

実験問題 1

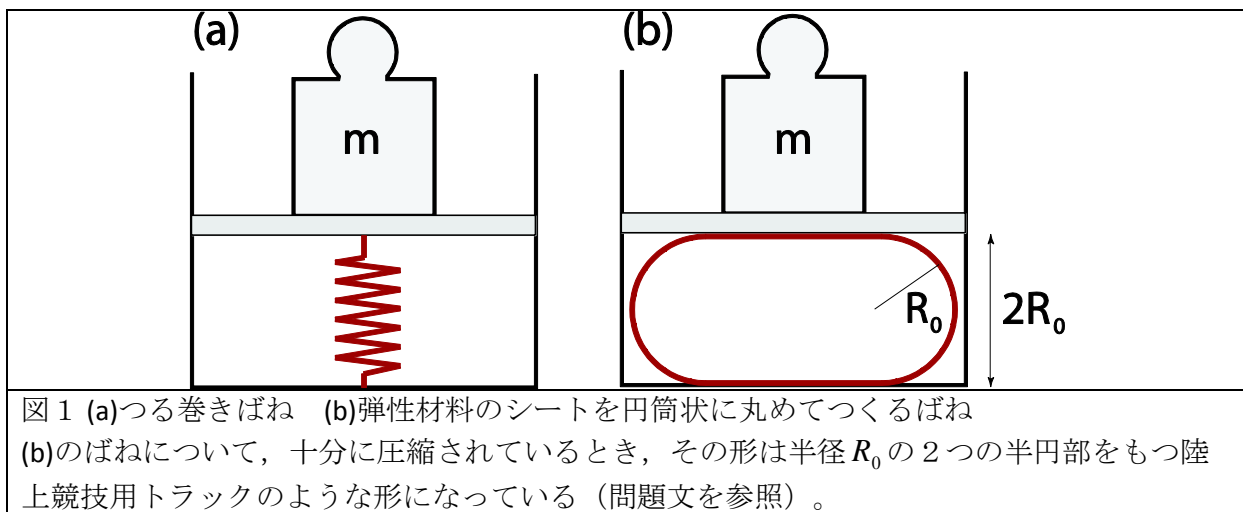
実験問題は2問である。机の上にある実験器具は両方の問題に共通である。試験時間は2問で5時間である。

実験問題 1: シートの弾性

導入

ばねは、力学的エネルギーを蓄える弾性的な性質を持つ材料（弾性材料）からできている。普通のつる巻きばねに働く力は、つり合いの位置から押し戻された変位に比例する（線形）というフックの法則で表される。すなわち、 $F = -k\Delta x$ である。ここで F は押す力、 k はばね定数、 Δx はつり合い（平衡）の位置からの変位を表す（図1(a)）。

しかし、いろいろな弾性ばねは普通のつる巻きばねとはまったく異なった形状をしているばかりか、変形が大きくなるとフックの法則は適用できない。この問題では、図1(b)に示すような、弾性材料のシートでつくった弾性ばねの性質を調べる。



透明シートを巻いた円筒ばね

弾性材料でできたシート（ここでは、透明シート）を曲げたものを考える。これをさらに曲げると、さらに大きな弾性エネルギーがシートに蓄えられる。この弾性エネルギーは、シートの曲率（曲がりぐあい）に依存する。シートの曲率の大きな部分は、より多くのエネルギーを蓄える（シートの平らな部分はエネルギーを蓄えない）。

この実験で用いるばねは、長方形の透明なシートを図2のように、円筒状に丸めてつくる。この円筒ばねに蓄えられるエネルギーは、

$E_{el} = \frac{\kappa}{2} \frac{1}{R_c^2} A$	(1)
---	-----

で表される。

ここで、 A は円筒ばねの曲率を持った側面の面積（円形の底面は含まれない）、 R_c は円筒ばねの曲率半径、 κ は曲げ難さを表す係数で、材質の弾性的な性質と、シートの厚みによって決まる。

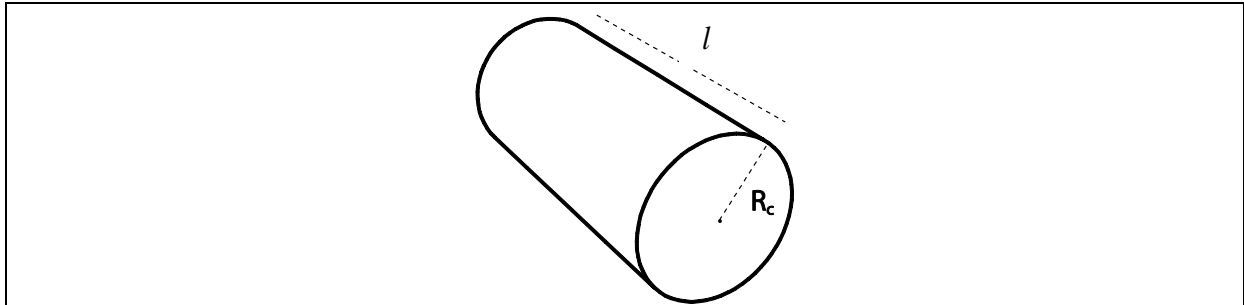


図2 シートを丸めて作った、長さ l 、半径 R_c をもつ円筒ばねの略図である。

図1(b)のように、円筒ばねが圧縮されているものを考える。おもりによって与えられた押す力(F)に対して、平衡状態からの変位は透明なシートの弾性に依存する。押す力を一定の間隔で変化させていくと、圧縮された透明なシートの形は陸上競技用トラックのようになり、その断面の周りは2つの直線と2つの半円周（半径 R_0 ）からなる。圧縮された系のエネルギーが最小となるのは

$R_0^2 = \frac{l\kappa\pi}{2F}$	(2)
---------------------------------	-----

で表される。

力は、電子天秤で測定した質量 m から、 $F = mg$ を用いて求める。ここで重力加速度は、 $g = 9.81\text{m/s}^2$ とする。

実験手順 (実験問題 1)

実験問題1で使用する実験道具は以下のとおりである。

1. ブロック（石）のおもりを載せた圧縮用の板、必要であればカバーシートの説明を読みなさい。
2. 電子天秤（5000gまで計測可能であり、ゼロ点に補正する機能がある。電子天秤の上に、下の圧縮板と曲げたシートを載せ、上の圧縮板がシートに接触する前にゼロ補正するとき用いる。もし必要であれば、カバーシートの説明を読みなさい。）
3. 透明なシート3枚（シートは21cm×29.7cmである。厚み200 μm の青いシート（2枚）、厚み150 μm の無色のシート（1枚）がある。）
シートがさらに必要な場合は、スタッフに頼みなさい。
4. セロテープ（scotchテープ）
5. はさみ
6. 目盛付きの三角定規

7. 長方形の木製の板（木製の板は電子天秤の上に置かれており，透明なシートはこの木製の板の上に置く。）

図3に実験の完成図があるように，おもりは太いネジの近くに，シートののりしろ部分が底辺の中央にくるようにして，下の圧縮板中央に置きなさい。上にある圧縮用の板は留めねじで上下に動くようになっている。圧縮することによってかかる力（質量）はおもりで測定することができる。

重要：留めねじは360度回転させると2mm動く。

細いアルミニウムの棒は実験問題1では使わない。

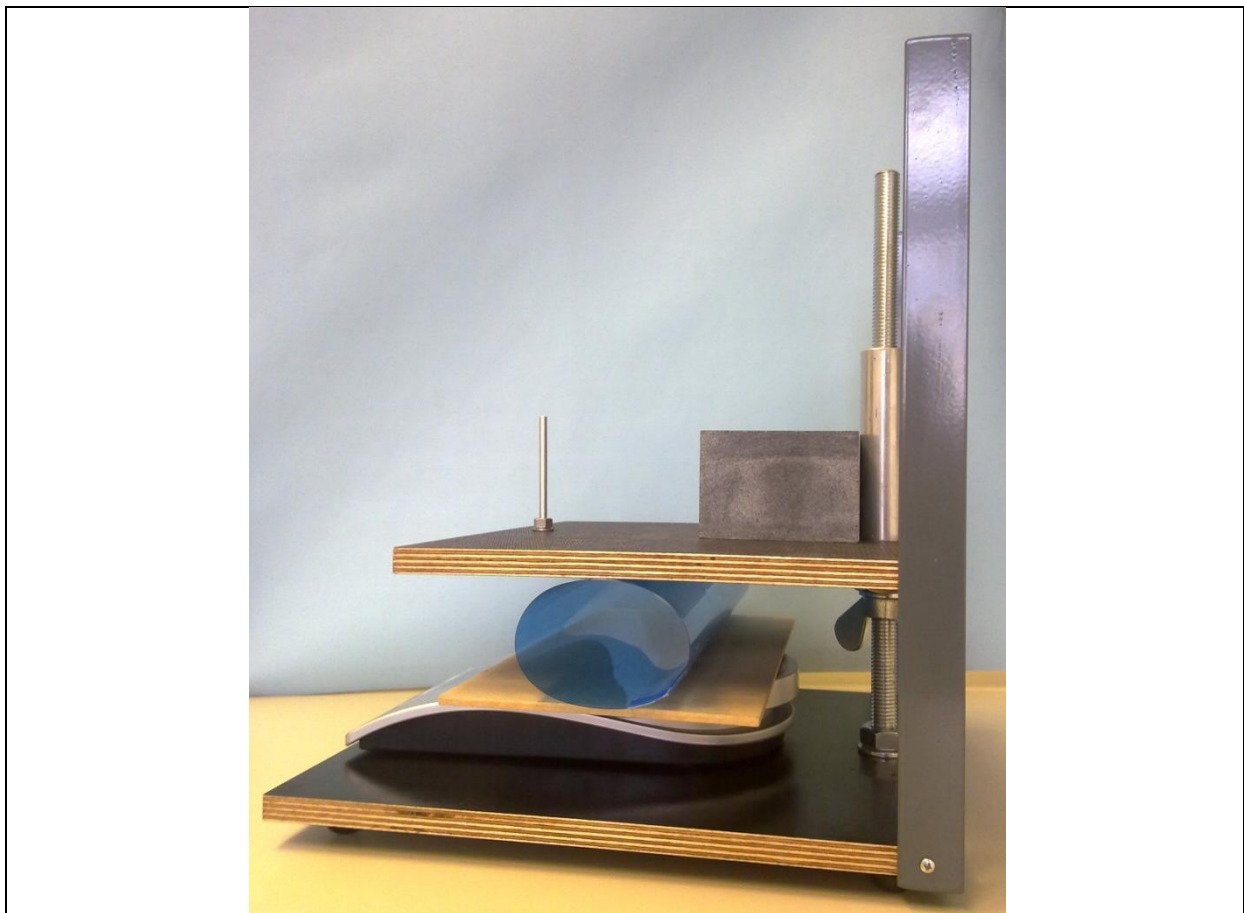


図3 曲げ難さの係数の測定のための実験装置の完成写真。

問

- 青いシートを筒状に巻きなさい。1つは長い辺が側面になるように巻き，もう1つは短い辺が側面になるように巻きなさい。のりしろ部分の長さ l の辺をセロテープで固定しなさい。ただし，シート同士ののりしろ幅は0.5cmとしなさい。
 - 上下の圧縮板間の距離と電子天秤の読み（質量）を測定して，表にしなさい。この測定を，縦巻きと横巻きの青いシートについて実験を行いなさい。ただし，青いシートが1枚しかない場合，もう1枚をスタッフに要求しなさい。（1.9点）
 - 実験結果を，本文にある式を参考に，縦軸と横軸に適切な値を取って直線となる

グラフに描きなさい。このグラフから、筒状シートの曲げ難さを表す係数 κ を求めなさい。その際、定規を用い、図に直線を書き入れ、その傾きを利用しなさい。巻き方の異なる青いシート各々の場合について κ を求めなさい。

グラフが直線になっている領域を丸で囲みなさい。この領域において、 $\frac{R_0}{R_c}$ の比を見積もりなさい。ここで、 R_c はおもりがないときの筒状シートの半径である。
(4.3 点)

この実験では、誤差の見積もりは必要ない。

- 無色のシートを、短い辺が側面となるように巻いて、曲げ難さを表す係数 κ を求めなさい。
(2.8 点)
- 曲げ難さを表す係数 κ は、ヤング率 Y (均質な物質の弾性率を表す)、透明なシートの厚み d で決まり、次の式にしたがう。

$\kappa = \frac{Yd^3}{12(1-\nu^2)}$	(3)
-------------------------------------	-------

ここで ν は材質のポアソン比であり、多くの物質は $\nu \approx 1/3$ である。これらの実験結果から、青いシートと無色のシートのヤング率を求めなさい。
(1.0 点)