

国際物理オリンピック

研修用テキスト I

【改定版】

特定非営利活動法人 物理オリンピック日本委員会

目次

力学

第1章 物理量の単位と次元	1
1.1 物理量	1
1.2 単位と単位系	1
1.3 物理量の次元	2
第2章 運動学	3
2.1 位置と座標系	3
2.2 ベクトル	3
2.3 ベクトルの演算	4
2.4 ベクトルの直交成分	5
2.5 ベクトルの微分	6
2.6 位置座標, 速度, 加速度	7
2.7 加速度の接線成分と法線成分	9
2.8 2次元極座標における速度と加速度の成分	11
第3章 運動の法則	13
3.1 ニュートンの運動の3法則	13
3.2 運動量	14
3.3 角運動量	15
第4章 質点の簡単な運動	17
4.1 放物運動	17
4.2 抵抗力を受ける落体の運動	18
4.3 束縛運動, 摩擦	20
4.4 等速円運動	22
第5章 仕事とエネルギー	24
5.1 仕事と仕事率	24
5.2 運動エネルギー	24
5.3 保存力	25
5.4 位置エネルギー	27
5.5 力学的エネルギー保存則	28
第6章 振動論	31
6.1 単振動	31
6.2 単振り子	32
6.3 連成振動	34

6.4	減衰振動	36
6.5	強制振動	38
第7章	万有引力の法則とケプラー運動	40
7.1	ケプラーの法則	40
7.2	万有引力の法則	41
7.3	万有引力を受ける質点の運動	43
7.4	双曲線軌道	46
第8章	非慣性系における運動の記述	48
8.1	加速度座標系, 慣性力	48
8.2	回転座標系, 遠心力, コリオリの力	49
第9章	質点系の運動	55
9.1	質点系の運動量と質量中心の運動	55
9.2	質点系の角運動量	56
9.3	質点系の運動エネルギー	58
9.4	2体問題	59
9.5	1直線上の衝突	61
9.6	平面上の衝突	63
9.7	質量の変わる物体の運動	65
第10章	剛体の釣り合い	67
10.1	剛体の運動方程式	67
10.2	剛体に作用する力	68
10.3	剛体の釣り合い	69
第11章	剛体の簡単な運動	71
11.1	剛体の回転と角速度ベクトル	71
11.2	剛体の角運動量と慣性モーメント	71
11.3	慣性モーメントの例	73
11.4	固定軸のまわりの剛体の運動	77
11.5	剛体の平面運動	80
11.6	コマの運動	84
第12章	弾性体の力学	86
12.1	弾性体に加わる力とひずみ	86
12.2	内部応力	87
12.3	弾性率	93
12.4	棒のねじれとたわみ	97
12.5	弾性膜の変形	101
12.6	弾性エネルギー	105

第 13 章 静止流体の力学	110
13.1 静止流体中の圧力	110
13.2 水圧と大気圧	112
13.3 浮力とアルキメデスの原理	113
13.4 トリチェリーの真空実験	114
13.5 表面張力	116
13.6 毛管現象	122
13.7 濡れと界面張力	124
第 14 章 流体の運動	129
14.1 いろいろな流れと速度場	129
14.2 湧出しと渦	133
14.3 ベルヌーイの定理	141
14.4 流れが作る力 (水力)	146
14.5 ニュートンの粘性の法則	151
14.6 ポアズイユの流れ	154
14.7 パイプの回路網	158
14.8 レイノルズ数と乱流	163
第 15 章 超流動体の 2 流体モデル	171
15.1 粘性率パラドックス	171
15.2 二流体モデル	173
15.3 超流体と熱機械効果	174
15.4 噴水効果	177
15.5 正常流体の流体力学	179

波動・光学

第 1 章 波動	183
1.1 波動という現象	183
1.2 3 次元的平面波の表現	186
1.3 波動方程式	188
1.4 波の強度	190
1.5 疎密波としての音波	192
1.6 固体中を伝わる波動	196
1.7 水面波	200
1.8 うなりと分散, 群速度	205

1.9	衝撃波	208
第2章	光波	210
2.1	光	210
2.2	フェルマーの原理	212
2.3	光の反射と位相変化	214
2.4	光の分散	217
2.5	偏光	219
2.6	電磁波の反射と屈折	222
2.7	電磁波の全反射	227
2.8	非等方的媒質中の光波	230
2.9	幾何光学	232
第3章	光の干渉と回折	243
3.1	可干渉性	243
3.2	薄膜による干渉	245
3.3	ファブリー-ペロー干渉計	246
3.4	マイケルソン干渉計	249
3.5	光の回折	251
3.6	単スリットと回折格子	256
3.7	分解能	262
3.8	ホログラフィー	266

分担執筆者：力学	第1章～第11章	伊東敏雄
	第12章～第15章	川村 清
		植田 毅
		杉山忠男
	波動・光学	

力 学

第1章 物理量の単位と次元

1.1 物理量

物理学とは、ノーベル物理学賞を受賞した朝永振一郎氏の言葉を借用すると、「われわれをとりかこむ自然界に生起するもろもろの現象 — ただし主として無生物にかんするもの — の奥に存在する法則を、観測事実に掲りどころを求めつつ追及すること」⁽¹⁾である。このために現象にかかわる様々な量を洗い出す。物理現象の記述に使われるこれらの量を物理量 (physical quantity) という。時間や長さ、質量、速さ、加速度はいずれも物理量である。物理法則は物理量の間の数量的な関係式として記述される。

1.2 単位と単位系

物理量を表すには、基準となる大きさの単位 (unit) を決めて、この単位の何倍になるかを示せばよい。すなわち物理量は

$$\text{物理量} = \text{数値} \times \text{単位}$$

と表される。⁽²⁾ 単位はそれぞれの物理量に対して任意に選ぶことができるが、物理量の間に関係がある場合にはそれぞれ独立に単位を選ぶのは賢明ではない。例えば長さの単位を決めたら、面積の単位にはこの長さを一辺とする正方形の面積を、体積の単位にはこの長さを一辺とする立方体の体積を採用すると便利である。また長さと時間の単位を決めたら、単位時間に単位の長さを進む速さを速さの単位とすると都合がよい。単位をまったく独立に決めてよい物理量を基本物理量、その単位を基本単位 (base unit)、基本単位から導かれる単位を組立単位 (derived unit) という。力学現象を記述する物理量には3つの基本単位が必要である。国際単位系 (略称: SI⁽³⁾) では3つの基本物理量として時間 (time)、長さ (length)、質量 (mass) が選ばれ、それぞれの単位は次のように決められている。

時間の単位 1 秒 (s) は ¹³³Cs の放出する波長約 3.26 cm の電磁波の 1 周期の時間の
9 192 631 770 倍

長さの単位 1 メートル (m) は光が真空中を 1/299 792 458 s の間に進む距離

質量の単位 1 キログラム (kg) は国際キログラム原器の質量

なお、長さの単位が基本物理定数である光速に基づいて定義されているように、質量の単位を、同じく基本物理定数の1つであるプランク定数を基準とする定義に置きかえることが検討されている。

⁽¹⁾ 朝永振一郎著『物理学とは何だろうか』上巻、岩波新書 (1979) p.5

⁽²⁾ したがって物理量を表す変数は単位も含む。また物理量の数量を表すとき、単位を括弧に入れる必要はない。

⁽³⁾ SI は *Système International d'Unités* (フランス語で“国際単位系”) の略

1.3 物理量の次元

一般の物理量と基本物理量との関係を表す概念を次元 (dimension) という。長さの次元を L ，質量を M ，時間を T と表すと，一般の物理量の次元は $L^x M^y T^z$ と表すことができる。 x, y, z は通常，整数値である。例えば，面積の次元は L^2 ，体積の次元は L^3 ，密度の次元は ML^{-3} ，速さの次元は LT^{-1} ，質量と速さの積 (運動量) の次元は LMT^{-1} ，加速度の次元は LT^{-2} である。次元の式はまた，一般の物理量の単位が基本単位とどのような関係にあるかを示している。

物理量の関係式においては各辺，各項の次元は同じでなければならない。このことを利用して物理量の間関係を予測する手法を次元解析 (dimensional analysis) という。

第2章 運動学

2.1 位置と座標系

力学の基本概念は運動である。運動とは、物体が時間とともに位置を変えることである。位置を記述するために座標系 (coordinate system) を用いる。座標系には直交座標系、極座標系、円筒座標系などがあるが、直交座標系が最も基本的である。ある点を原点と定めて、この点を通り互いに直交する x 軸、 y 軸、 z 軸からなる座標系が3次元直交座標系である。空間における点の位置は座標 (x, y, z) で指定することができる。

空間の位置を一般的に記述するためには3次元座標系を用いるが、考える空間が一平面内に限る場合には2次元座標系を用いる。図2.1に2次元の直交座標と極座標の座標点の表し方を示す。図2.2には3次元の直交座標、極座標、円筒座標の座標点の表し方を示す。

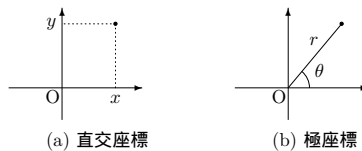


図 2.1 2次元座標系

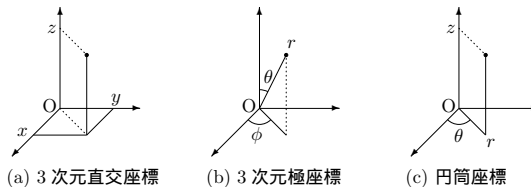


図 2.2 3次元座標系

2.2 ベクトル

物理量には通常2種類ある。ひとつは単位を適当に決めるとひとつの実数値によって表される量で、スカラー (scalar) と呼ばれる。例えば時間や長さである。もうひとつは、単位を決めるとある実数値が対応するが、それだけでは決まらず、さらに方向を指定する必要がある量で、ベクトル (vector) と呼ばれる。例えば速度は、速さとともにどの方向に向かってるかを指定しなければならない。したがって速度はベクトルである。

ベクトルは方向を決めれば、ひとつのスカラー量と同等になる。このことからベクトルは方向をもった線分、すなわち矢印で表すことができる。図2.3のように点Pを始点、点

Q を終点とする矢印 \vec{PQ} で表されるベクトルをひとつの文字 A で表そう。

$$A = \vec{PQ} \quad (2.1)$$

$P \rightarrow Q$ をベクトル A の方向または向き，線分の長さ \overline{PQ} をベクトル A の大きさまたは絶

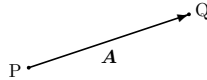


図 2.3 ベクトル

対値といい， $|A|$ または A で表す。

$$|A| = \overline{PQ} \quad \text{または} \quad A = \overline{PQ} \quad (2.2)$$

大きさと方向が等しい 2 つのベクトルは等しいと定義する。したがってベクトルの始点の位置は意味をもたない。Q を始点，P を終点とするベクトル \vec{QP} は \vec{PQ} と比べて，大きさは同じで，向きが逆になるので $-A$ と表す。

$$-A = \vec{QP} = -\vec{PQ} \quad (2.3)$$

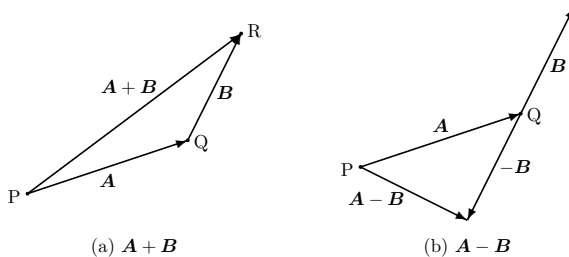
また λ を実数とすると λA というベクトルは $\lambda > 0$ ならば A と同じ向き， $\lambda < 0$ ならば A と逆向きで，大きさは $|\lambda||A|$ のベクトルを意味する。

2.3 ベクトルの演算

ベクトルの演算を定義しておこう。2 つのベクトル A, B を考える。A の始点を P，終点を Q とする。B を平行移動して，その始点を Q にもってきたときの B の終点を R とする (図 2.4(a) 参照)。このときベクトル $\vec{PR} = C$ を A と B の和といい，

$$C = A + B \quad (2.4)$$

と書く。B の代わりに $-B$ を加えると $A + (-B) = A - B$ ，すなわちベクトルの差が得られる (図 2.4(b) 参照)。



(a) $A + B$

(b) $A - B$

図 2.4 ベクトルの和と差

次に A と B のなす角度を θ として、スカラー量 $AB \cos \theta = |A| \cdot |B| \cos \theta$ を A と B のスカラー積 (scalar product) または内積といい、 $A \cdot B$ と表す。すなわち

$$A \cdot B = AB \cos \theta \quad (2.5)$$

である。スカラー積 $A \cdot B$ は、 A の B への射影の大きさ ($A \cos \theta$) と B の大きさとの積 (あるいは B の A への射影の大きさ ($B \cos \theta$) と A の大きさとの積) ともいえる。

これに対して $AB \sin \theta$ の大きさをもち、 A と B にともに垂直で、 A から B へ (180° より小さい角度) まわした右ねじの進む向きのベクトルを、 A と B のベクトル積 (vector product) または外積といい、 $A \times B$ と表す (図 2.5 参照)。ベクトル積の大きさ

$$|A \times B| = AB \sin \theta \quad (2.6)$$

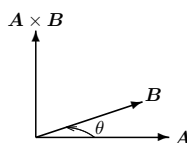


図 2.5 ベクトル積

は、 A と B を隣りあう 2 辺とする平行四辺形の面積に等しい。

とくに 2 つのベクトルが平行である場合と垂直である場合には、これらの積は

$$A // B \text{ ならば } A \cdot B = AB, \quad A \times B = 0 \quad (2.7)$$

$$A \perp B \text{ ならば } A \cdot B = 0, \quad A \times B = C \quad (2.8)$$

である。ただし C は、 A, B をそれぞれ x, y 軸の正方向とすると、 z 軸の正方向のベクトルで、 $|C| = AB$ である。また同じベクトルのスカラー積は

$$A \cdot A = A^2 \quad (2.9)$$

である。とくに大きさが 1 のベクトルを単位ベクトルという。なお次の関係が成り立つことは容易に証明できよう。

$$A \cdot B = B \cdot A, \quad A \cdot (B + C) = A \cdot B + A \cdot C \quad (2.10)$$

$$A \times B = -B \times A, \quad A \times (B + C) = A \times B + A \times C \quad (2.11)$$

2.4 ベクトルの直交成分

ベクトル A の始点に原点をもつ直交座標系において、ベクトル A の x, y, z 軸方向への射影の長さ A_x, A_y, A_z をそれぞれ A の x, y, z 成分という。ベクトルが x, y, z 軸となす角度を α, β, γ とすると

$$\cos \alpha = \frac{A_x}{A}, \quad \cos \beta = \frac{A_y}{A}, \quad \cos \gamma = \frac{A_z}{A} \quad (2.12)$$

$$A^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 \quad (2.13)$$

である。 $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ を A の方向余弦という。方向余弦を与えると方向は完全に決まるので、ベクトル A は成分 A_x, A_y, A_z によって完全に決定される。すなわち

$$A = (A_x, A_y, A_z) \quad (2.14)$$