である。



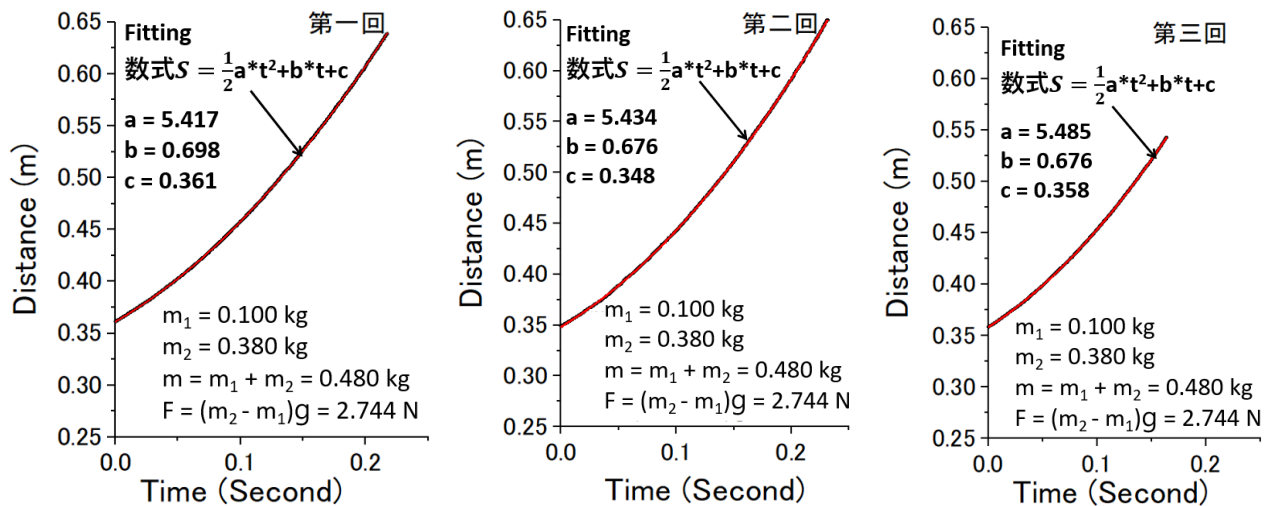
付図 5. 全質量 0.480 kg 、力 1.960 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回分の測定

付図 6 は、 $m_1 = 0.120 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.360 \text{ kg}$ の場合で、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 2.352 N となる。平均値は 4.564 m/s^2 、標準偏差は 0.039 m/s^2 となる。



付図 6. 全質量 0.480 kg 、力 2.352 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回分の測定

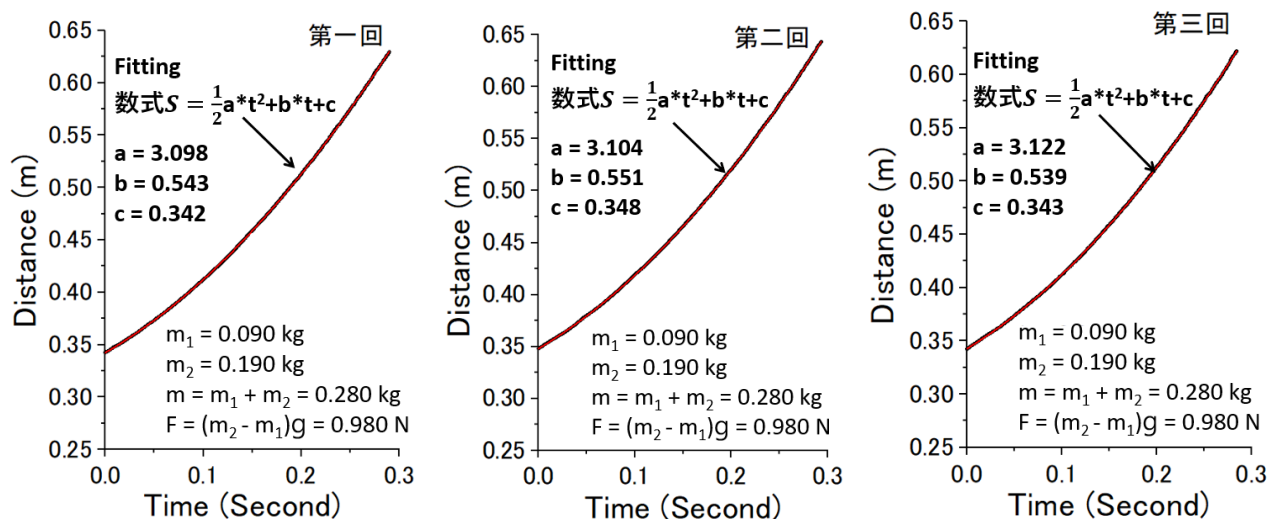
付図7は、 $m_1 = 0.100 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.380 \text{ kg}$ の場合で、時間とともに変化する変位を3回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ が 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 2.744 N となる。平均値は 5.445 m/s^2 で、標準偏差は 0.035 m/s^2 である。



付図7. 全質量 0.480 kg 、力 2.744 N の場合、時間とともに変化する変位の3回分の測定

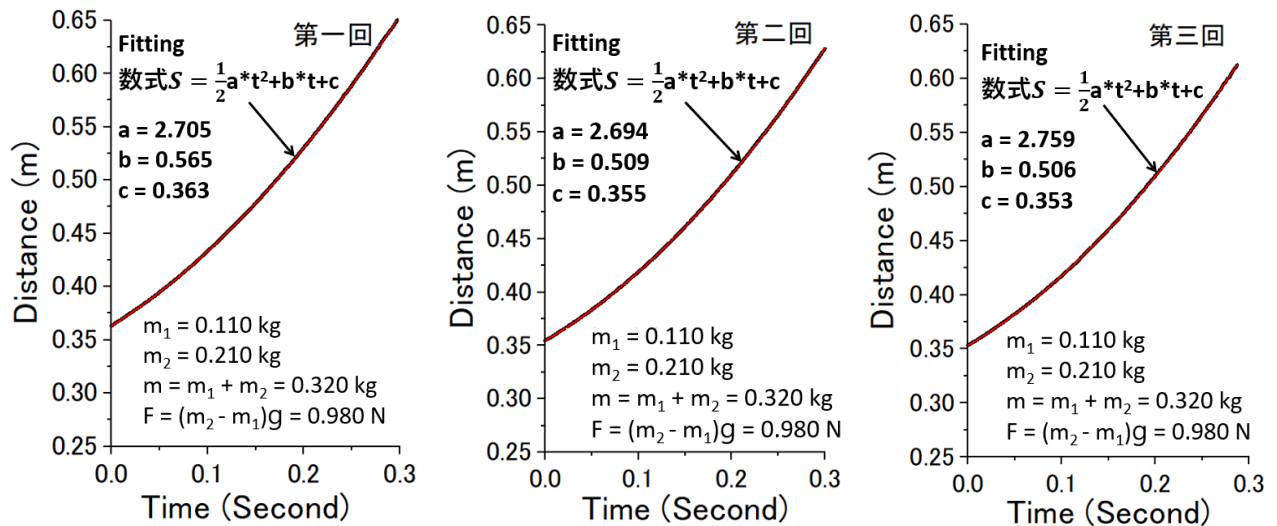
(b). 力の大きさを一定にし、質量を変化させたときの加速度の測定データ

付図8は、 $m_1 = 0.090 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.190 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を3回測定したものである。これは時間とともに変化する変位を3回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ は 0.280 kg 、力は $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.980 N です。平均値は 3.108 m/s^2 で、標準偏差は 0.012 m/s^2 である。



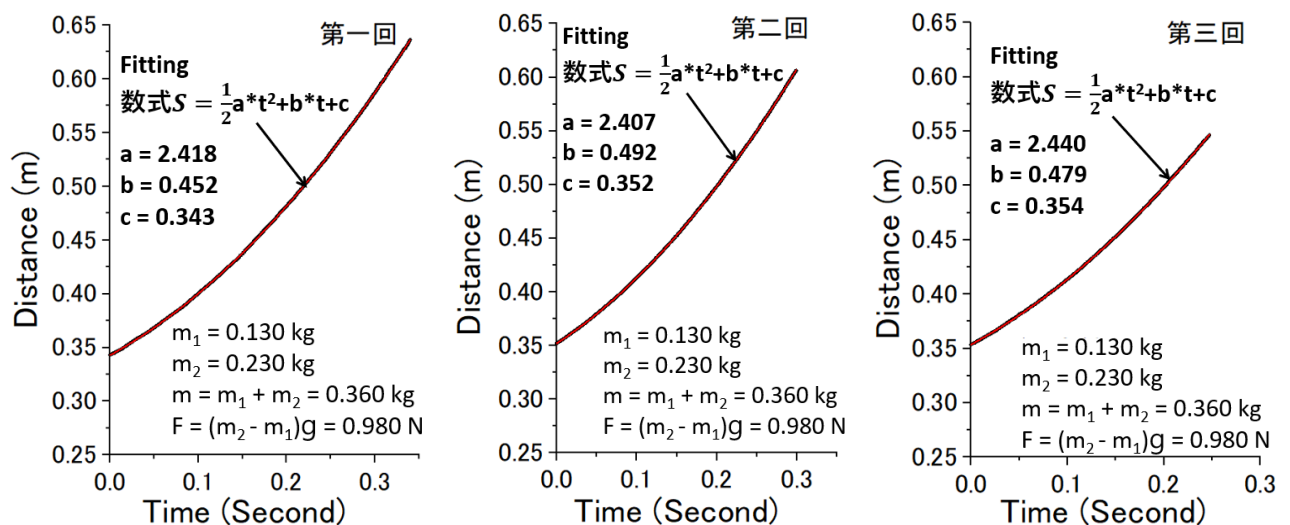
付図8. 全質量 0.280 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の3回分の測定

付図 9 は、 $m_1 = 0.110 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.210 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。質量 $m = m_1 + m_2$ の合計は 0.320 kg 、力は $F = (m_2 - m_1)g$ が 0.980 N となる。平均値は 2.719 m/s^2 で、標準偏差は 0.035 m/s^2 である。



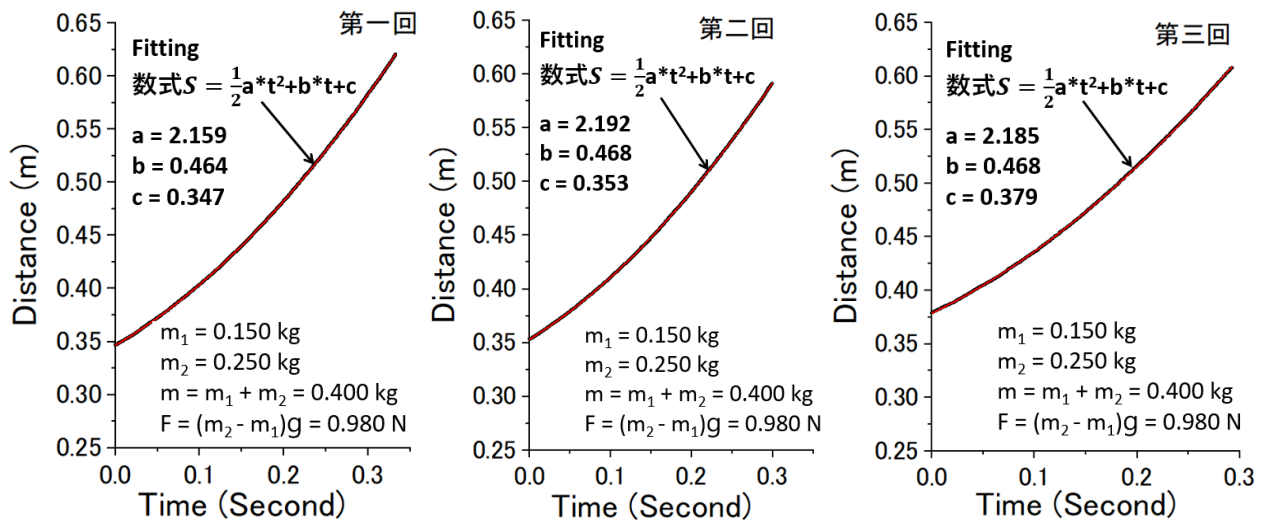
付図 9. 全質量 0.320 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の 3 回分の測定

付図 10 は、 $m_1 = 0.130 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.230 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。質量 $m = m_1 + m_2$ の合計は 0.360 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.980 N である。平均値は 2.422 m/s^2 で、標準偏差は 0.017 m/s^2 である。



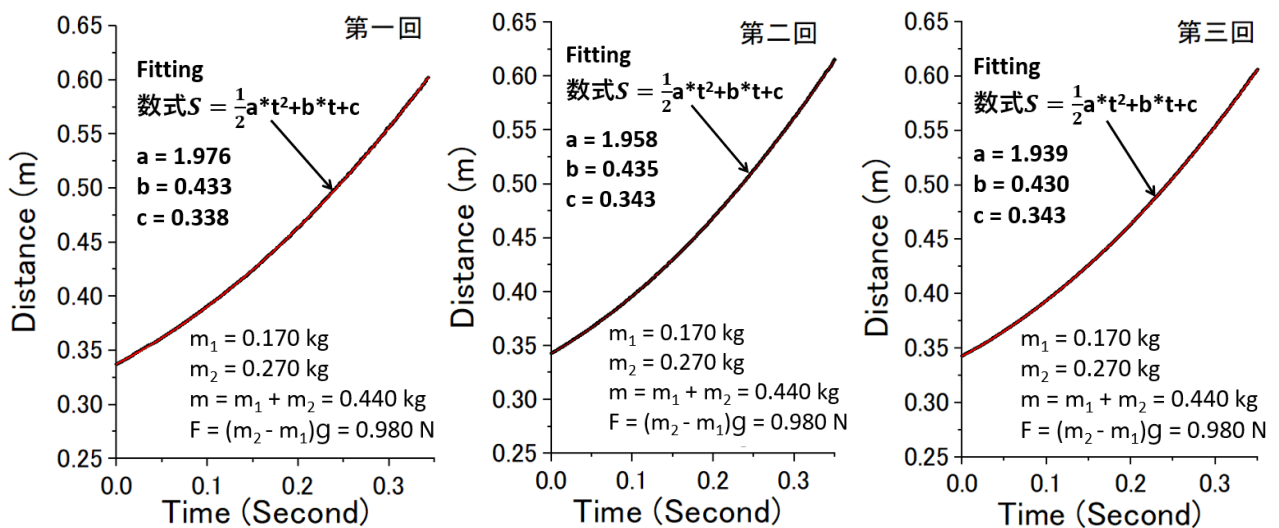
付図 10. 全質量 0.360 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の測定

付図 11 は、 $m_1 = 0.150 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.250 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。質量 $m = m_1 + m_2$ の合計は 0.400 kg で、力は $F = (m_2 - m_1)g$ が 0.980 N である。平均値は 2.179 m/s^2 、標準偏差は 0.017 m/s^2 となる。



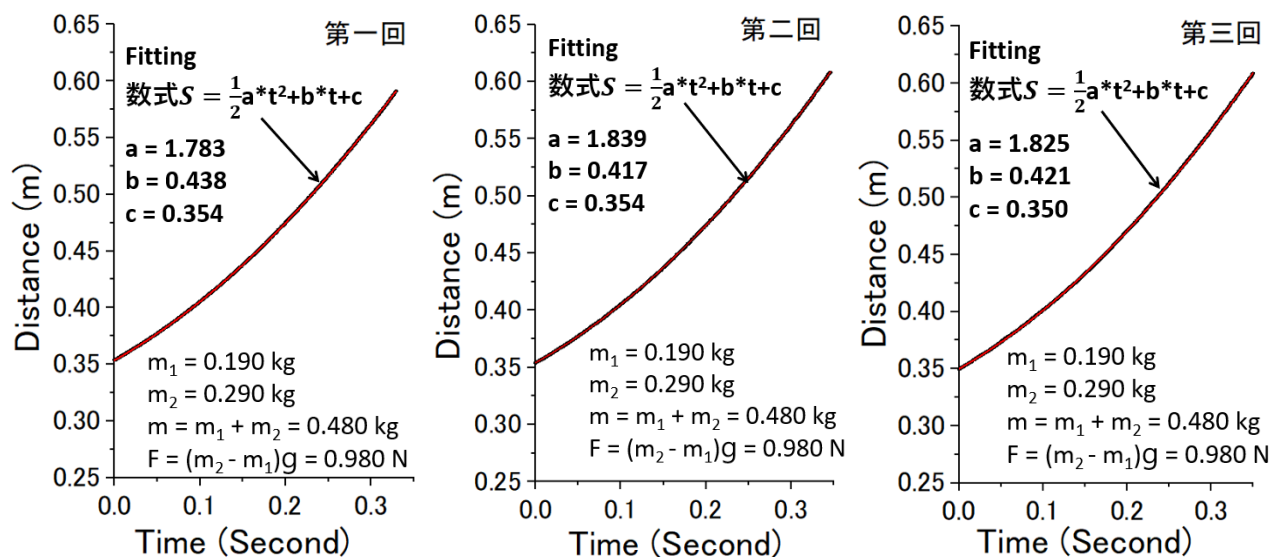
付図 11. 全質量 0.400 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の測定

付図 12 は、 $m_1 = 0.170 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.270 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。総質量 $m = m_1 + m_2$ は 0.440 kg 、力は $F = (m_2 - m_1)g$ が 0.980 N である。平均値は 1.958 m/s^2 、標準偏差は 0.019 m/s^2 となる。



付図 12. 全質量 0.440 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の測定

付図 13 は、 $m_1 = 0.190 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 0.290 \text{ kg}$ の場合に、時間とともに変化する変位を 3 回測定したものである。質量 $m = m_1 + m_2$ の合計は 0.480 kg 、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.980 N となる。平均値は 1.816 m/s^2 、標準偏差は 0.029 m/s^2 となる。

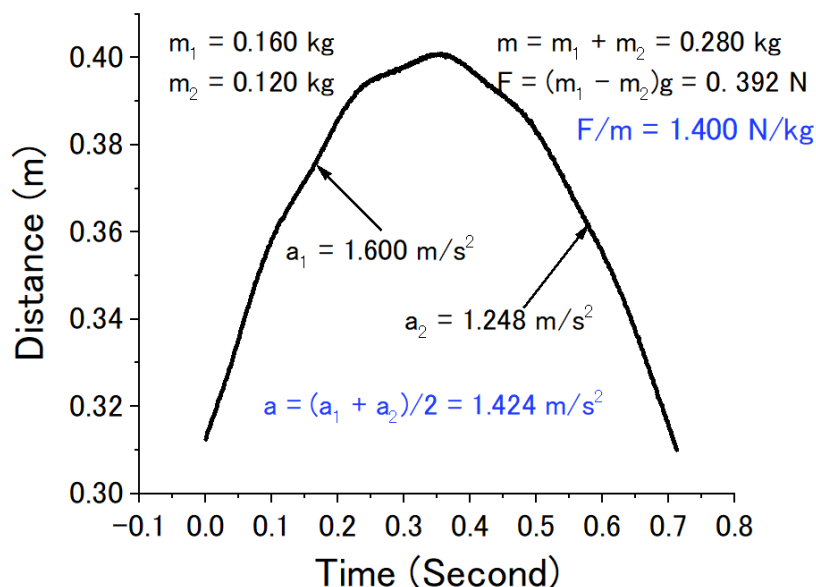


付図 13. 全質量 0.480 kg 、力 0.980 N の場合、時間とともに変化する変位の測定

付録 2. 減速と加速によって摩擦力の影響を減少させる実験の結果

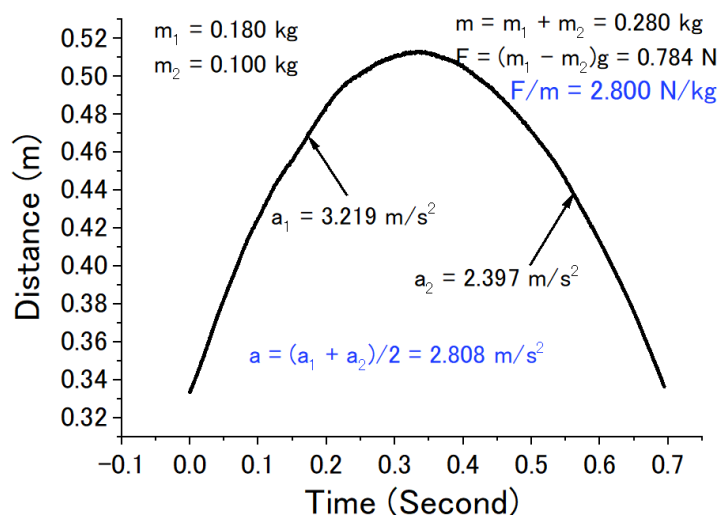
(a). 質量が一定で力を変化させたときの加速度の測定データ

付図 14 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.160 kg、 m_2 が 0.120 kg であることを示している。総質量 m は 0.280 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.392 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 1.600 m/s^2 、加速部の加速度は 1.248 m/s^2 なので、平均加速度は 1.424 m/s^2 となる。



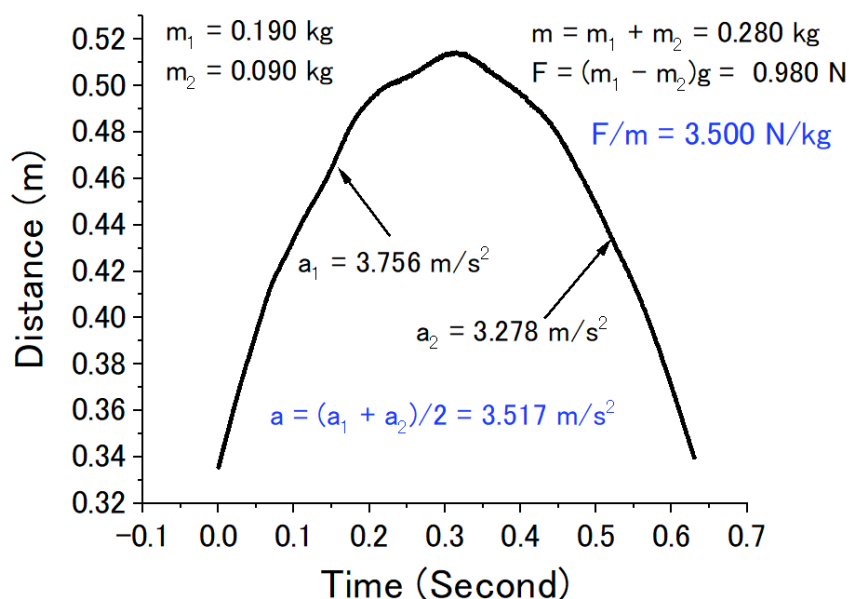
付図 14. m_1 が 0.160 kg、 m_2 が 0.120 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 15 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.180 kg、 m_2 が 0.100 kg であることを示している。総質量 m は 0.280 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.784 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 3.219 m/s^2 、加速部の加速度は 2.397 m/s^2 となり、平均加速度は 2.808 m/s^2 となる。



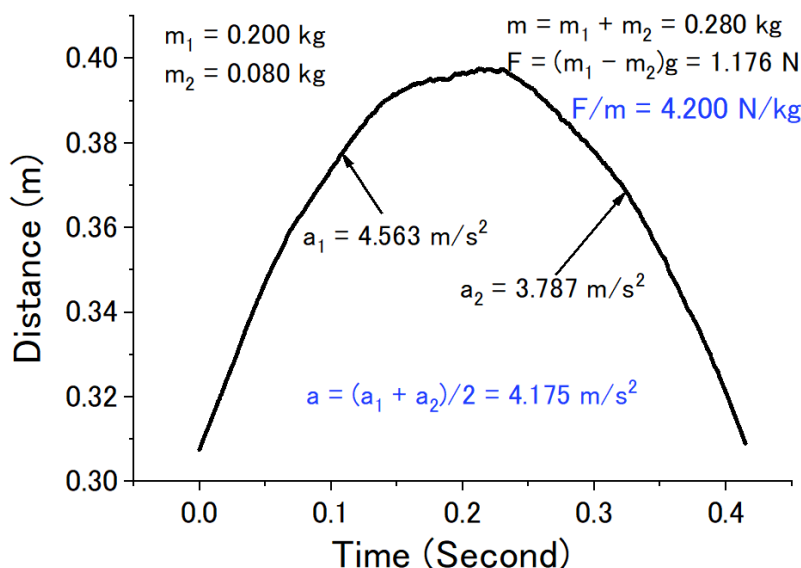
付図 15. m_1 が 0.180 kg、 m_2 が 0.100 kg の時の時間と距離のグラフ

付図 16 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.190 kg、 m_2 が 0.090 kg であることを示している。総質量 m は 0.280 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.980 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 3.756 m/s^2 、加速部の加速度は 3.278 m/s^2 となり、平均加速度は 3.517 m/s^2 となる。



付図 16. m_1 が 0.190 kg、 m_2 が 0.090 kg のとき、時間と距離のグラフ

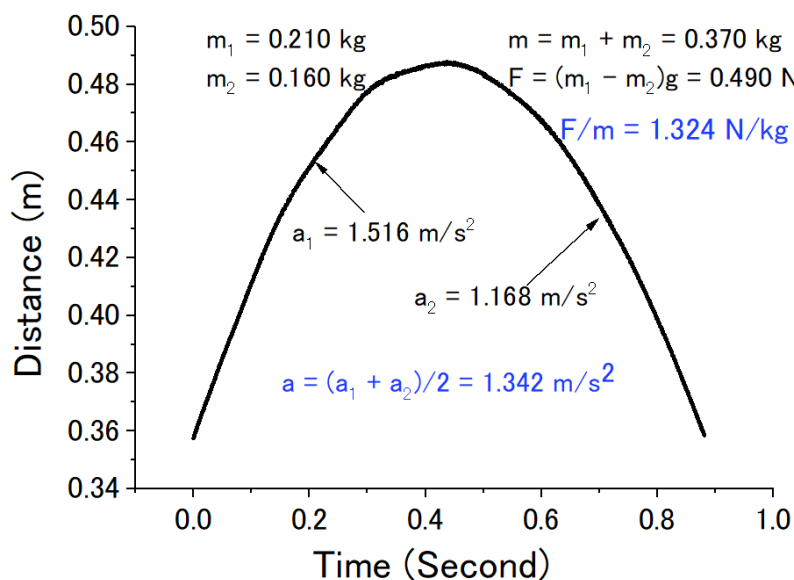
付図 17 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.200 kg、 m_2 が 0.080 kg であることを示している。総質量 m は 0.280 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 1.176 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 4.563 m/s^2 、加速部の加速度は 3.787 m/s^2 となり、平均加速度は 4.175 m/s^2 となる。



付図 17. m_1 が 0.200 kg、 m_2 が 0.080 kg のときの時間と距離のグラフ

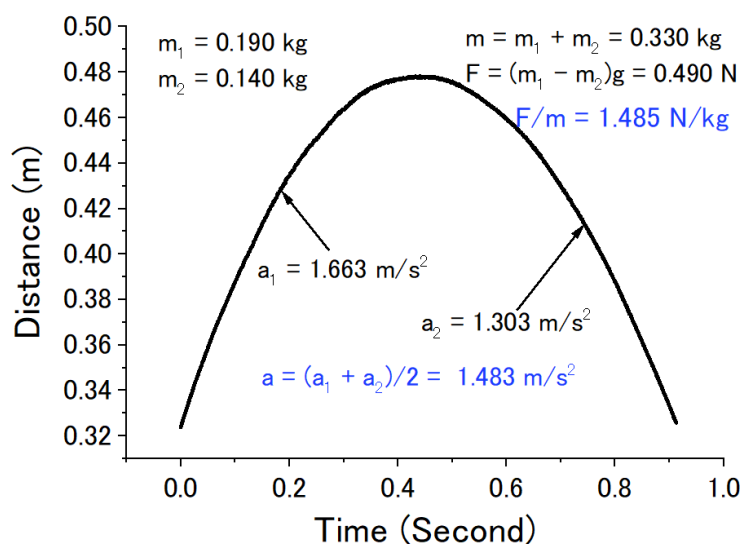
(b). 力の大きさを一定にし、質量を変化させたときの加速度の測定データ

付図 18 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.210 kg、 m_2 が 0.160 kg となっている。総質量 m は 0.370 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 1.516 m/s^2 、加速部の加速度は 1.324 m/s^2 となり、平均加速度は 1.342 m/s^2 となる。



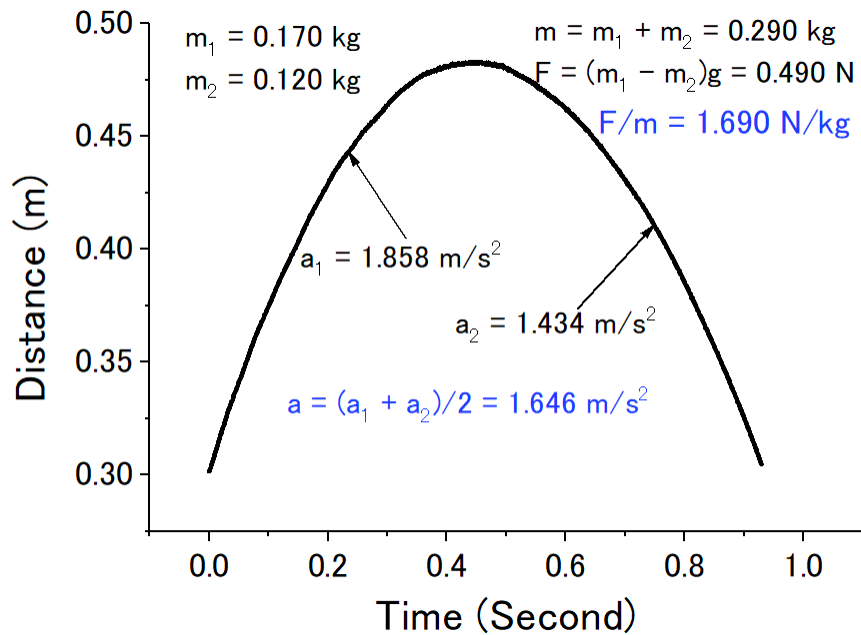
付図 18. m_1 が 0.210 kg、 m_2 が 0.160 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 19 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.190 kg、 m_2 が 0.140 kg となっている。総質量 m は 0.330 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 1.663 m/s^2 、加速部の加速度は 1.303 m/s^2 となり、平均加速度は 1.483 m/s^2 となる。



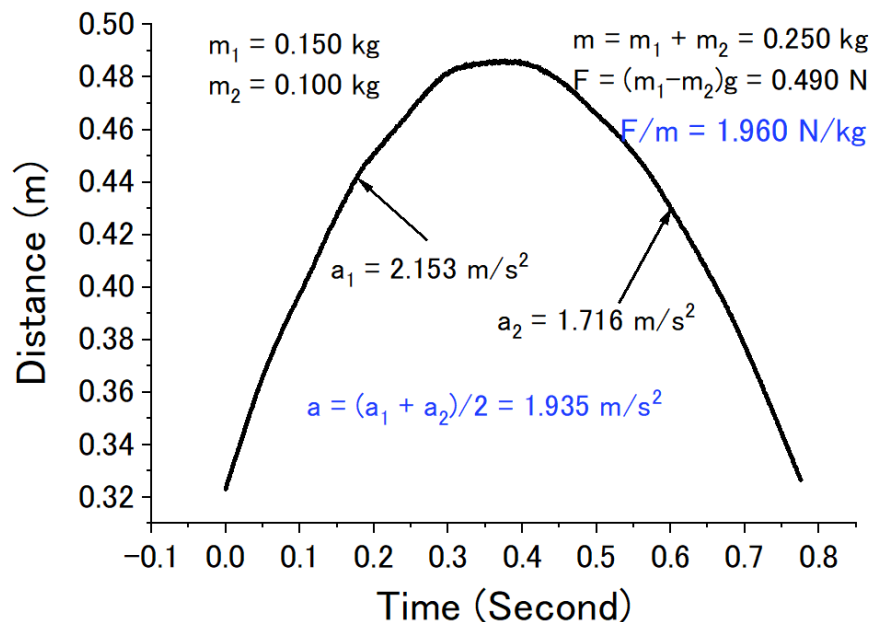
付図 19. m_1 が 0.190 kg、 m_2 が 0.140 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 20 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.170 kg、 m_2 が 0.120 kg であることを示している。総質量 m は 0.290 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 1.858 m/s^2 、加速部の加速度は 1.434 m/s^2 となり、平均加速度は 1.646 m/s^2 となる。



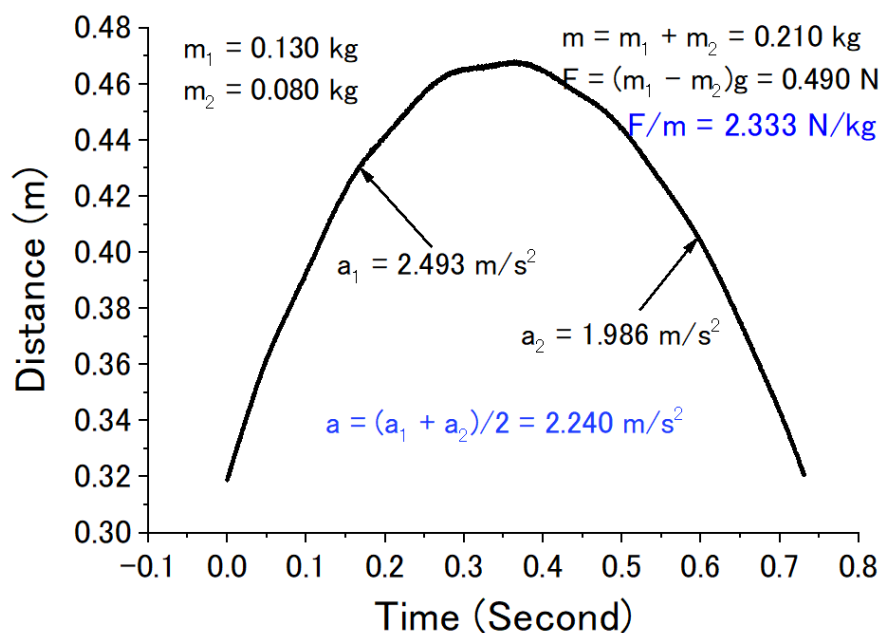
付図 20. m_1 が 0.170 kg、 m_2 が 0.120 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 21 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.150 kg、 m_2 が 0.100 kg の場合である。総質量 m は 0.250 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 2.153 m/s^2 、加速部の加速度は 1.716 m/s^2 となり、平均加速度は 1.935 m/s^2 となる。



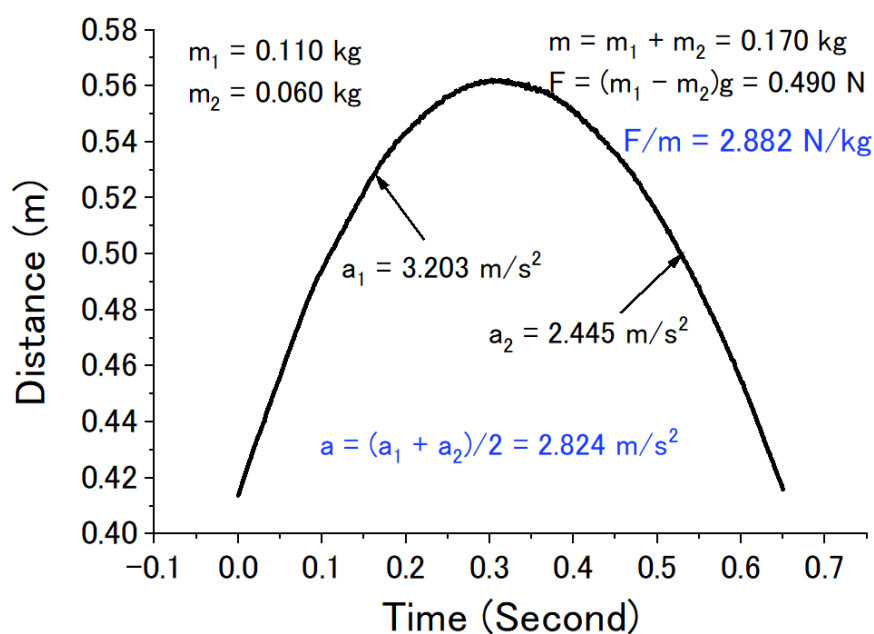
付図 21. m_1 が 0.150 kg、 m_2 が 0.100 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 22 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.130 kg、 m_2 が 0.080 kg であることを示している。総質量 m は 0.210 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 2.493 m/s^2 、加速部の加速度は 1.986 m/s^2 となり、平均加速度は 2.240 m/s^2 となる。



付図 22. m_1 が 0.130 kg、 m_2 が 0.080 kg のときの時間と距離のグラフ

付図 23 は、時間とともに変化する距離 m_1 が 0.110 kg、 m_2 が 0.060 kg となっている。総質量 m は 0.170 kg、力 $F = (m_2 - m_1)g$ は 0.490 N である。2 次のフィッティングを用いると、減速部の加速度は 3.203 m/s^2 、加速部の加速度は 2.445 m/s^2 となり、平均加速度は 2.824 m/s^2 となる。



付図 23. m_1 が 0.110 kg、 m_2 が 0.060 kg のときの時間と距離のグラフ