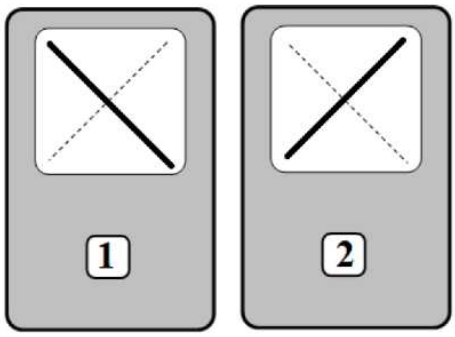
実験問題　見えないものを見る！　（解答例）

Part 1. 定性的観測!

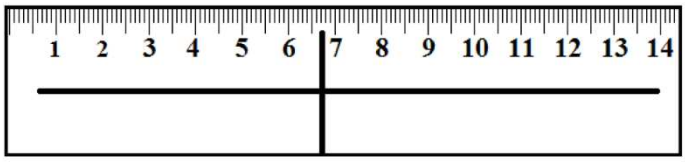
Part 1.1. 偏光板

偏光板の透過光の偏光軸を決定するために, 表面が輝いている任意の物からの反射光が利用できる。反射光は反射面で偏光されることが知られている。対応する透過光振動面は右図のようになる。



Part 1.2. 定規

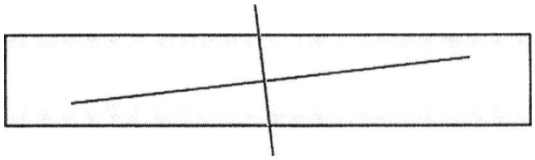
1.2.1　光学軸に沿って偏光されているか, または光学軸に垂直に偏光されている入射光の場合, ただ一種類の光のみが中間で生み出される。これは光の偏光が変化しないことを意味する。このように, 光軸の方向かそれに垂直な方向を決定することが可能である。それらの可能性のある選択肢は上図（定規に沿った方向かそれに垂直な方向）のようになる。



1.2.2　定規のどの部分に同様な色（主に青色）が観察されるかを見ることができる。定規 1 ではそれらの色の帯の間隔はおよそ 12cm であるのに対し，二つの定規を重ねたときではおよそ 8cm である。

Part 1.3. リボン

1.3.1　考えられる細長い帯の光学軸の方向は同様の方法で決定できる。右図に示すとおり，それらの方向が帯の側面となす角のうち小さい方はおよそ 10° 以内である。

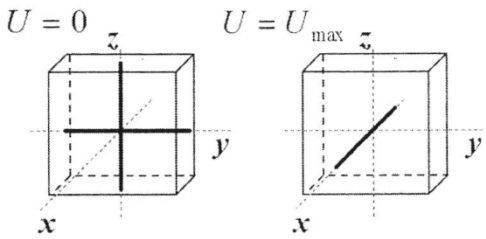


1.3.2　暗線の座標はおおよそ次のようになる。x_L = 3.5cm ， x_R = 7.5cm

Part 1.4. 液晶セル

1.4.1. 電圧が 0 V のとき，光学軸の方向は同じ方法で決定できる。その結果は水平方向と垂直方向である。最大電圧が印加されたとき，光学軸は電場に沿った方向を向く。つまり，光学軸は液晶面に対して垂直になる。

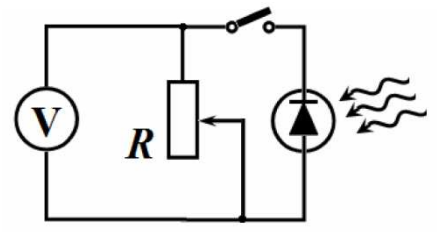
1.4.2. 液晶分子の方向が大きく変化するときの電圧はおよそU_{cr} = 2V に等しい。



Part 2. 測定せよ！

Part 2.1. 光ダイオードを調べる

2.1.1. 回路のスイッチの位置は下図のようになる。抵抗値を測定している間，スイッチは開いておかなくてはならない。

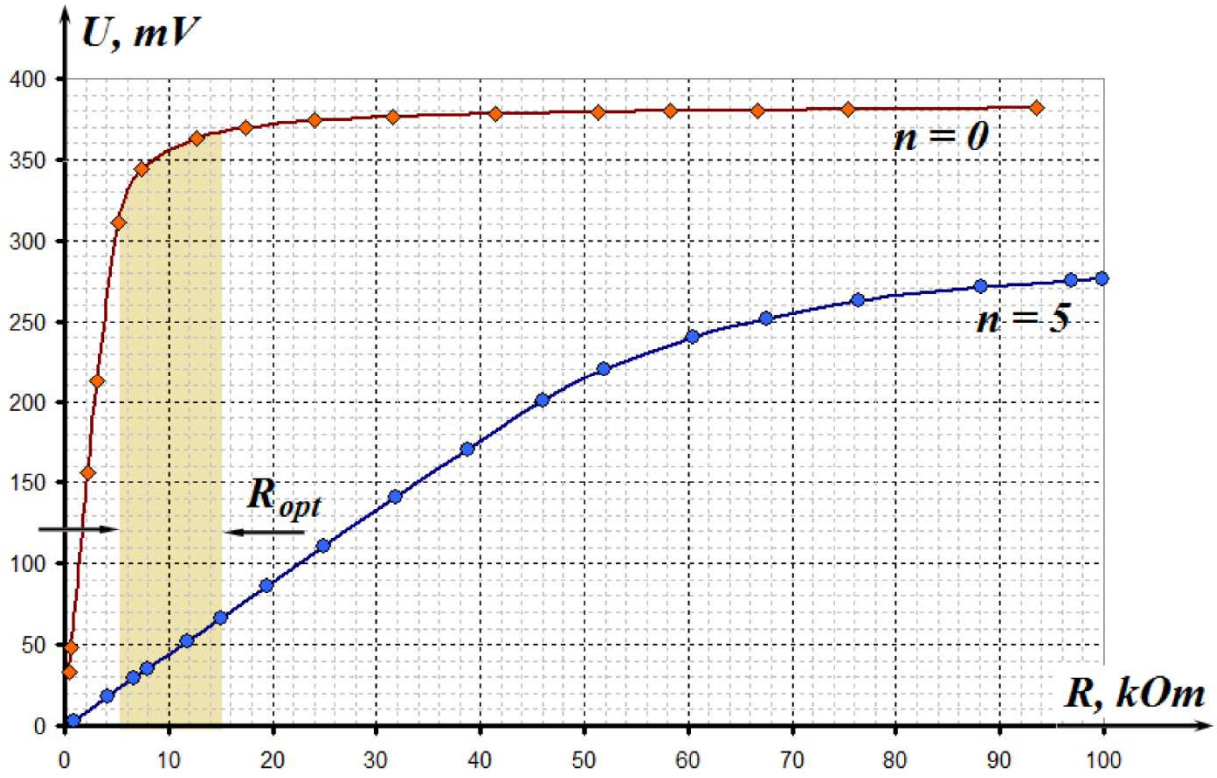


2.1.2 Table 1 では抵抗値の関数として電圧Uの測定をした結果を表している。それらのデータは対応するグラフにプロットされている。

Table 1.

$n=0$		$n=5$	
$R, 10^3 Ohm$	$U, 10^{-3} V$	$R, 10^3 Ohm$	$U, 10^{-3} V$
0,4	33	0,9	3
0,6	48	4,1	18
2,2	156	6,6	29
3,1	213	8,0	35
5,1	311	11,8	52
7,4	344	15,0	66
12,7	363	19,4	86
17,4	370	24,9	111
24,0	374	31,8	141
31,5	376	38,8	170
41,5	378	46,0	200
51,4	379	51,9	220
58,3	380	60,4	240
66,6	380	67,5	252
75,4	381	76,4	263
93,5	382	88,2	271
		96,9	275
		99,8	276

最適な抵抗値は 5〜15 kΩ の範囲内にすべきである。電圧の変化が最大であるところに対応。



2.1.3 Table 2 では異なる抵抗値において，フィルターの枚数の関数として電圧の測定をした結果を表している。

Table 2.

$R =$	29,9 kOhm		20,4 kOhm		10,1 kOhm	
n	U, mV	$\ln U$	U, mV	$\ln U$	U, mV	$\ln U$
0	391	5,969	388	5,961	377	5,932
1	370	5,914	364	5,897	341	5,832
2	346	5,846	336	5,817	294	5,684
3	317	5,759	309	5,733	179	5,187
4	288	5,663	234	5,455	105	4,654
5	212	5,357	148	4,997	66	4,190

フィルターを通過した光の強度 I_n はフィルターの枚数 n が増えるにつれ等比数列的に減少する。

$$I_n = I_0 \gamma^n \qquad (1)$$

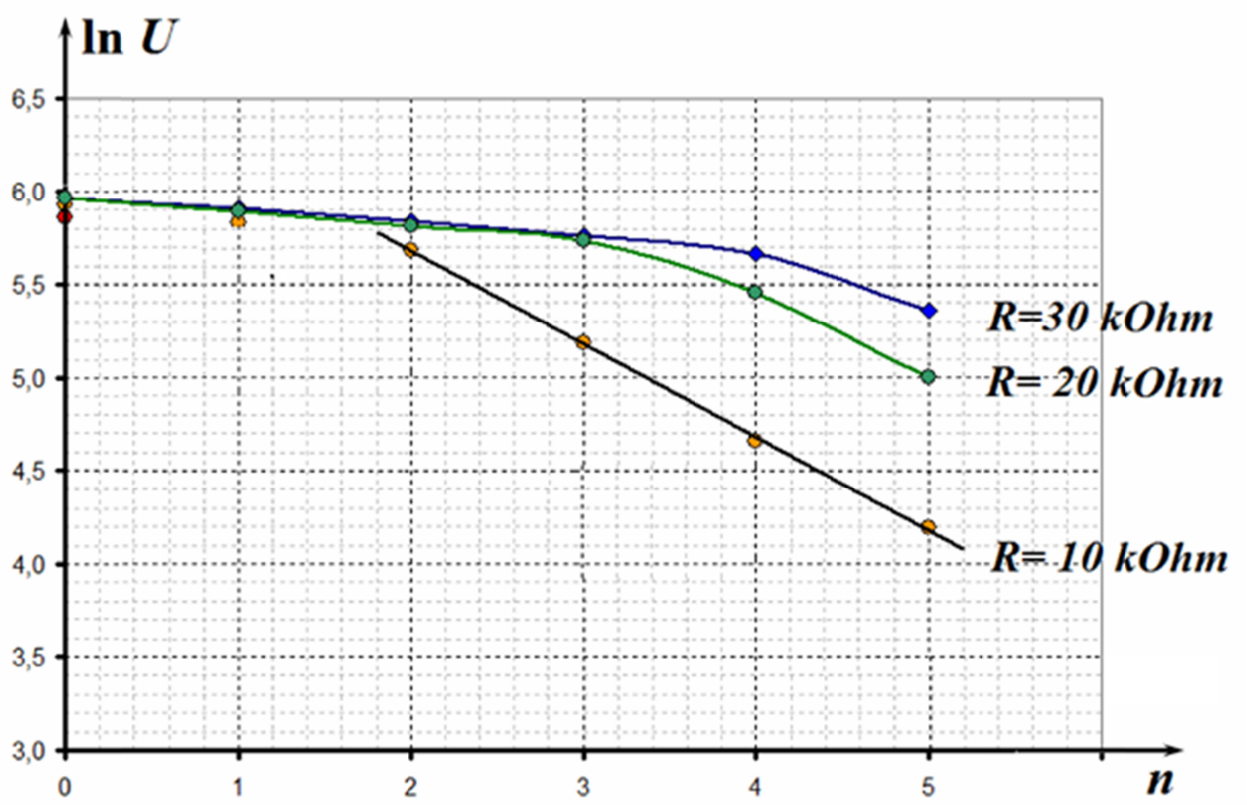
もし測定された電圧が入射光の強度に比例しているとき，電圧も同様な法則に従う。

$$U_n = U_0 \gamma^n \qquad (2)$$

(2) の式を確かめるためには，片対数グラフを用いる必要がある。つまり，n の関数として $\ln U$ をプロットする必要がある。

$$\ln U_n = \ln U_0 + n \ln \gamma \qquad (3)$$

これは次の図のようになる。



上のグラフによると，抵抗値の減少によって依存性が一次関数になるため，以後の測定は与えられた値の中で最小の抵抗で行うべきである。すなわち， R =10 kΩ である。

2.1.4. (3)の式によると，傾きは$a=\ln\gamma$である。最小二乗法を用いると， $a=$ −0.53 ±0.03 という値を得る。このように透過率は誤差を含め$\gamma=e^{a}=$ 0.59 に等しくなる。誤差は$\Delta\gamma=e^{a}\Delta a$ = 0.02 を適用することで計算できる。最終的に，

$$\gamma=0.59\pm0.02$$

を得る。

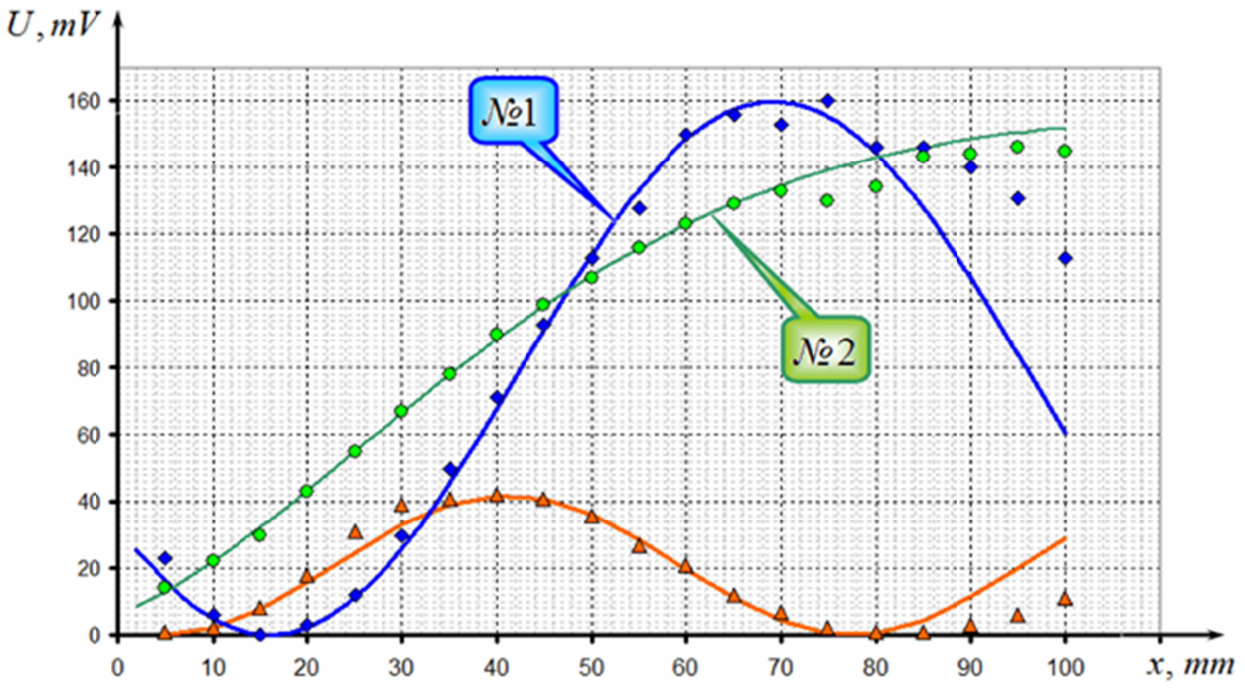
R =10 kΩ での値が$\gamma=0.59\pm0.02$になることに注意しなさい。

Part 2.2 プラスチック定規を透過する光

2.2.1 光が定規に入射する点の座標の関数として，定規１，定規２，そして両方の定規を通る光の強度の測定結果は Table 3 のようになり，グラフは下のようになる。

Table 3.

№1			№2			Both rulers		
X,mm	*U,mV*	$\Delta\varphi$	*X,mm*	*U,mV*	$\Delta\varphi$	*X,mm*	*U,mV*	U_{calc}
5	23	0,778	5	14	0,601	5	1	0,0
10	6	0,390	10	22	0,760	10	2	2,1
15	0	0,000	15	30	0,896	15	8	7,7
20	3	0,275	20	43	1,090	20	18	15,7
25	12	0,555	25	55	1,253	25	31	24,7
30	30	0,896	30	67	1,408	30	39	33,0
35	50	1,186	35	78	1,546	35	41	39,2
40	71	1,458	40	90	1,696	40	42	41,9
45	93	1,734	45	99	1,811	45	41	40,8
50	113	1,996	50	107	1,915	50	36	36,0
55	128	2,214	55	116	2,038	55	27	28,5
60	150	2,636	60	123	2,138	60	21	19,6
65	156	2,824	65	129	2,230	65	12	10,9
70	153	2,720	70	133	2,295	70	7	4,1
75	160	3,142	75	130	2,246	75	2	0,4
80	146	2,541	80	134	2,312	80	1	0,5
85	146	2,541	85	143	2,478	85	1	4,4
90	140	2,419	90	144	2,498	90	3	11,4
95	131	2,262	95	146	2,541	95	6	20,1
100	113	1,996	100	145	2,519	100	11	29,0



2.2.2 位相差を計算するために，問題の公式で言及されているように，次のように表せる(1)の式を用いる。

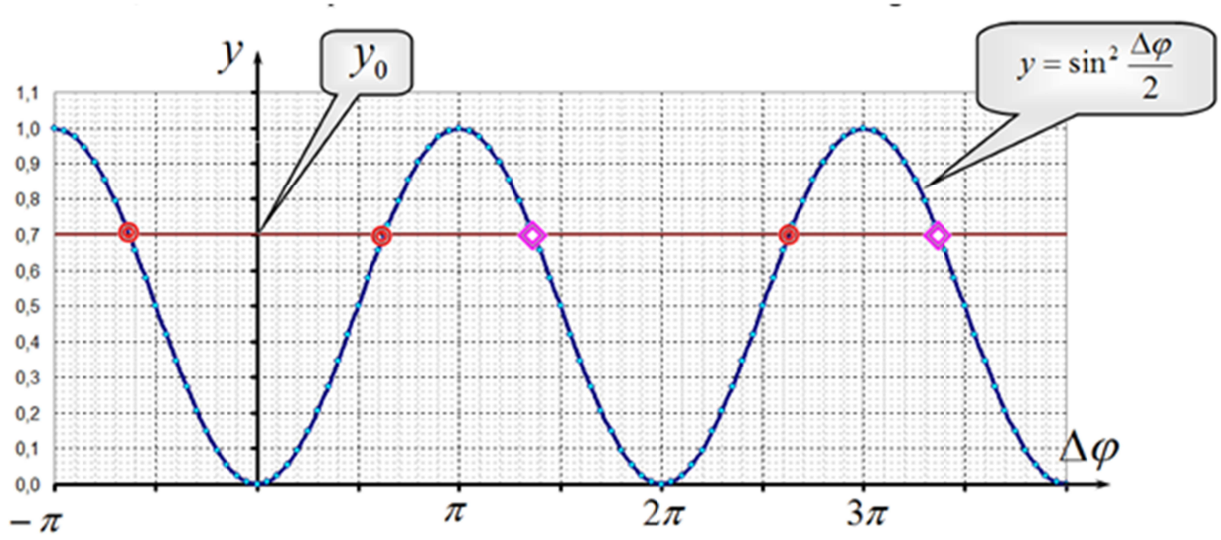
$$U = U_{\max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \qquad (1)$$

$U_{\max}$ は電圧の最大値である。ただし，この値は実際に(1)の関数の最大値に相当するということに気をつけなくてはならない。測定によると（グラフを見よ），どちらの定規も最適な $U_{\max}$ の値は $U_{\max} = 160$ mV である。

次の方程式

$$y_0 = \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \qquad (2)$$

は重根を持ち，たとえある $U_{\max}$ 値が計算できたとしても，位相差の実際の値を見つけるのは容易ではない。上で言及されている式の根は下図のようになる。



形式的に根を異なる形式で表すことができる。たとえば，

$$\Delta\varphi = \pm 2(\sin^{-1}\sqrt{y_0} + k\pi),$$
$$\Delta\varphi = \pm 2(\pi - \sin^{-1}\sqrt{y_0} + k\pi), \qquad (3)$$
$$k = 0,1,2\ldots$$

正しい根を選ぶのは実験的に得られた関数によるべきである。

方程式から位相差の値が計算され，

$$\Delta\varphi = 2\sin^{-1}\sqrt{\frac{U}{U_{\max}}} \qquad (4)$$

が Table 3 に示されている。

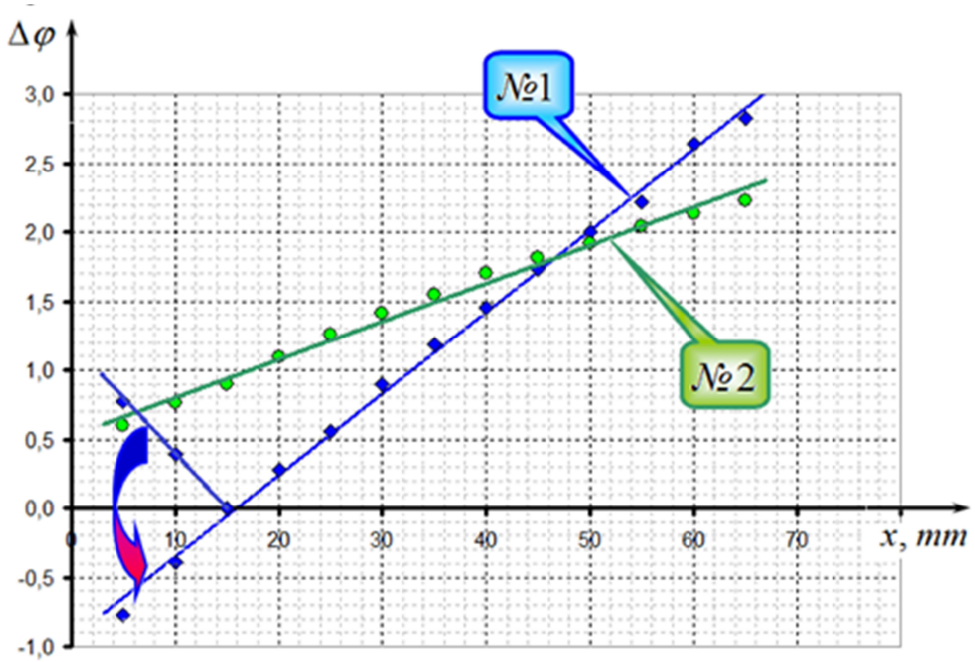
$\Delta\varphi(x)$ の関数が単調にならなければならないのは明らかであり，それが最初の 2 点の根の符号が変わらなくてはならない理由である。これは数学的に正しい操作（ただグラフを反映させること）である。位相差は $\pm 2\pi k$ の不確かさをもって計算されることに注意する必要がある。

2.2.3 得られた関数はほぼ一次関数的であるため，最小二乗法をもちいることで，

$$\Delta\varphi_1 = 0.059x - 0.94$$
$$\Delta\varphi_2 = 0.028x + 0.52$$

を得る。

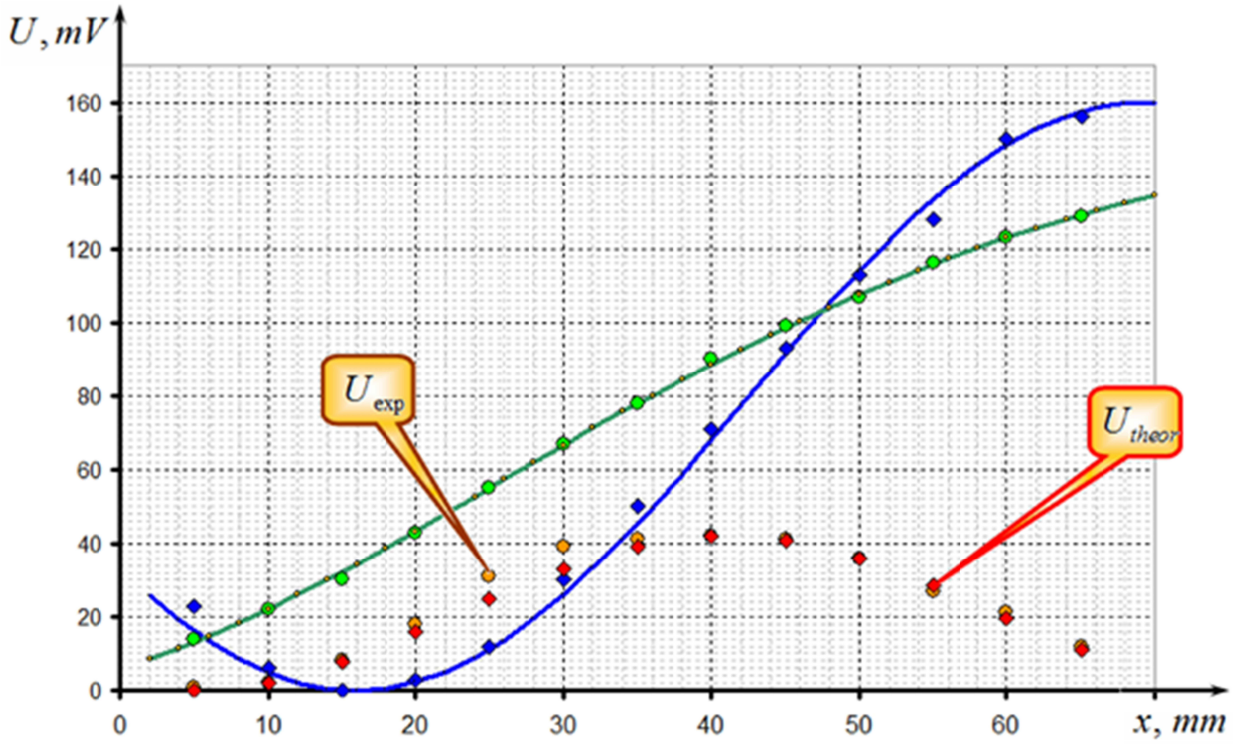
それらの関数のグラフは下のようになる。



2.2.4　二つの定規が重ねられている場合，位相差は単調増加で，理論的には位相差の関数として強度は次のように書ける。

$$U = U_{\max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2} \qquad (5)$$

ここで$U_{\max}$は光が両方の定規を通るときの電圧の最大値であり，実験データから得られる。



計算の結果は Table 3 と上のグラフのようになる。理論計算と実験データの一致がはっきりと見られる。

Part2.3 液晶セル

2.3.2 液晶セルを透過する光

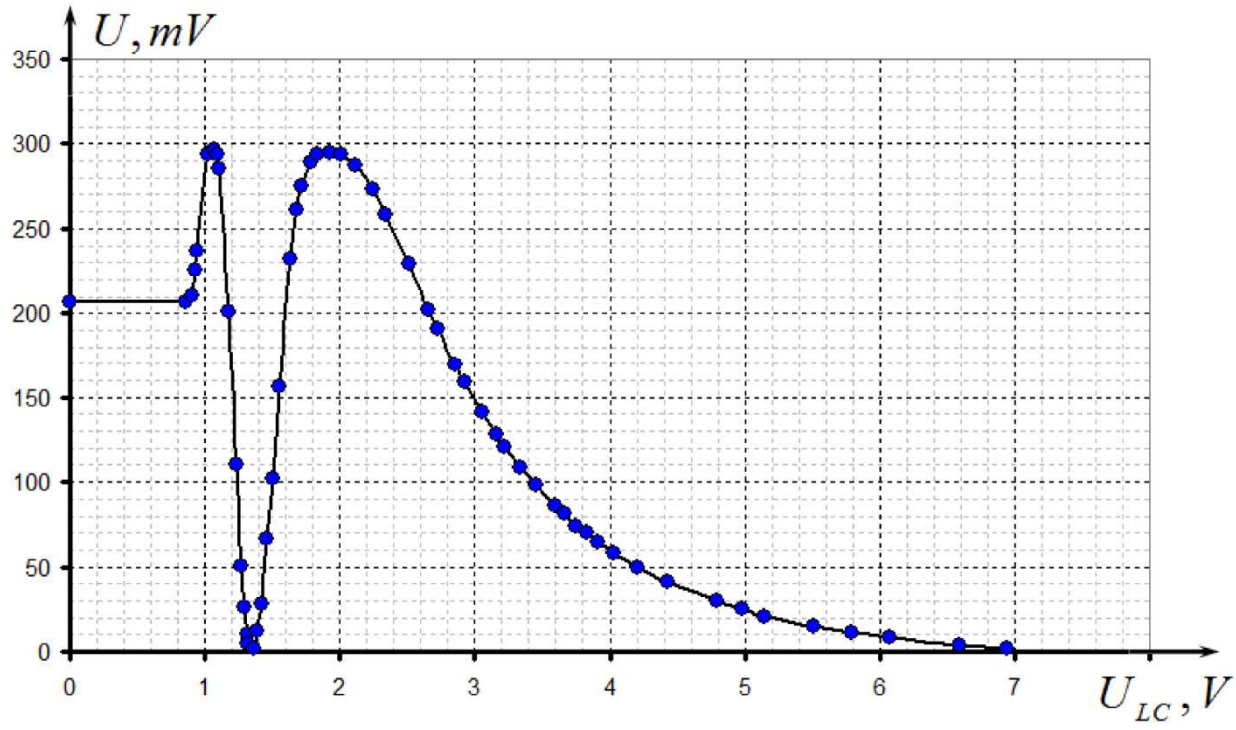
2.3.1 Table 5[1]に液晶のにかける電圧U_{LC}の関数として強度の測定結果を示す。依存を表す曲線は下のグラフに描かれている。

Table 5.

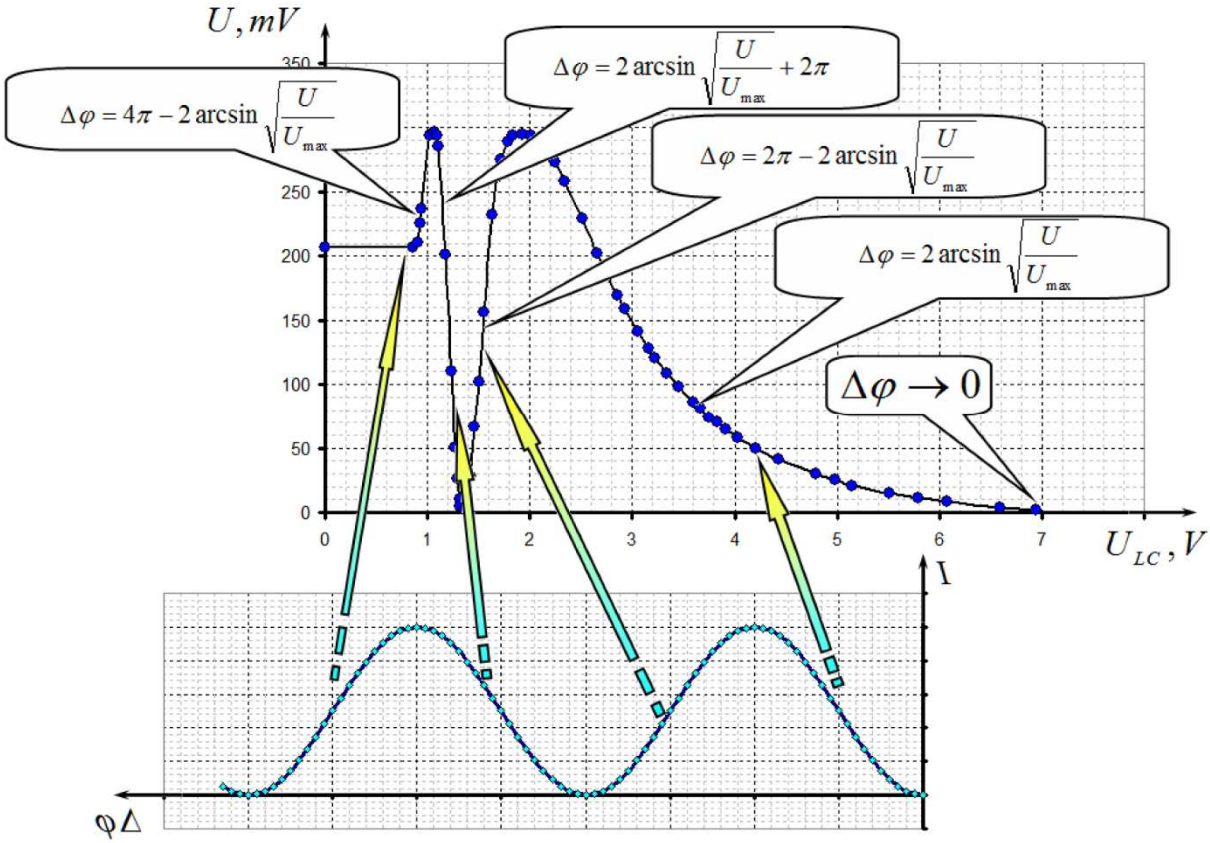
U_{LC}, V	U, mV	$(\Delta\varphi)'$	$\Delta\varphi$	$\ln U_{LC}$	$\ln \Delta\varphi$
0	207	1,961	10,606	-	2,361
0,86	207	1,961	10,606	-0,151	2,361
0,91	211	1,990	10,577	-0,094	2,359
0,93	226	2,102	10,464	-0,073	2,348
0,94	237	2,190	10,377	-0,062	2,340
1,02	294	2,858	9,709	0,020	2,273
1,07	297	2,941	9,625	0,068	2,264
1,09	294	2,858	9,709	0,086	2,273
1,11	285	2,691	8,974	0,104	2,194
1,18	201	1,918	8,201	0,166	2,104
1,23	110	1,301	7,584	0,207	2,026
1,27	51	0,850	7,133	0,239	1,965
1,29	26	0,598	6,881	0,255	1,929
1,31	10	0,367	6,650	0,270	1,895
1,32	5	0,259	6,542	0,278	1,878
1,36	2	0,163	6,447	0,307	1,864
1,39	12	0,403	5,880	0,329	1,772
1,42	28	0,621	5,662	0,351	1,734
1,46	66	0,976	5,307	0,378	1,669
1,5	102	1,245	5,038	0,405	1,617
1,55	156	1,611	4,672	0,438	1,542
1,63	232	2,149	4,134	0,489	1,419
1,68	261	2,404	3,879	0,519	1,356
1,71	275	2,556	3,727	0,536	1,316
1,78	289	2,756	3,527	0,577	1,260
1,83	294	2,858	3,425	0,604	1,231
1,93	295	2,883	3,401	0,658	1,224
2,01	294	2,858	2,858	0,698	1,050
2,11	287	2,722	2,722	0,747	1,001
2,24	273	2,532	2,532	0,806	0,929
2,34	258	2,375	2,375	0,850	0,865
2,51	229	2,125	2,125	0,920	0,754
2,65	202	1,925	1,925	0,975	0,655
2,72	191	1,848	1,848	1,001	0,614
2,85	169	1,698	1,698	1,047	0,529
2,92	159	1,631	1,631	1,072	0,489
3,05	141	1,511	1,511	1,115	0,413
3,16	128	1,424	1,424	1,151	0,353
3,22	121	1,376	1,376	1,169	0,319
3,34	109	1,294	1,294	1,206	0,258
3,45	98	1,217	1,217	1,238	0,196
3,59	86	1,130	1,130	1,278	0,122
3,66	81	1,093	1,093	1,297	0,089
3,75	74	1,039	1,039	1,322	0,039

[1] これほど多くの測定数は求められていない。15～20 点ほどあれば十分である。重要なのはグラフに変化が急な凹みの部分があるか否かである。

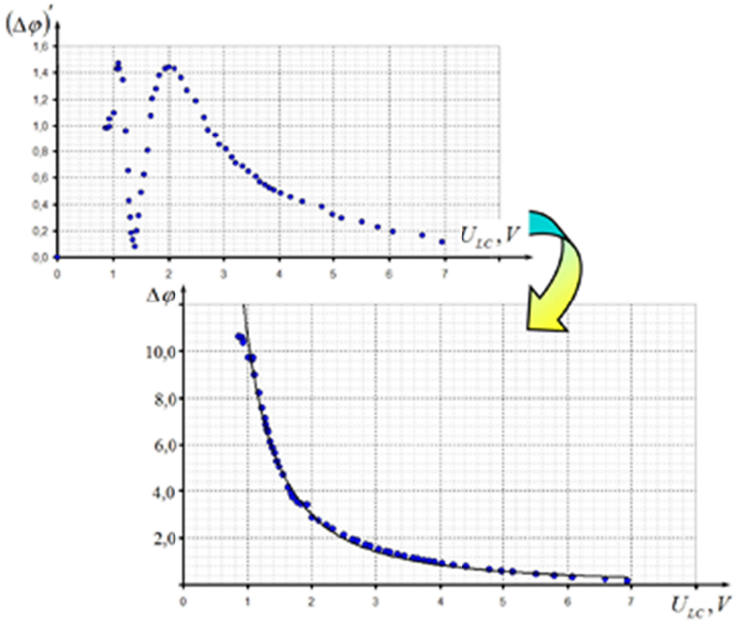
3,83	70	1,008	1,008	1,343	0,008
3,91	65	0,968	0,968	1,364	-0,032
4,03	58	0,911	0,911	1,394	-0,094
4,21	50	0,841	0,841	1,437	-0,173
4,43	41	0,757	0,757	1,488	-0,278
4,79	30	0,644	0,644	1,567	-0,441
4,98	25	0,586	0,586	1,605	-0,535
5,15	21	0,536	0,536	1,639	-0,625
5,51	15	0,451	0,451	1,707	-0,796
5,79	11	0,385	0,385	1,756	-0,954
6,07	8	0,328	0,328	1,803	-1,115
6,59	4	0,231	0,231	1,886	-1,463
6,94	2	0,163	0,163	1,937	-1,811



位相差$\Delta\varphi$を十分な精度で計算するために方程式(2)の正しい解を選ぶことが重要である。この場合U_{LC}が大きくなると 0 に収束しているからそれは明らかなことである。他の解や対応する方程式は下の図中に示されている。



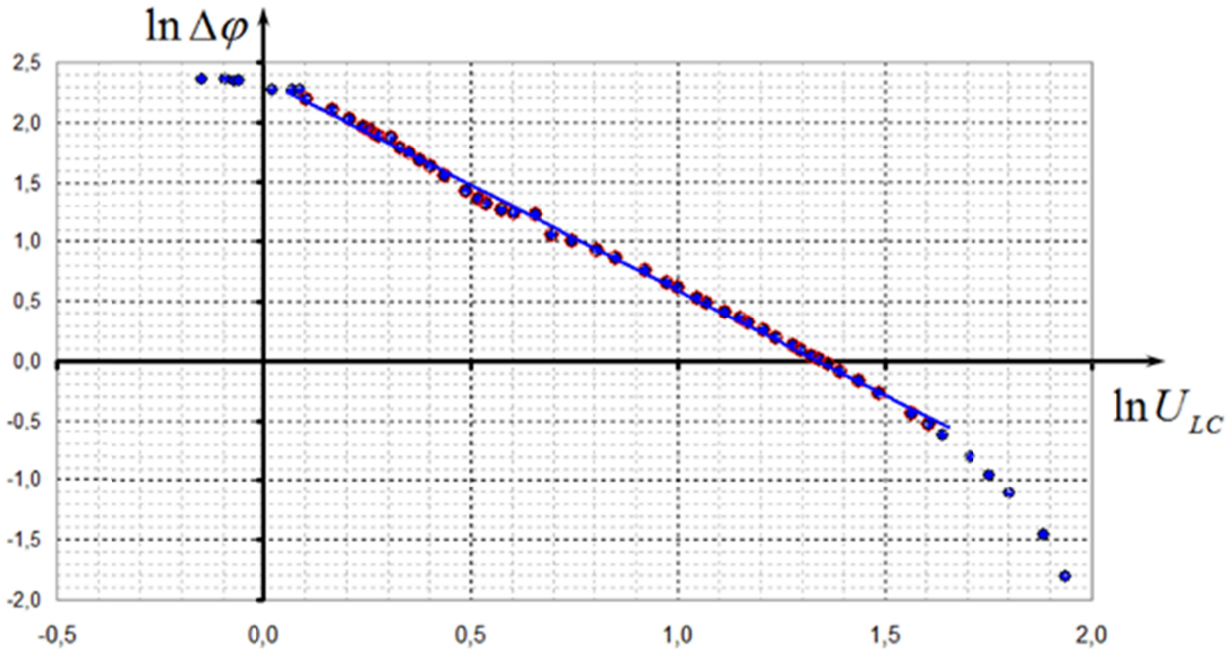
$(\Delta\varphi)' = \sin^{-1}\sqrt{\frac{U}{U_{max}}}$ の計算と $\Delta\varphi$ の正しい値は下のグラフに示されている。



この図は，理解のために描いてあるのであって，参描くことは求められていない。

2.3.2　電圧をかけていない（0V）時の位相差は $\Delta\varphi_0 \approx 10.6$ である。

2.3.3 指数関数 $\Delta\varphi = CU^{\beta}$ の適用範囲を知るためには，両辺の対数をとってグラフを書き直すのが良い。グラフは下に示されている。



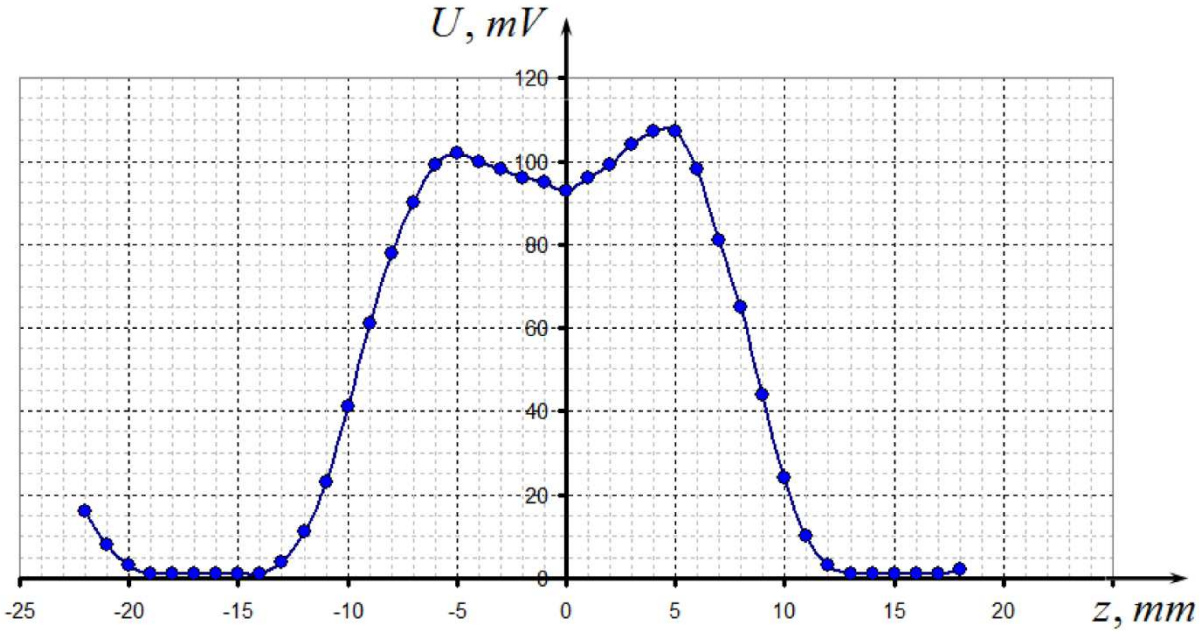
グラフから，1V から 5V の範囲で関数がほぼ直線になっていることがわかるので，この指数則が適用できることがはっきりする。方程式の指数は，グラフの傾きに等しく，その値は $\beta \approx 1.75$ であると読み取れる。

Part 2.4 曲がったリボンを透過する光

2.4.1　光の通過点を z 座標の関数として測定した光の強度の測定結果は Table 6 のようになり，グラフは下のようになる。

Table 6.

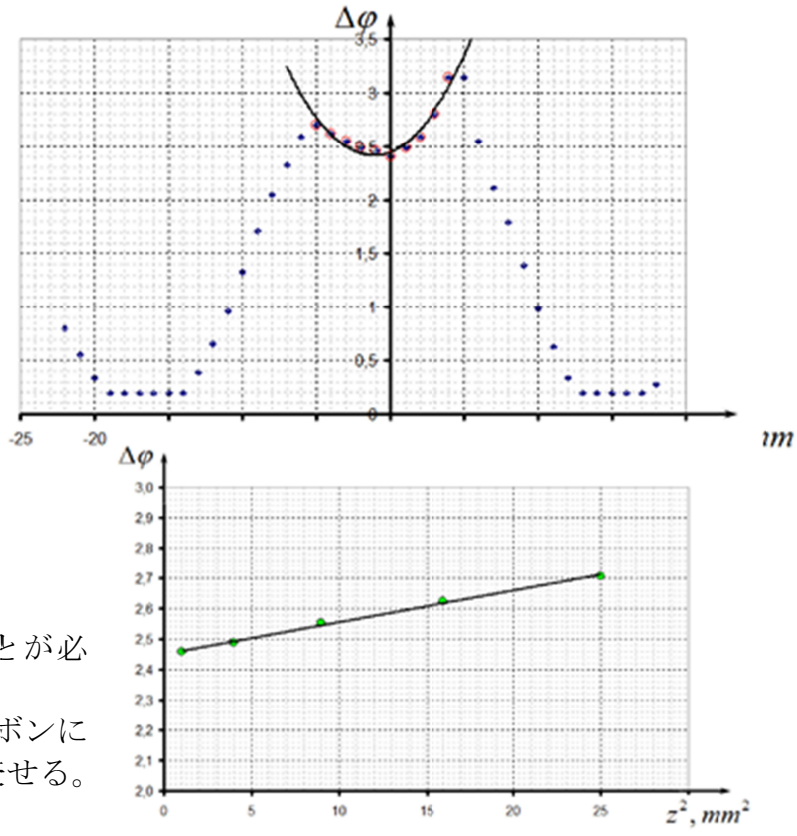
x, mm	U, mV	$\Delta\varphi'$	$\Delta\varphi$	z, mm
40	16	0,794	5,489	-22
41	8	0,554	5,729	-21
42	3	0,336	5,947	-20
43	1	0,194	6,090	-19
44	1	0,194	6,090	-18
45	1	0,194	6,090	-17
46	1	0,194	6,090	-16
47	1	0,194	6,090	-15
48	1	0,194	6,090	-14
49	4	0,389	5,894	-13
50	11	0,653	5,630	-12
51	23	0,964	5,319	-11
52	41	1,335	4,948	-10
53	61	1,711	4,572	-9
54	78	2,046	4,237	-8
55	90	2,322	3,962	-7
56	99	2,588	3,696	-6
57	102	2,706	2,706	-5
58	100	2,624	2,624	-4
59	98	2,553	2,553	-3
60	96	2,489	2,489	-2
61	95	2,459	2,459	-1
62	93	2,401	2,401	0
63	96	2,489	2,489	1
64	99	2,588	2,588	2
65	104	2,805	2,805	3
66	107	3,142	3,142	4
67	107	3,142	3,142	5
68	98	2,553	3,730	6
69	81	2,111	4,173	7
70	65	1,787	4,496	8
71	44	1,392	4,891	9
72	24	0,987	5,296	10
73	10	0,621	5,662	11
74	3	0,336	5,947	12
75	1	0,194	6,090	13
76	1	0,194	6,090	14
77	1	0,194	6,090	15
78	1	0,194	6,090	16
79	1	0,194	6,090	17
80	2	0,274	6,009	18



2.4.2　グラフの曲線の形から，強度と位相差がともに増加するところに$\Delta\varphi_0$が存在する。

$$\Delta\varphi_0 = 10\pi + 2\sin^{-1}\sqrt{\frac{U}{U_{\max}}} \approx 33.9 \quad 。$$

計算すると位相差のグラフは右のとおりである。グラフの中央部分しか関係ないので，「反射」の部分は示されていない。（このグラフを描くことは要求されていない。）



2.4.3　グラフの中央部分は，zの関数になっている。

$$\Delta\varphi = az^2 + b \qquad (10)$$

係数a,bを決定するために，z^2を横軸として$\Delta\varphi$のグラフを描いてみる。（右の図を見よ。）最小二乗法を使うと係数は次のように決定できる。

$$a = 0.0104 \ \text{мм}^{-1} \ ,$$

$$b = 2.45$$

bの値を計算するときに10πを加えることが必要である。

(9)と(10)式を比べてると，曲がったリボンに固有な値を用いて係数a,bを次のように表せる。

$$a = \frac{\Delta\varphi_0}{2n^2R^2} \quad , \quad b = \Delta\varphi_0 \qquad (11)$$

これらの式から，まがったリボンの曲率半径は，

$$R = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{b}{2a}}$$

得られた結果を代入することでR＝29mm が導かれる。これは測定誤差によるかなり大雑把な結果であることのに留意せよ。