

# 物理チャレンジ 理論問題解答

## 第1問

[ ]

問1 点Bに置かれた時計で時刻 $t_B$ にBから発せられた光を点Aの時計で観測する時刻 $t'_A$ は、

$$t'_A = t_B + \frac{l}{c}$$

$$= \left( t_A + \frac{l}{c} \right) + \frac{l}{c} = t_A + \frac{2l}{c}$$

となる。

一方、時刻 $t_A$ に点Aから発せられた光が点Bに置かれた鏡で反射し、点Aで反射光を観測する時刻 $t''_A$ は、光がA、B間を往復する時間 $t = \frac{2l}{c}$ を用いて、

$$t''_A = t_A + t = t_A + \frac{2l}{c} = t'_A$$

[ ]

問2 点Oで発せられた光が先端Aに達するまでの間に、Aは距離 $vT_A$ だけ前方へ進むから(図a)、

$$cT_A = L + vT_A$$

$$T_A = \frac{L}{c-v}$$

光が後端Bに達するまでの時間 $T_B$ は、

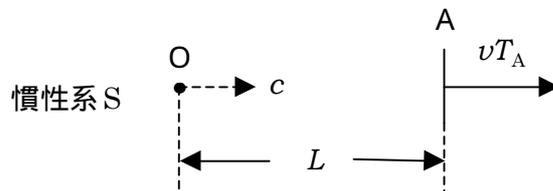
$$cT_B = L - vT_B$$

$$T_B = \frac{L}{c+v}$$

これより、求める時間差

$DT$ は、

$$DT = T_A - T_B = \frac{L}{c-v} - \frac{L}{c+v} = \frac{2Lv}{c^2 - v^2} = \frac{\frac{v}{c}}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{2L}{c}$$



図a

問3 慣性系Sで観測すると、光は前方へ $cT_A$ だけ進み、後方へ $cT_B$ だけ進むから、求める距離 $L_0$ は、

$$L_0 = \frac{c(T_A + T_B)}{2} = \frac{c^2 L}{c^2 - v^2} = \frac{L}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

問4  $L = kL'$ とおく。慣性系Sで見ると、長さ $2L'$ の電車が速さ $v$ で右向きに動いてい

るときの長さが  $2L$  である。慣性系  $S'$  で見ると、長さ  $2L_0$  の棒が速さ  $v$  で左向きに動いているときの長さが  $2L'$  であるから、

$$L' = kL_0$$

が成り立つ。よって、

$$L = kL' = k^2 L_0 \quad k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

これより、( ) 式を得る。

問5 慣性系  $S'$  の時計で、点  $O$  から発せられた光が先端  $A$  あるいは後端  $B$  で反射した光を観測するまでの時間  $T'$  は、

$$T' = \frac{2L'}{c}$$

であり、慣性系  $S$  の時計で計った時間  $T$  は、( ) 式を用いて、

$$T = T_A + T_B = \frac{2cL}{c^2 - v^2} = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \frac{2L}{c} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \frac{2L'}{c} = \frac{T'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

こうして、( ) 式を得る。

[ ]

問6 ここでは、光速  $c$  で1時間に進む距離を  $l_0$  とする。まず、宇宙船  $A$  に固定された慣性系で考える。宇宙船  $A$  に対して速さ  $0.6c$  で運動する宇宙船  $B$  の時計の進み方は、 $A$  の時計の進み方の  $\sqrt{1 - 0.6^2} = 0.8$  倍となるから、 $B$  から  $A$  に向けて光信号を発する時刻は、 $A$  の時計では、午前9時 +  $\frac{1}{0.8} = 9$ 時 + 1.25時 = 10時15分となる。このとき、 $B$  は  $A$  から距離  $l_1 = 0.6c \times 1.25 = 0.75l_0$  だけ離れている。この距離  $l_1$  を光が伝わるのにかかる時間は、 $\frac{3}{4}$  時間 = 45分であるから、 $A$  で  $B$  からの信号を観測する  $A$  の時計の時刻は、10時15分 + 45分 = 11時、すなわち、午前11時 である。

次に、宇宙船  $B$  に固定された慣性系で考える。宇宙船  $B$  から宇宙船  $A$  に向けて光信号を発するとき ( $B$  の時計で午前10時)  $A$  は  $B$  から距離  $l_2 = 0.6c \times 1 = 0.6l_0$  だけ離れている。この距離  $l_2$  を信号は、 $A$  に対して相対的速さ  $c - 0.6c = 0.4c$  で進むから、信号が  $A$  に達する時刻は、 $B$  の時計で、午前10時 +  $\frac{0.6l_0}{0.4c}$  時 = 10時 + 1.5時 = 11時30分となる。 $A$  から  $B$  への返答の信号は、 $B$  から  $A$  まで信号が伝わったのと同じ距離空間を戻ってくるのであるから、その時間は1.5時間であり、 $B$  が返答を受け取る ( $B$  の時計の時刻は、11.5時 + 1.5時 = 13時となり、午後1時) である。

【参考】

宇宙船  $B$  が宇宙船  $A$  からの返答の信号を受け取る時刻を、宇宙船  $A$  に固定された慣性系で考えてみる。

宇宙船  $A$  から  $A$  の時計で午前11時に返答が発せられるとき、宇宙船  $B$  は  $A$  から、

$l_3 = 0.6c \times 2 = 1.2l_0$  の距離にいる。この距離  $l_3$  を信号は相対的速さ  $c - 0.6c = 0.4c$  で進むから、信号が B に達する(Aの時計の)時刻は、11 時 +  $\frac{1.2l_0}{0.4c}$  時 = 14 時 (午後 2 時) となる。

宇宙船 A から見れば、宇宙船 B の時計の進み方は 0.8 倍であるから、返答信号が B に達するまでに、B の時計は、午前 9 時から 5 時間  $\times 0.8 = 4$  時間たって午後 1 時であり、問 6 の最後の結果に一致する。

[ ]

問 7 慣性系 S で速さ  $v$  で動いている電子の間隔が  $a$  であるから、慣性系 S' で静止している電子の間隔は、 $a_- = \frac{a}{k}$  である。また、慣性系 S で静止している正イオンの間隔が  $a$  であるから、慣性系 S' で速さ  $v$  で動いている正イオンの間隔は、 $a_+ = ka$  である。よって、慣性系 S' では、正イオンの単位長さあたりの電荷(電荷線密度)は  $r_+ = \frac{r_0}{k}$ 、電子の電荷線密度は  $r_- = -kr_0$  となる。よって、帯電した導線の電荷線密度は、

$$r = r_+ + r_- = \left( \frac{1}{k} - k \right) r_0$$

問 8 慣性系 S' では、帯電した導線によって電場がえられる。  $k < 1$  より、 $r > 0$  であるから、点 P には図 3 b の紙面上方(y 軸正方向)へ、強さ

$$E = \frac{r}{2\epsilon_0 r} = \left( \frac{1}{k} - k \right) \frac{r_0}{2\epsilon_0 r}$$

の電場ができる。よって、点電荷  $q$  には、紙面上方(y 軸正方向)へ、大きさ

$$f' = qE = \frac{1}{k} \frac{(1-k^2)r_0}{2\epsilon_0 r} q$$

の静電気力がはたらく。ここで、 $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 m_0}}$  を用いると、

$$\begin{aligned} f' &= \frac{1}{k} \frac{v^2}{c^2} \frac{r_0 q}{2\epsilon_0 r} \\ &= \frac{1}{k} \frac{m_0}{2\epsilon_0} \frac{r_0 q v^2}{r} \end{aligned}$$

となる。

また、慣性系 S では、導線の周囲に電場は生じておらず、点 P には紙面表裏(z 軸負方向)の向きに、大きさ

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} = \frac{\mu_0 r_0 v}{2\pi r}$$

の磁束密度ができる。よって、点電荷  $q$  には、紙面上方(y 軸正方向)へ、大きさ

$$f = qvB = \frac{\mu_0 r_0 q v^2}{2\pi r}$$

の力がはたらく。よって、 $f' = \frac{1}{k}f$  と表され、 $f'$  は  $f$  の  $\frac{1}{k}$  倍となる。

問9 単位体積中の自由電子数を  $n$ 、電子の速さを  $v$  とすると、導線を通る電流の強さ  $I$  は、

$$I = enAv$$

電子の銅原子 1 モルの体積は  $\frac{M}{\rho}$  と表されるから、単位体積の導線中に含まれる自由電子の数(すなわち Cu 原子の数)  $n$  は、

$$n = \frac{N_A}{M/\rho} = 8.3 \times 10^{28} \text{ [1/m}^3\text{]}$$

となる。これより、電子の速さ  $v$  は、

$$v = \frac{I}{eAn} = 7.5 \times 10^{-5} \text{ [m/s]}$$

すなわち、電流と逆向きに動く電子の速さは、非常に遅いことがわかる。

次に、与えられた近似式で  $a = \frac{1}{2}$  として、

$$k = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - 6.25 \times 10^{-26}} \quad 1 - 3.1 \times 10^{-26}$$

また、 $a = -1$  として、

$$\frac{|f' - f|}{f} = \frac{1}{k} - 1 \quad \underline{3 \times 10^{-26}}$$

よって、慣性系  $S$  と  $S'$  で、電荷  $q$  にはたらく電磁気力にほとんど変化はない。

こうして、慣性系  $S'$  において、慣性系  $S$  と同程度の電磁気力が電荷  $q$  にはたらくことが、相対論によって説明される。通常、相対論は光速  $c$  に近いような高速の運動において、その影響が顕著に現れると考えられている。しかし、上で述べたように、電流が流れているときの電子の速さと同程度の非常にゆっくりした速さで運動する電荷にはたらく電磁気力においても、相対論が本質的な役割を果たしていることがわかる。

### 【参考】 帯電した直線導線の周囲の電場

問題文中[ ]の b)で述べた「電荷を帯びた直線導線から距離  $r$  だけ離れた点にできる電場の大きさ」の式

$$E = \frac{r}{2pe_0r}$$

は、ガウスの法則を用いて求められる。

#### 1. ガウスの法則

##### 電気力線とその密度

電場の生じている空間内において、電場ベクトルの方向が接線となるような曲線を考え、これを**電気力線**と呼ぶ。電気力線は、電場の大きさが  $E$  のところでは、電場の向きに、「電場に垂直な単位面積あたり  $E$  本引く」と約束する。

##### 点電荷から出る電気力線の数

図 b)のように、正の点電荷  $Q$  を中心に半径  $r$  の球面を考える。クーロンの法則の比例定数を真空の誘電率  $e_0$  を用いて  $k = \frac{1}{4pe_0}$  と表すと、球面上での電場の大きさ  $E$  はどこでも等しく、

$$E = k \frac{Q}{r^2} = \frac{Q}{4pe_0r^2}$$

と表される。上に述べた電気力線の本数に関する約束を用いると、この球面から外へ出る電気力線の数  $N$  は、半径  $r$  の球の表面積  $S = 4pr^2$  より、

$$N = ES = \frac{Q}{4pe_0r^2} \times 4pr^2 = \frac{Q}{e_0} \quad \dots$$

と求められる。ここで、式の最右辺は球面の半径  $r$  によらないので、電荷  $Q$  から出る電気力線の本数は電荷の値のみで決まり、 $\frac{Q}{e_0}$  [本]となることがわかる。また、電荷  $Q$  が

負の場合には、電荷  $Q$  が  $\frac{|Q|}{e_0}$  [本] の電気力線を吸収すると約束する。

##### ガウスの法則

一般に、

「任意の閉曲面（球面や直方体面など）から外へ出る電気力線の本数は、その閉曲面の中の全電気量を  $Q$  とすると、

$$\frac{Q}{e_0}$$

に等しい」

が成り立つ。これを**ガウスの法則**という。

#### 2. 電荷を帯びた直線導線のまわりに生じる電場

直線導線上に、単位長さあたり  $r$  の正電荷が一様に分布しているとき、導線から距離  $r$  だけ離れた点に生じる電場の大きさ  $E$  を求めよう。

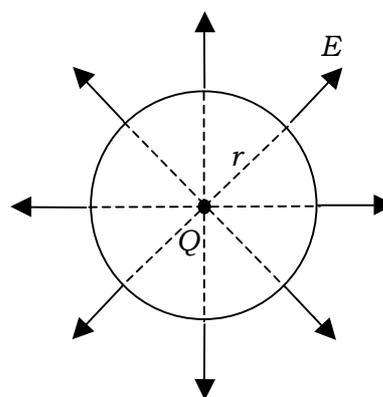


図 b

導線が十分長ければ電場は導線に垂直に、導線を軸として対称に生じる。そこで、導線を中心軸とした半径  $r$ 、長さ  $l$  の円柱を考えると、電気力線は、円柱の側面のみから側面に垂直に円柱の外へ出る(図 c)。円柱の側面積は  $2\pi r l$  であるから、側面上の電場の大きさを  $E$  とすると、円柱内の電荷  $rl$  を用いると、ガウスの法則は、

$$\frac{rl}{\epsilon_0} = 2\pi r l \times E$$

と表され、電場の大きさ  $E$  は、

$$E = \frac{r}{2\pi\epsilon_0 r}$$

と求められる。

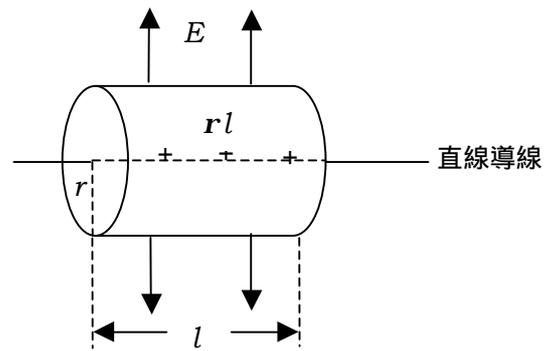


図 c

## 第 2 問

[ ]

問 1 微粒子の濃度  $n$  とボルツマン定数  $k$  を用いて、状態方程式は、

$$p = \frac{N}{V} \frac{R}{N_A} T = nkT \quad p = \underline{nkT}$$

問 2 高度  $h$  と  $h + Dh$  での状態方程式は、それぞれ、

$$p = kTn, \quad p + Dp = kT(n + Dn)$$

となるから、これらより、

$$Dp = \underline{kTDn}$$

問 3 微粒子にはたらく力のつり合いは、

$$(p + Dp)A + nmg \cdot ADh = pA \quad Dp = \underline{-nmg \cdot Dh}$$

問 4 問 2, 問 3 の結果を用いて、

$$\frac{Dn}{Dh} = \underline{-\frac{nmg}{kT}}$$

[ ]

問 5 微粒子が一定速度で下降するとき 微粒子にはたらく重力と抵抗力がつり合うから、

$$mg = Cau = Ca \cdot Bmg \quad B = \frac{1}{Ca} \quad \dots$$

[ ]

問 6 微粒子の濃度は容器の下方の方が濃いので、拡散の流れ  $-D \frac{Dn}{Dh}$  は下方から上方へ向かう。上方への拡散の流れと一定速度の下降の流れ  $J = nBmg$  が等しくなることより、

$$D \frac{nmg}{kT} = nBmg \quad \underline{D = kTB} \quad \dots$$

問 7 , 式より、

$$D = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 293}{2.00 \times 10^{-2} \times 1.0 \times 10^{-6}} = \underline{2.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s}}$$

[ ]

問 8 位置  $x$  における断面の単位面積あたり単位時間に、左の領域から右の領域へ移動する微粒子の数と右から左へ移動する微粒子の数の差である  $J(x)$  は、

$$\begin{aligned} J(x) &= \frac{1}{6} \bar{v} n(x - l/2) - \frac{1}{6} \bar{v} n(x + l/2) \\ &= \frac{1}{6} \bar{v} \left\{ \left( n(x) - \frac{l}{2} \cdot \frac{Dn}{Dx} \right) - \left( n(x) + \frac{l}{2} \cdot \frac{Dn}{Dx} \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{6} \bar{v} l \frac{Dn}{Dx} \end{aligned}$$

これを( )式と比較して、

$$D = \frac{1}{6} \bar{v} l$$

[ ]

問9 ( )式において、微粒子の変位は不規則であり、毎回変位は独立である。したがっ

て、 $\mathbf{D}x = v_x t_m$  と  $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \frac{1}{3} \overline{v^2}$  より、

$$\overline{x^2} = N(\mathbf{D}x)^2 = N \overline{v_x^2} t_m^2 = \frac{1}{3} \frac{t}{t_m} \overline{v^2} t_m^2$$

また、 $l = \bar{v} t_m$   $\sqrt{\overline{v^2}} t_m$  および  $6D = \bar{v} l$   $\sqrt{\overline{v^2}} l$  を用いて、

$$\overline{x^2} = 2Dt \quad \underline{\underline{\sqrt{\overline{x^2}} = \sqrt{2Dt}}}$$

注) 例えば、 $N=3$  のとき、( )式は、

$$\begin{aligned} \overline{x^2} &= \overline{(\mathbf{D}x_1 + \mathbf{D}x_2 + \mathbf{D}x_3)^2} \\ &= \overline{(\mathbf{D}x_1)^2} + \overline{(\mathbf{D}x_2)^2} + \overline{(\mathbf{D}x_3)^2} + 2(\overline{\mathbf{D}x_1 \mathbf{D}x_2} + \overline{\mathbf{D}x_2 \mathbf{D}x_3} + \overline{\mathbf{D}x_3 \mathbf{D}x_1}) \end{aligned}$$

と表される。ここで、各変位の方が独立で不規則であることから、

$$\overline{(\mathbf{D}x_1)^2} = \overline{(\mathbf{D}x_2)^2} = \overline{(\mathbf{D}x_3)^2} \neq 0$$

となるが、

$$\overline{\mathbf{D}x_1 \mathbf{D}x_2} = \overline{\mathbf{D}x_1} \cdot \overline{\mathbf{D}x_2} = 0$$

$$\overline{\mathbf{D}x_2 \mathbf{D}x_3} = \overline{\mathbf{D}x_2} \cdot \overline{\mathbf{D}x_3} = 0$$

$$\overline{\mathbf{D}x_3 \mathbf{D}x_1} = \overline{\mathbf{D}x_3} \cdot \overline{\mathbf{D}x_1} = 0$$

となる。

問10 前問9の結果より、

$$t = \frac{\overline{x^2}}{2D}$$

ここで、微粒子の2乗平均変位  $\sqrt{\overline{x^2}}$  が 10cm 程度になれば、微粒子は容器全体に広がると考えられる。そこで、 $\sqrt{\overline{x^2}} = 10 \text{ cm} = 0.10 \text{ m}$ 、 $D = 2.0 \times 10^{-13} \text{ m}^2/\text{s}$  として、

$$t = \frac{0.10^2}{2 \times 2.0 \times 10^{-13}} = \underline{\underline{2.5 \times 10^{10} \text{ s}}} \quad 790 \text{ 年}$$

この結果は、かき混ぜないかぎり、粉末は容器全体にほとんど広がらないことを意味する。

【参考】 拡散方程式とその解

微粒子の濃度は、特別な微分方程式を満たすことがわかる。

いま、濃度  $n$  が位置  $x$  のみの関数とする。図 a のように、単位面積の面  $x$  と  $x + Dx$  で挟まれた領域の微粒子の数  $nDx$  の変化は、単位時間あたりに面  $x$  の左側から飛び込む微粒子の数  $J(x)$  と面  $x + Dx$  の右側へ飛び出す微粒子の数  $J(x + Dx)$  の差に等しい。よって、

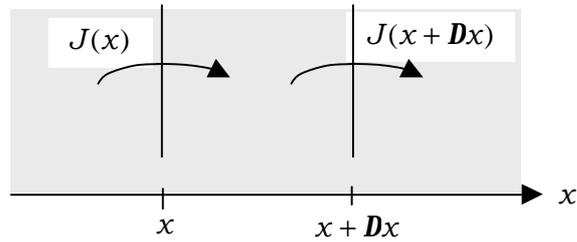


図 a

$$\frac{D}{Dt}(nDx) = J(x) - J(x + Dx)$$

ここで  $Dx$  を微小量として、

$$J(x + Dx) = J(x) + \frac{DJ}{Dx} Dx$$

を用いると、

$$\frac{Dn}{Dt} Dx = -\frac{DJ}{Dx} Dx \quad \frac{Dn}{Dt} = -\frac{DJ}{Dx}$$

ここで、( ) 式を代入し、 $Dx \rightarrow \partial x$  などとすると、

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \quad \dots$$

式を**拡散方程式**という。ここで、 $\frac{\partial n}{\partial t}$  は、 $t$  と  $x$  の関数である  $n$  を、 $x$  を定数とみな

して  $t$  で微分することを表し、**偏微分**と呼ばれる。また、 $\frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$  は、 $n$  の  $x$  に関する 2 階の

偏微分を表す。

式を満たす  $n(x, t)$  は、

$$n(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4pDt}} e^{-\frac{x^2}{4Dt}}$$

で与えられ、時間  $t$  の間の  $x$  方向の 2 乗平均変位  $\sqrt{x^2}$  は、

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{2Dt} \quad \dots$$

で与えられることが知られている。

### 第3問

A  
問1

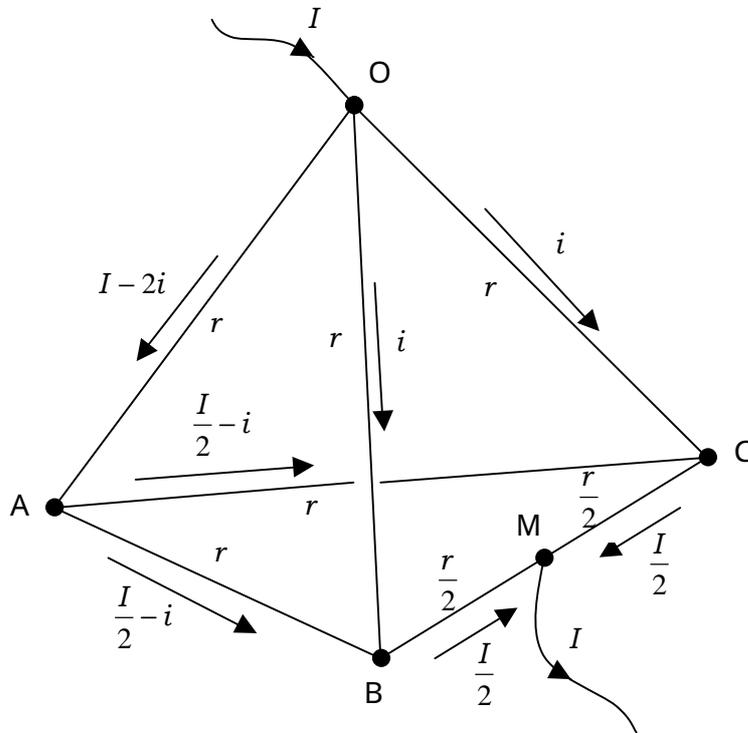


図 a

図 a のように各電流をおくことができる。キルヒホッフの法則より、

$$ri = r\left(\frac{I}{2} - i\right) + r(I - 2i) = r\left(\frac{3}{2}I - 3i\right) \quad i = \underline{\underline{\frac{3}{8}I}}$$

したがって、OC、OA、AB、AC、BM、CM の各区間に流れる電流は、それぞれ、

$$OC: i = \underline{\underline{\frac{3}{8}I}}, \quad OA: I - 2i = \underline{\underline{\frac{1}{4}I}},$$

$$AB: \frac{I}{2} - i = \underline{\underline{\frac{1}{8}I}}, \quad AC: \frac{I}{2} - i = \underline{\underline{\frac{1}{8}I}},$$

$$BM: \underline{\underline{\frac{I}{2}}}, \quad CM: \underline{\underline{\frac{I}{2}}}$$

問2 OM 間の合成抵抗を  $R$  とすると、上記の電流が流れているとき、OM 間の電圧が  $V$  なので、

$$V = \frac{r}{2} \cdot \frac{I}{2} + ri = \frac{rI}{4} + r \cdot \frac{3}{8}I = \frac{5}{8}rI$$

$$R = \frac{V}{I} = \frac{\frac{5}{8}rI}{I} = \underline{\underline{\frac{5}{8}r}}$$

(別解)

回路の対称性より、点 B と点 C の電位は等しい。このことから、図 1 の回路を図 b の等価回路に書き直すことができ、直列と並列の合成抵抗の計算より、次のように、OM 間の合成抵抗  $R$  を求めることができる。

点 A と点 BC 間の抵抗は、 $\frac{r}{2}$  であるから、点 O と点 BC 間の合成抵抗  $R_1$  は、

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r + \frac{r}{2}} \quad R_1 = \frac{3}{8}r$$

点 BC と点 M 間の合成抵抗は、 $R_2 = \frac{r}{4}$  であるから、

$$R = R_1 + R_2 = \underline{\underline{\frac{5}{8}r}}$$

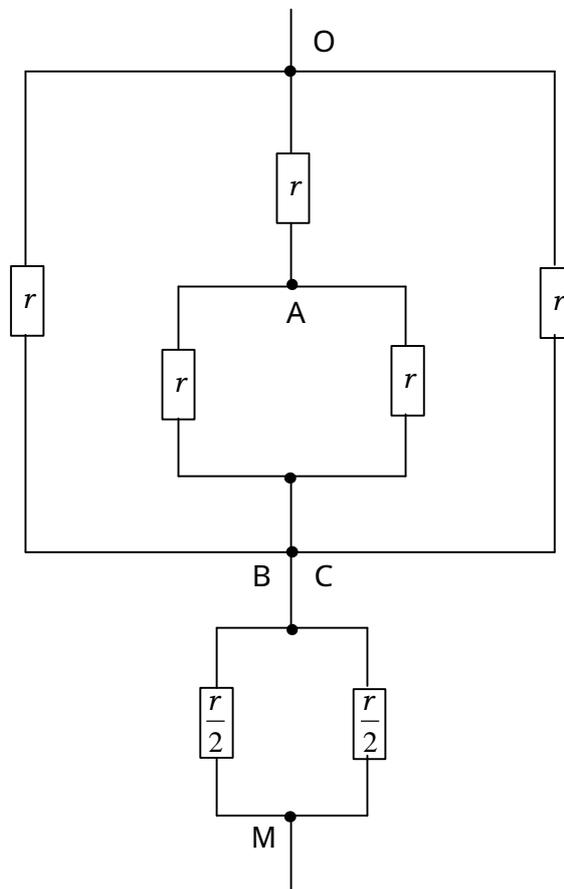


図 b

B

問1 1波長の位相差が $2p$ であるから、光路差 $d$ の位相差 $f$ は、

$$f = \frac{2p}{\lambda} d$$

問2 点Pで光源Oからの球面波の振動は、振幅の減衰を無視して、

$$y_2 = A \sin(\omega t - f)$$

点Pでの平面波と球面波の合成波の振動は、

$$\begin{aligned} y &= y_1 + y_2 \\ &= 2A \cos \frac{f}{2} \sin \left( \omega t - \frac{f}{2} \right) \end{aligned}$$

これより、

$$B = 2A \cos \frac{f}{2}, \quad q = \frac{f}{2}$$

問3 点Pでの透過光の振幅 $A'$ は、

$$A' \propto B^2 \propto \cos^2 \frac{f}{2} \propto \frac{1 + \cos f}{2}$$

となり、透過光の振動は、 $K$ を適当な比例定数として、

$$\begin{aligned} y_t &= A' \sin \omega t \\ &= K(1 + \cos f) \sin \omega t \\ &= K \left\{ \sin \omega t + \frac{1}{2} \sin(\omega t - f) + \frac{1}{2} \sin(\omega t + f) \right\} \quad \dots \end{aligned}$$

問4 式最右辺の第1項は、入射光と同位相の平面波であり、第2項は、第1項の平面波より位相が $f$ だけ遅れ、光源Oからの球面波の点Pでの振動 $y_2$ と同位相の光波であるから、H面の左側で点Cから $\overline{CO}$ に等しい距離だけ離れた点O'にあたかも光源があるかのように進む球面波を表す。第3項は、第1項より位相が $f$ だけ進んでいるから、点O'とH面に関して対称な点O''に収束する球面波を表す(図a)。

したがって、H面の右側で、直線O'Cから少し離れた方向からフィルム面を見ると、点O'に光源があるかのような像が見える。その際、式最右辺の第1項と第3項の光波を遮れば、点O'の像が見やすくなる。

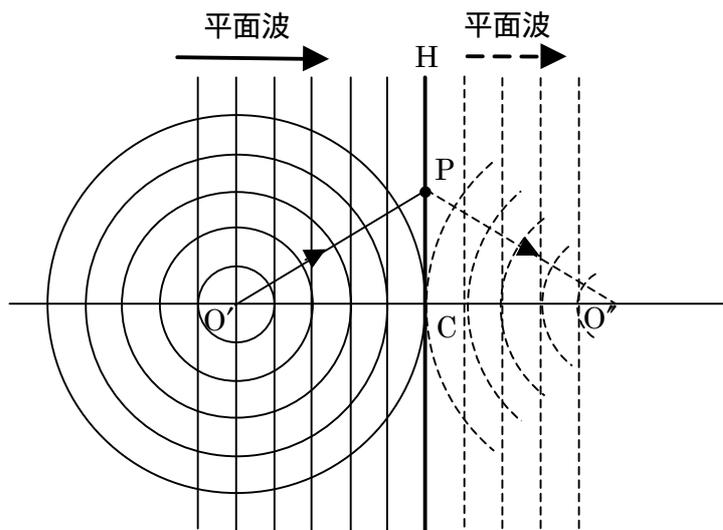


图 a

C

問1 水蒸気は軽いので、水蒸気を多く含んだ空気塊は上昇する。上昇すると、断熱膨張して温度が下がる。その温度での飽和水蒸気圧がその水蒸気圧以下となれば、水蒸気の一部は凝結して水滴となる。こうして水蒸気と微小な水滴の集団として雲が形成される。

問2 雲の中は微小な水滴と水蒸気で満たされている。水蒸気は空気より軽いですが、水滴と水蒸気を平均すると、雲の密度は空気の密度と等しくなり、雲は浮いている。

問3 雲の中では重い水滴は下降し、水蒸気は上昇する。この相対運動の際に、粘性力のはたらく。水滴にはたらく粘性力は、その半径と相対的速さとの積に比例する。水滴にはたらく重力は、半径の3乗に比例するため、水滴が小さければ、周囲の水蒸気に対して降下する相対的速さが遅く、水滴は雲の中に留まる。水滴が大きくなると、降下する相対的速さが速くなり、水滴は雲から飛び出して落下する。これが雨である。

### 【解説】

上の解答は、下記の事柄に着目して書かれている。

- ・雲の中の空気は微小な水滴と飽和水蒸気で満たされている。
- ・水蒸気は空気より軽い。

水分子( $\text{H}_2\text{O}$ )の分子量は18で、空気の平均分子量29より小さいため、水蒸気(気体)の密度は、空気の密度より小さい。

- ・気体が断熱膨張すると、温度は低下する。

気体の一団が上昇すると、上空ほど気圧が低いので膨張する。その際、気体は熱を伝えにくいので、断熱的に膨張する。気体が膨張すると、外部に仕事をするため、その分、内部エネルギーが減少し、気体の温度が低下する。

- ・温度が下がると、飽和蒸気圧は低下する。

水蒸気圧が、飽和水蒸気圧(水と共存できる水蒸気の分圧の最大値)より高くなると、水蒸気は液体になり水滴が生じる。

- ・水滴が気体中を相対的に運動すると、水滴には、その半径と相対的な速さとの積に比例する抵抗力(粘性力)がはたらく(ストークスの法則)。
- ・水滴にはたらく重力は半径の3乗に比例する。

さらに、水滴が成長する過程では、次のようなことも考えられる。

水滴は大気中で電荷を帯びるため、水滴どうしに電氣的反発力が作用する。その結果、水滴どうしは結合せず、大きくなるのが妨げられる。しかし、雷が発生すると電荷が放電され、反発力が消滅する。そのため、水滴が結合して急激に大きくなり、雨となって落下する。これが雷雨である。また、水滴が周囲の水蒸気を吸収して成長する際、水滴の半径が小さい間は、水が気化する割合が大きく、水滴は小さくなって消滅する可能性があるが、いったん半径がある値より大きくなると、水蒸気の液化により水滴が急激に成長する可能性が大きくなる。