物理チャレンジ2007

第１チャレンジ

理論問題コンテスト

2007年6月10日（日）

13：30～15：00

理論問題コンテストにチャレンジする前に下記の＜注意事項＞をよく読んでください。
問題は大問３題からなります。どの問題から取り組んでも結構です。最後まであきらめずにチャレンジしてください。

＜注意事項＞

1. 開始の合図があるまで，問題冊子を開けてはいけません。
2. 電卓を使用することはできません。携帯電話などを時計として使用することはできません。携帯電話などの電源は切ってください。
3. 参考図書（教科書，参考書，専門書）を１冊に限り持ち込むことができます。ただし，ノートの持ち込みはできません。解答用紙の指定の欄に，持ち込んだ参考図書名を記入してください。参考図書を持ち込まなかった場合は「なし」と書いてください。
4. 開始の合図の後，最初に，解答用紙のすべてのページに，第１チャレンジ番号と氏名を必ず記入してください。
5. 解答欄は問題ごとに指定されているので，必ず所定の解答欄に解答してください。
6. 終了の合図があるまで，監督者の許可なしに，部屋の外に出ることはできません。
7. 気分が悪くなったとき，トイレに行きたくなったときは，手をあげて監督者に知らせてください。
8. 他の参加者の迷惑にならないように静粛に解答をすすめてください。迷惑行為があった場合は退出していただきます。
9. 提出前に解答用紙に第１チャレンジ番号，氏名が記入してあることを確認してください。
10. 退出の際にこの問題冊子は持ち帰ってください。

第１問　次の問い（問１～問６）に答えなさい。

問１　長さ，質量，それに時間などの基本単位を定めると，多くの物理量はこれらの組立単位で表される。国際単位系（SI）では，長さの単位メートル（m），質量の単位キログラム（kg），時間の単位秒（s）を最も基本的な単位とする。これらの基本単位から，必要に応じて他のさまざまな単位を組立てることができる。例えば, 体積の単位は$\mathrm{m \times m \times m}$なので$\mathrm{m^3}$となり, 密度の単位は$\mathrm{kg/m^3}$となる。

　これに対して，長さの単位センチメートル（cm），質量の単位グラム（g），時間の単位秒（s）を使って，さまざまな単位を組立てることもできる。この単位系をcgs単位系という。cgs単位系では，体積の単位は$\mathrm{cm^3}$となり，密度の単位は$\mathrm{g/cm^3}$となる。例えば，SI単位系における$\mathrm{1m^3}$はcgs単位系では$\mathrm{10^6 cm^3}$となる。

　次の物理量において，国際単位系での単位の大きさは，cgs単位系での単位の大きさの何倍になるか。次の空欄 $\boxed{}$ に入る数はいくらか。

例）	体積を表す単位	10^a 倍	$a = 6$
1）	速度を表す単位	10^i 倍	$i = \boxed{}$
2）	加速度を表す単位	10^j 倍	$j = \boxed{}$
3）	力を表す単位	10^k 倍	$k = \boxed{}$
4）	エネルギーを表す単位	10^l 倍	$l = \boxed{}$
5）	圧力を表す単位	10^m 倍	$m = \boxed{}$

問２　北極から赤道までの経線の長さを10000kmとする。伊豆・天城山で太陽が正中（南中）していた同日同時刻において，同一経度で真北に334km離れている新潟市での太陽の高度（角度）は，天城山における高度とどれだけずれているか。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

①　1°　　②　1.5°　　③　3°　　④　4.5°　　⑤　6°　　⑥　12°

問３　月までの距離は38万km，月の直径は地球の直径の$\frac{1}{4}$であるとする。月の視直径（見かけの大きさを角度で表したもの）はいくらか。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

①　0.01°　　②　0.02°　　③　0.04°　　④　0.1°　　⑤　0.5°　　⑥　1.0°

問４　氷山の水面上に浮かんでいる部分の全体に対する割合はいくらか。ただし，海水の密度を1024 kg/m^3，氷の密度を917 kg/m^{3}とする。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

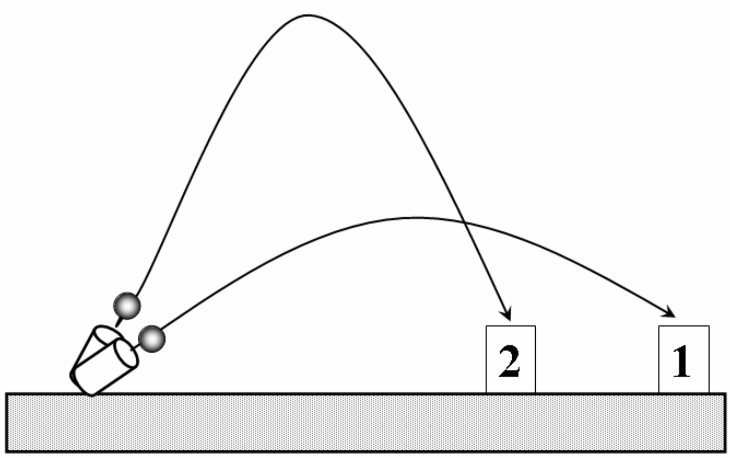
①　89.6％　②　88.3％　③　52.8％　④　47.2％　⑤　11.7％　⑥　10.4％

問５　コップの側面に穴が開いている。穴を指で押さえてコップに水を十分に入れる。穴を指で押さえたままコップを高く持ち上げてコップから手を離すと，穴が開くと同時に，コップは自由落下を始める。このとき，コップの水はどうなるか。ただし，空気抵抗は無視できるものとする。最も適当なものを，次の①～⑦の中から一つ選びなさい。

①　水は穴から流れ出ない。
②　水は穴から鉛直上向きに流れ出す。
③　水は穴から鉛直下向きに流れ出す。
④　水は穴から上向きの曲線を描いて流れ出す。
⑤　水は穴から下向きの曲線を描いて流れ出す。
⑥　水は穴から上方に傾いた直線を描いて流れ出す。
⑦　水は穴から下方に傾いた直線を描いて流れ出す。

問６　下の図に示すように，投射装置が目標１，目標２に届くように同時に同質量の２個の小球を等しい大きさの初速度で打ち出した。ただし，空気抵抗は無視できるものとする。最も適当なものを，次の①～④の中から一つ選びなさい。

①　小球は，目標２より目標１の方に早く届く。
②　小球は，目標１より目標２の方に早く届く。
③　小球は，目標１，目標２の両方同時に届く。
④　小球がどちらの目標に早く届くかは，小球の初速度の大きさに依存する。



第２問　次の問い（問１～問６）に答えなさい。

問１　次の１）～７）の文の記述が，正しい場合は○，誤っている場合は×を解答欄に記入しなさい。

１）　断熱容器の中に入れた20℃の水に，その水と同じ質量の80℃の銅球を浸すと，熱平衡に達したときの水温は50℃になる。

２）　乾湿球湿度計の湿球の指示温度が乾球のそれより低いのは湿球の表面で水が蒸発しているからである。

３）　自転車のタイヤに空気を入れるとき，空気入れの筒が熱くなるのは主として断熱圧縮のためであって摩擦のためではない。

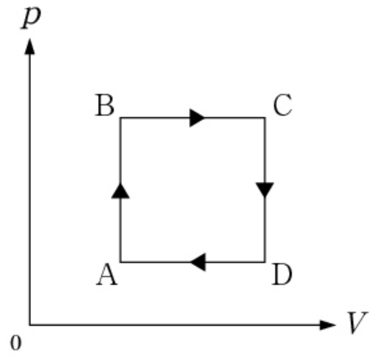
４）　容器に入れた一定量の理想気体を体積一定のまま加熱すると，加えられた熱はすべて内部エネルギーの増加分になる。

５）　一定量の気体の温度を1℃上昇させるのに必要な熱量は，体積一定で行うより圧力一定で行う方が少なくてすむ。

６）　気体の絶対温度は，それを構成する分子の速さの平均値に比例する。

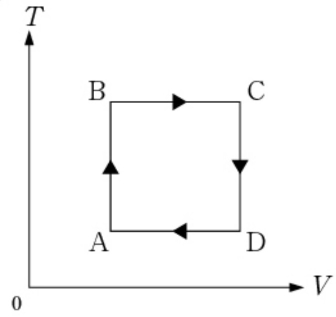
７）　体積一定の容器に入れた一定量の理想気体の圧力は，気体分子の平均運動エネルギーに比例する。

問２　理想気体の状態をA→B→C→D→Aと変化させた。この変化に対応する気体の圧力 p と体積 V との関係は次のグラフで表される。

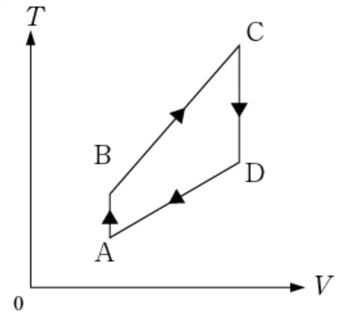


この変化に対応する気体の体積 V と温度 T との関係を表すグラフはどれか。最も適当なものを，次の①～⑤の中から一つ選びなさい。

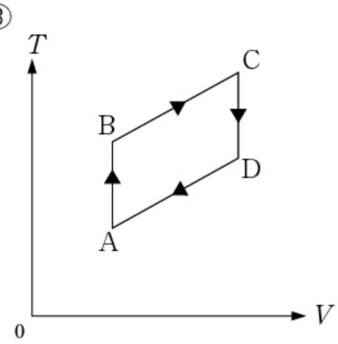
①



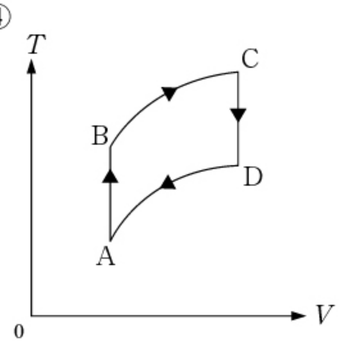
②



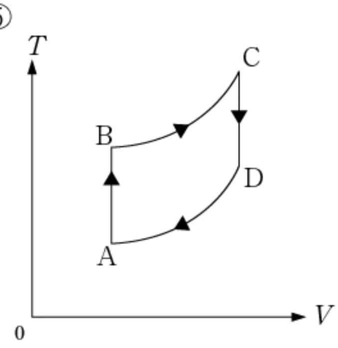
③



④



⑤



問３　次の文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に入る式を答えなさい。

図１のように，媒質Ⅰ，媒質Ⅱが境界面MNで接しており，媒質Ⅰにおける光速をc，媒質Ⅱにおける光速をc'とする。光が点Pを通過して境界面上の点Oに達し，屈折して点Qに達するとする。入射角をi，屈折角をrとする。

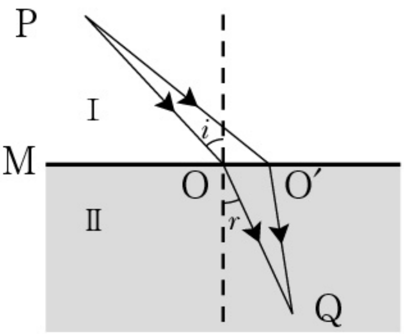


図１

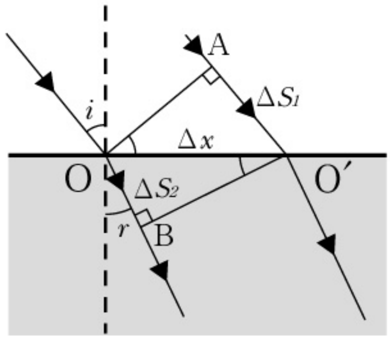


図２

ここで，図２のように，点Oから微小距離Δx離れた点O′を経由してQに達する経路を考える。

経路PO′はPOよりわずかな距離ΔS_1長く，経路O′QはOQよりわずかな距離ΔS_2短くなっている。点OからPO′への垂線の足を点A，点O′からOQへの垂線の足を点Bとすれば，$\mathrm{AO'} = \Delta S_1$，$\mathrm{OB} = \Delta S_2$と考えることができる。PO′はPOとほぼ平行であり，O′QはOQとほぼ平行であるので，角$\mathrm{AOO'} = i$，角$\mathrm{OO'B} = r$と見なすことができる（図２）。

このとき，ΔS_1，ΔS_2は，それぞれΔxを用いて，

$$\Delta S_1 = \boxed{\text{ア}}$$
$$\Delta S_2 = \boxed{\text{イ}}$$

と表すことができる。

したがって，光の到達時間の変化は，

$$\Delta t = \frac{\Delta S_1}{c} - \frac{\Delta S_2}{c'} = \boxed{\text{ウ}}$$

となる。

経路POQが最短であり，Δxによって光の到達時間がなめらかに変化するとすれば，経路がPOQになる場合に光の到達時間は極値になるはずである。

このとき，$\Delta t = \boxed{\text{エ}}$ が満たされるべき条件となる。

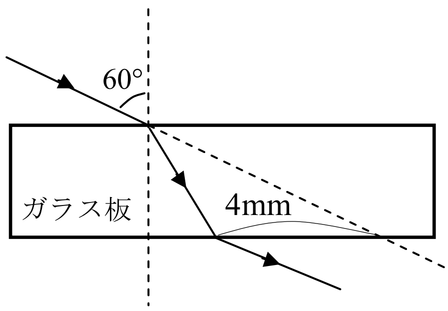
これらから，角iと角rの関係は，

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \boxed{\text{オ}} = 一定値$$

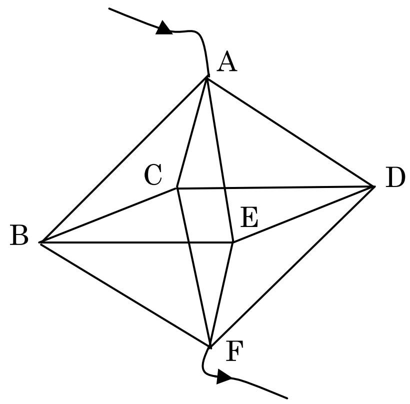
となる。これが屈折の法則である。

問４　図のように，レーザー光を屈折率1.73の平らなガラス板に入射角60度であてたところ，ガラス板を出たレーザー光が4mm変位した。ガラス板の厚さはいくらか。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

① 1mm　② 1.7mm　③ 2mm　④ 3.5mm　⑤ 4mm　⑥ 5.1mm



問５　次の図のように，抵抗値rの抵抗12本を接続し，正八面体をつくった。AF間の合成抵抗はいくらか。



問６　地球は北極がＳ極，南極がＮ極の一つの大きな磁石と見なすことができる。地球のつくる磁束密度は，北極では6×10^{-5}T，赤道では3×10^{-5}Tである。ある飛行機の翼幅は70m，長さは80m，高さは20mである。この飛行機が北極上を速度900km/hで水平に飛行しているとき，機体の表面に生じる最大の電位差はおよそいくらか。また，赤道上を北に進んでいるとき，この飛行機の表面に生じる最大の電位差はおよそいくらか。

第３問　海王星の外側には，新たに準惑星として定義された冥王星の他にも，大きな天体があることが分かってきた。そこで，冥王星軌道付近に探査機を送り込むことを考える。

惑星と探査機の軌道に関する次の文章を読み，次の問い（問１～問５）に答えなさい。

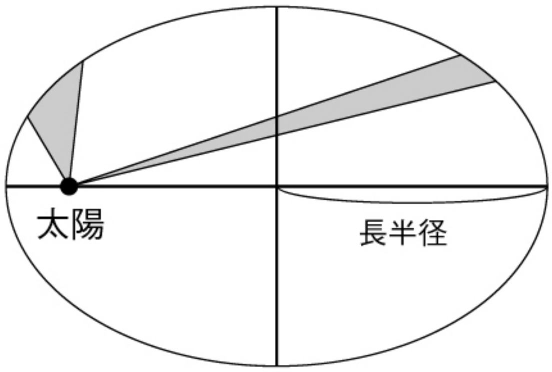
惑星の運動は，17世紀の初めに発見された次のケプラーの法則に従う。

Ⅰ　惑星は，太陽を焦点の１つとする楕円軌道を描く

Ⅱ　惑星と太陽を結ぶ線分（動径と呼ぶ）が，単位時間に掃く面積は一定である

Ⅲ　惑星の軌道の長半径の3乗と公転周期の2乗の比は一定である

（ここで，長半径とは楕円の長軸の半分の長さのことである。下図を参照。）



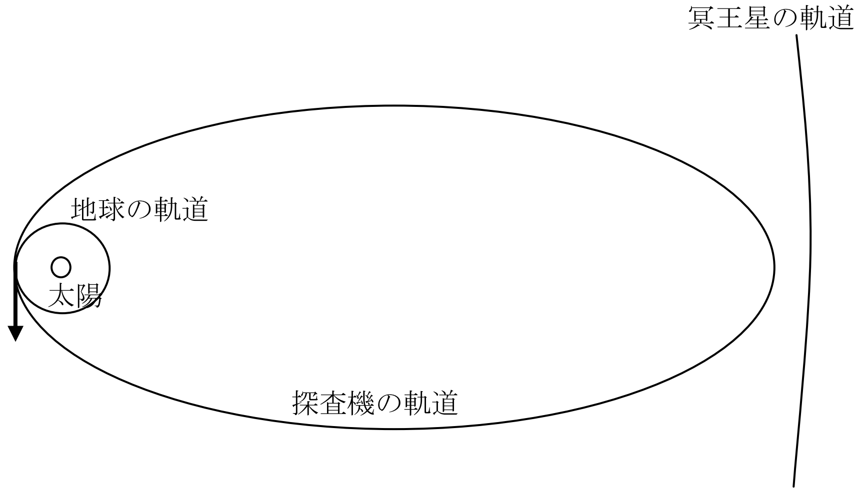
太陽の周りを回る物体は，惑星と同様にこのケプラーの法則に従う。

問１　地球は楕円軌道を描いているが，ほぼ円軌道と見なすことができる。この軌道半径を１天文単位という。冥王星の軌道長半径は，およそ40天文単位である。冥王星の公転周期はおよそ何年か。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

①　10年　　②　40年　　③　180年　　④　250年　　⑤　640年　　⑥　1600年

問２　地球の公転軌道の接線方向に探査機を打ち上げることにする。軌道長半径が20天文単位程度になれば，もっとも太陽から離れるとき，探査機は冥王星軌道近辺に達する（次図）。この場合，探査機が地球から冥王星軌道近辺に至るには，およそ何年かかるか。最も適当なものを，次の①～⑥の中から一つ選びなさい。

①　5年　　②　30年　　③　45年　　④　60年　　⑤　90年　　⑥　120年



問３　地球とともに太陽を中心に回転する座標系では，地球に対する太陽からの万有引力と遠心力がつり合っている。

公転軌道の接線方向に，地球が進む向きに探査機を打ち上げると，探査機の速さが円運動している地球の速さより速くなるため，探査機にはたらく遠心力が太陽からはたらく万有引力よりも大きくなる。そのため，探査機は太陽から離れていく。

しかし，ケプラーの第１法則にしたがい探査機が楕円軌道を描くとすれば，探査機は，再び太陽に近づくことになる。太陽からの万有引力は太陽から離れると小さくなるのだが，どうして戻ってくるのだろうか。そのことを説明する次の文章中の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{オ}}$ に入る数あるいは式を答えなさい。

地球とともに円運動している探査機の質量を m，円軌道の半径を r_0，速さを v_0 とすると，回転系で見たとき，遠心力は，

$$F_C = m\frac{v_0^2}{r_0}$$

で表される。

円軌道を描いているとき，太陽に引かれる万有引力を F_G とすれば，$F_C = F_G$ が成り立つ。

探査機に接線方向の速さ v_1 （$> v_0$）を与えると，

$$F_C > F_G$$

となるので，つり合いは破れ，探査機は太陽から離れていく。

ここで，等速円運動でなくなった場合の遠心力について考えよう。

太陽Ｓから探査機Ｐにいたるベクトル $\vec{r}$ （$|\vec{r}| = r$）を動径ベクトルと呼ぶ。

次図のように，探査機Ｐの速度 $\vec{v}$ を動径方向（$\mathrm{S} \to \mathrm{P}$ 方向）成分 v_r と，動径に垂直な方向成分 v_θ（Ｓのまわりを反時計まわりに回る向きを正とする）に分解すると, Ｐの運動を, 動径方向の運動と円運動に分けて考えることができる。

このとき，ケプラーの第２法則は，r と v_θ を用いて，

$\boxed{\text{ア}} = k$（一定値）

と表現できる。

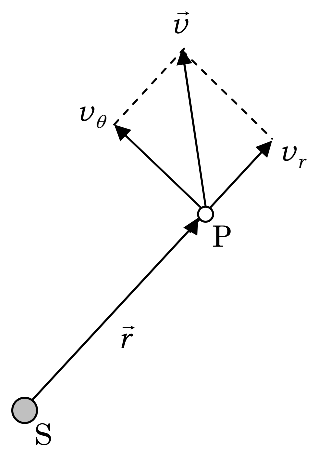
したがって, 太陽と探査機の間の距離rが増すと, $\boxed{\text{イ}}$ が減少する。

上記のkを用いれば，太陽からの距離rの位置で探査機にはたらく遠心力の大きさは,

$$F_C = \boxed{\text{ウ}}$$

となり，遠心力の大きさは，太陽との距離の $\boxed{\text{エ}}$ 乗に反比例することがわかる。

万有引力の大きさは距離の $\boxed{\text{オ}}$ 乗に反比例するので，rが大きくなったときの遠心力の減少の割合は，万有引力の減少の割合よりも大きい。



$F_C = F_G$となっても，速度の動径成分が正であるため，さらに太陽から離れ続けるが，はじめに探査機に与えた速さv_1があまり大きくない場合，太陽からの距離がある程度大きくなると, 探査機の速度の動径方向成分v_rはゼロになる。このとき，遠心力の大きさよりも万有引力の大きさが大きく（$F_C < F_G$）なっているので，探査機は再び太陽に近づいていく。

問４　問３の初めの速さv_1がある値より大きければ，探査機は太陽系を脱出する。これは，探査機のエネルギーを考えると理解できる。

太陽からrの位置における万有引力による位置エネルギーは，太陽質量をM，万有引力定数をGとすると,

$$U = -G\frac{Mm}{r}$$

で表される。

地球とともに円運動しているときの探査機の力学的エネルギーは,

$$E = \frac{1}{2}m{v_0}^2 - G\frac{Mm}{r_0}$$

で与えられる。速さv_1が地球の速さv_0の何倍以上であれば，太陽系を脱出することになるか。結果だけでなく，導き方も簡潔に示しなさい。

問５　冥王星軌道の外側には，オールトの雲と呼ばれる「彗星の巣」があって，そこから太陽に向かって「落ちて」来るのが彗星である。落ちて来るといっても，太陽に達するのではなく，多くの場合，彗星は太陽の近辺を通り過ぎ，やがて離れていく。

太陽に近くなると，引力は大きくなり，位置エネルギーを失う分だけ運動エネルギーが増すのに，彗星はどうして離れていくのであろうか。問３の説明文を参考にして簡単に説明しなさい。

物理チャレンジ２００７