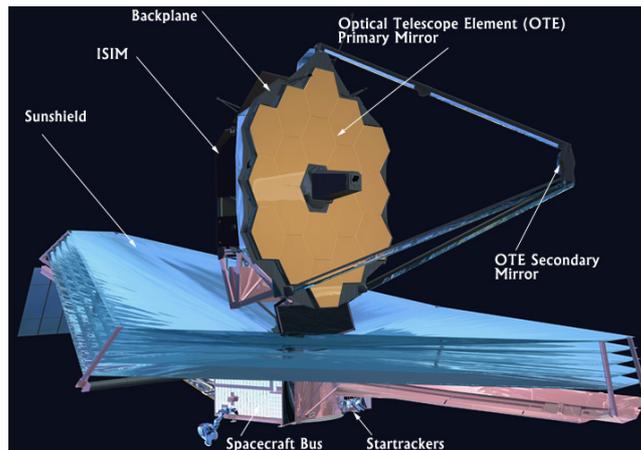


ジェームス・ウェッブ宇宙望遠鏡 (12 点)

ジェームス・ウェッブ宇宙望遠鏡の物理を問う問題である。星からの光は、面積 $A_{\text{mirror}} = 25 \text{ m}^2$ の主鏡に当たり、副鏡で反射する。システムの焦点距離は $f = 130 \text{ m}$ である。光は、CCD (charged-coupled device) カメラの入った ISIM (Integrated Science Instrument Module) に集光される。



画像引用元: NASA

Part A. 星のイメージング (1.8 点)

最も近い赤色巨星は、距離 89 光年で、温度 $T_{\text{star}} = 3600 \text{ K}$, 直径 $d_o = 1.7 \times 10^{11} \text{ m}$ である。

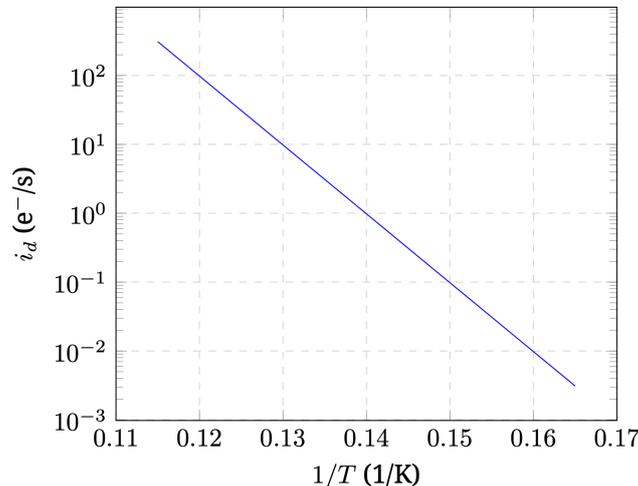
- | | | |
|------------|---|-------|
| A.1 | CCD カメラ撮像面上の星の像の直径を計算せよ。 | 0.4pt |
| A.2 | CCD カメラ撮像面上の回折による像のボケ（分解能を与える）の直径を見積もれ。赤色巨星からの強度が最も強い波長 $\lambda = 800 \text{ nm}$ を想定せよ。 | 0.4pt |
| A.3 | CCD が冷却されず、撮像面の上からの放射によってのみ熱を失う場合、赤色巨星の像の位置での CCD の平衡温度はどうか？ CCD の表面は黒体であると仮定する。計算式と数値評価を求めよ。 | 1.0pt |

Part B. 光子のカウント (1.8 点)

CCD カメラで光子が吸収されると、装置内で電子が放出される。この現象は、光子がエネルギーギャップ ΔE_g を越えて電子を励起するのに十分なエネルギーを持っている場合にのみ発生する。十分なエネルギーを持つ光子はすべて変換が成功すると仮定する。また、CCD カメラの温度によってギャップを越えて電子が漏れることがある。これは暗電流 i_d と呼ばれ、1 秒あたりの電子の数で測定される。これは温度の関数で、次の式で表される。

$$i_d = i_0 e^{-|\Delta E_g|/6k_B T}. \quad (1)$$

ここで i_0 は定数である。



グラフは、暗電流が温度によってどのように変化するかを示している。暗電流の単位 e^-/s は、1秒間に何個の電子がカウントされるかである。

- B.1** 暗電流のグラフから、画素上の電子をちょうど励起できるような遠方の光子発生源の温度を、1桁のオーダーで推定せよ。 0.4pt

電子はコンデンサーに集められ、露光時間 τ の後、電子はカウントされる。このプロセスには、3つの主要な不確かさがある。読み出しノイズと呼ばれる計数プロセスの固定的な不確かさ、暗電流に関連するポアソン分布誤差、検出された入射光子に関連するポアソン分布誤差の3つである。ポアソン分布誤差は、あるプロセスに関連するカウント数の平方根に等しい。測定された光子数は、コンデンサー内の電子数から暗電流に関連する電子数を差し引いたものに等しい。

- B.2** 読み出しノイズ σ_r 、暗電流 i_d 、入射光子レート p 、露光時間 τ であるとき、総カウント数の不確かさ σ_t の式を書き下せ。 0.4pt

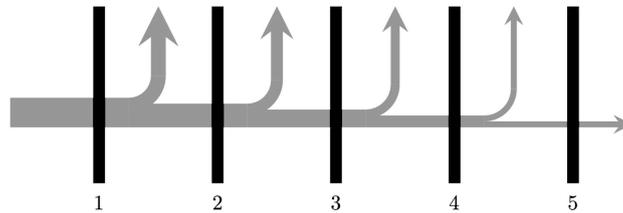
このパートの残りの問題では、露光時間を $\tau = 10^4$ s、読み出しノイズを固定の $\sigma_r = 14$ と仮定する。

- B.3** 動作温度は $T_p = 7.5$ K と仮定する。光子の数がカウントの不確かさの10倍となるような、最小の光子レート p を計算せよ。 0.5pt

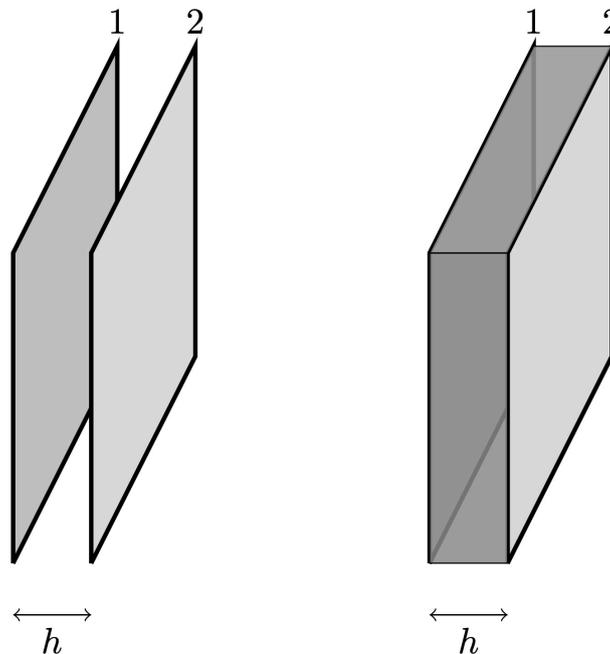
- B.4** すべての光子がちょうどバンドギャップを越えて電子を励起することができると仮定すると、主鏡上における B.3 で議論した光子の源の強度はどれくらいか？ 答を W/m^2 の単位で表せ。 0.5pt

Part C. 受動的冷却 (4.4 点)

赤外線 CCD カメラは低温に保たなければならない。最初の装置は、太陽の放射を防ぐためのシールドである。太陽のシールドは、5つの薄いシート(黒)からなる反射層からなる。太陽からの放射エネルギー(灰)は左の第1シートに入射し、あるエネルギーはシートの間から逃げていく。



エネルギーの流れの模式図：縦線（黒）はシート、エネルギーの流れ（灰）は左から右へ。ただし、シートとシートの間では、一部のエネルギーは上へ流れ、空間へ出ていく。



左図は、隣接する2枚のシート1, 2が距離 h で離れたシンプルなモデル。シートは接続されておらず、周囲は空間に開かれている。シートは平行であると仮定する。熱放射はシート間で交換され、熱放射は周囲の隙間を通して逃げる事ができる。右図では、視覚化しやすいように外周部の隙間に影を付けている。

以下のように単純化を仮定する。

- シートは正方形で、それぞれの面積は $A_{\text{sheet}} = 200 \text{ m}^2$ とする。
- シートは平行で、周囲に $h = 25 \text{ cm}$ の間隔がある。
- シートは一定の放射・吸収率 $\epsilon \ll 1$ を持つ。シート表面からの反射はすべて拡散的であると仮定する。
- シートは薄く、表面と裏面の温度は等しく、均一である。
- あるシートから放射された放射フラックスのうち、隣のシートに吸収される割合は $\alpha \leq 1$ である。つまり、図のシート1がシート2に向かって熱量 Q_1 を放出すると、シート2はシート1から量 αQ_1 を吸収することになる。
- 2枚のシートの間周囲ギャップから放出される放射フラックスの量は、 βQ_{12} で近似される。ここで、 αQ_{12} は、2枚のシート間の正味のフラックスである。 $\beta < 1$ である。これは、2枚のシートの間の空間

への熱損失は、シート間の正味の熱交換に比例すると言っているのと同じである。これは、この問題に対するおおまかな近似である。

- 空間の背景温度は無視できるほど低い。

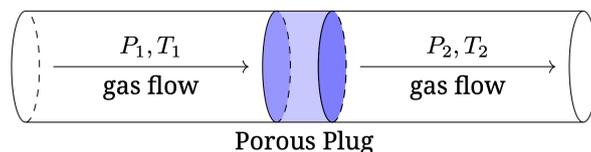
C.1 入射太陽放射強度 I_0 , 定数 α と β , および必要な物理定数を用いて、1 枚目と 5 枚目の平衡温度の式を導出せよ。式を簡単にするため、他の定数を α, β などで定義してよい。 2.4pt

C.2 放射・吸収率を $\epsilon = 0.05$ と仮定して、シートの形状に関する情報から、 α と β の数値評価を導け。上のシートの長方形の箱のモデルは、外周部が放射エネルギーの完全な吸収体として効果的に働くので、検討することを勧める。 1.6pt

C.3 シート 1 とシート 5 の温度を数値的に求めよ。太陽エネルギー強度は $I_0 = 1360 \text{ W/m}^2$ とする。 0.4pt

Part D. 極低温冷却 (4 点)

冷却システムの最終段階では、CCD カメラを直接冷却する。閉サイクル冷凍システムは、一定圧力 P_1 のヘリウムガスをスポンジ状の多孔質プラグを通して一定圧力 P_2 のパイプに移動する供給パイプラインを持つ。パイプは CCD を冷却するため、ガスを運び込む。ヘリウムガスはその後、ポンプを通過して供給ラインに戻る。



圧力 P_1 と温度 T_1 のヘリウムガスが左から供給され、プラグを通して、圧力 P_2 と温度 T_2 の右側へ押し出されていく。

ガスが多孔質プラグ内を移動する際、スポンジの狭い流路壁との粘性摩擦が重要な影響を与えるようになるが、このプロセスではガスとの間で熱の移動はない。領域 2 でのガスのバルク速度は、領域 1 でのバルク速度よりわずかに大きいだけである。

ヘリウムは理想気体ではないが、この過程では気体の状態を保つ。

D.1 左から右へプラグを通過する気体 1 モルを考えよう。大小がある量を示す場合には「>」または「<」を、等しくなければならない量を示すために「=」を、他の多くの情報がなければどちらが大きいか等しいかわからない場合は「?」を記入して、解答用紙の表を完成させよ。 1.0pt

D.2 1 モルの気体がプラグの中を移動するときの、 U (内部エネルギー)、 P (圧力)、 V (体積) から構成される保存量を特定せよ。この保存量をどのように導き出したか、過程を示せ。 0.6pt

あなたの解答用紙には、ヘリウムの質量あたりの体積に対する質量あたりの内部エネルギーのグラフがあり、等温線とエントロピー一定の線が描かれている。

D.3 $V_2 = 0.100 \text{ m}^3/\text{kg}$ と $T_2 = 7.5 \text{ K}$ を仮定して、グラフを用いて、Part D.2 で議論した保存量の数値評価値を求めよ。グラフ上に作図を示せ。 1.4pt

D.4 T_1 の最大可能温度を求めよ。グラフ上に作図を表示せよ。 0.8pt

D.5 D.4 で議論した最大値 T_1 のあなたの評価値を仮定し、 P_1 の数値評価を求めよ。 0.2pt