

一般家庭でできる、摩擦係数の測定と
アモントン・クーロンの法則の妥当性についての考察

第1チャレンジ番号：
(※1)

1 5 1 4 0 1 2

(※1) 第1チャレンジ番号を必ず記入してください。

第1チャレンジ番号は、6月中旬頃参加申込者の自宅宛に郵送します。

氏 名： 岩崎 光里

学校名又は
卒業校名： 筑波大学附属高校 学 年： 高3

学校のある
都道府県名： 東京都 実験をした場所： 自宅

共同実験者 (共同で実験を行った人がいる場合に記入してください。)

氏 名：

学校名・学年：

実験課題に取り組んだ感想を書いてください。

この実験ではミクロな視点での考察も行った。ミクロな
世界の物質の挙動にとっても興味があるので、今後も色々な
アプローチでミクロな世界での摩擦の挙動について考察してみたい。

参加申込み、および実験レポート送付の際には、下のラベルを切り取り封筒に貼って宛名として利用することもできます。

参加申込書送付用ラベル

実験課題レポート提出用ラベル

〒192-0081
東京都八王子市横山町10-2 八王子SIAビル 2F
(株)教育ソフトウェア内
科学オリンピック共通事務局 物理チャレンジ係 行
(参加申込書在中)

〒162-8601
東京都新宿区神楽坂1-3 東京理科大学内
特定非営利活動法人
物理オリンピック日本委員会 行
(実験レポート在中)

目次

	ページ番号
1. 目的	2
2. 実験方法	3
◦ 実験装置の原理と製作手順	3
◦ 実験で用いた材料・器具	6
◦ [実験A] の原理と手順	8
◦ [実験B] の原理と手順	9
◦ [実験C] の原理と手順	11
◦ 実験における精度向上の工夫	12
◦ 小物体の置き方の注意	13
3. 結果	15
◦ [実験A] のデータ	15
◦ [実験B] のデータ	18
◦ [実験C] のデータ	21
◦ [実験A]・[実験B]・[実験C] のまとめ表	22
◦ [実験A]・[実験B] のグラフ、①②③④	24
◦ [実験A]ー[実験B] のグラフ、⑤	28
◦ [実験C] のグラフ、⑥	29
4. 考察	30
◦ 摩擦係数の傾向についての考察	30
◦ 誤差・精度についての考察	36
◦ 実験の発展性の考察	37
5. 結論	39
6. 参考資料	40

*この実験・レポート作成は、全てこのレポートの作成者自身が行ったものなので、共同実験者・助言者はいません。

目的

はじめに、摩擦は現実で起こる様々な物現現象を予測・説明するのに欠かせない要因の一つである。ブリタニカ百科事典によると、『2つの固体が互いに接して相対運動しようとするとき、または相対運動しているとき、その接触面に沿って運動を妨げようとする抵抗。』と説明されている。摩擦が関わる身の回りの現象の例として、車がブレーキによって停止することや、釘で板を止めることが挙げられる。さらには、私たちが地面を歩いたり、レポートに字を書いたりすることができるのも摩擦の働きがあるからである。このように、私たちの生活は摩擦なしでは成立しないといっても過言ではない。

物理現象として、摩擦は摩擦力として表され、一般に垂直抗力に比例する力であることが知られている。またその比例定数 μ は摩擦係数と呼ばれ、二物体間の材質や表面状態によって決まる固有な値である。ところが、摩擦力が垂直抗力に比例するのは常に正しいわけではない。以下に、摩擦の法則を簡潔に説明する。

物体の表面が乾燥していて、面に沿って物体が滑る現象についてはアモン・クローコの法則が成り立つ。その内容は以下の4つである。

1. 摩擦力は垂直荷重に比例する。
2. 摩擦は見かけの接触面積に関係しない。
3. 動摩擦力はすべり速度に関係しない。
4. 静摩擦力は動摩擦力よりも小さい。

参考資料
(1)

これらはあくまで経験則であり、成り立たない場合も多い。

そこでこのレポートでは、2物体の材質の種類や組み合わせによる摩擦係数の傾向と、アモン・クローコの2つ目、3つ目と4つ目の法則の正確性について考察する。ここで、アモン・クローコの3つ目の法則については常に成り立つものとみなす。

また、このレポートでは、実験を一般家庭で行えるようになってきている。身の回りの材料で製作した実験装置を用いた手法と、測定精度向上の工夫についても是非注目してほしい。

実験手法

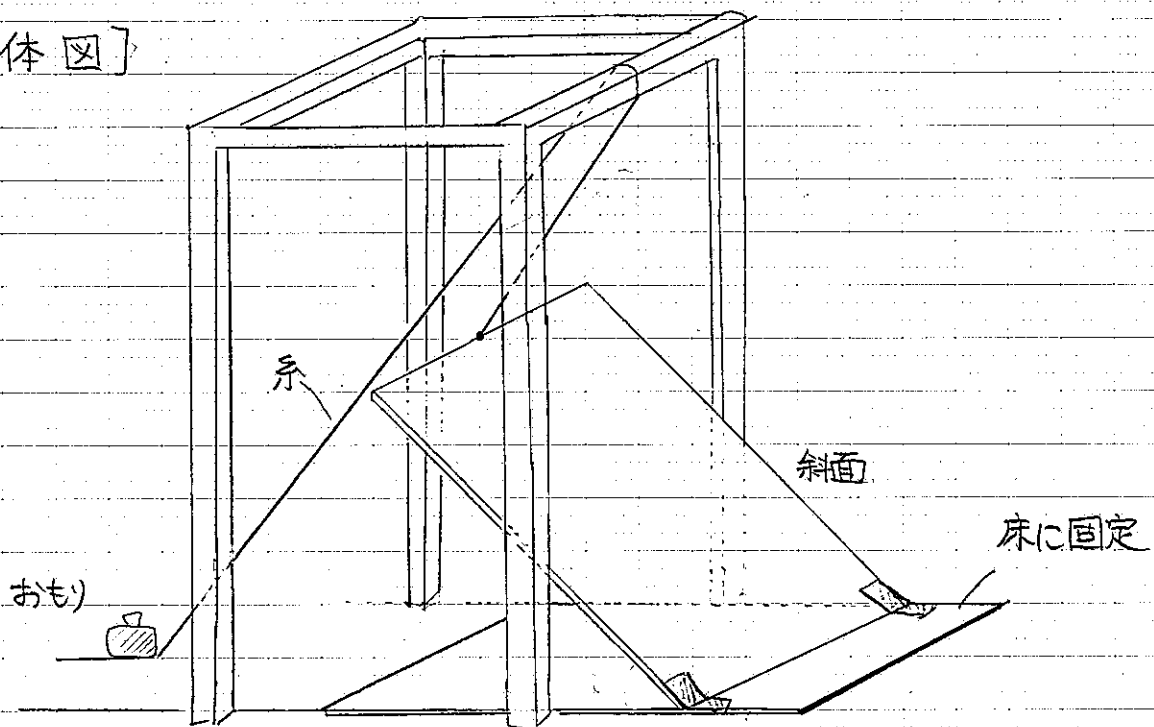
摩擦係数の測定を、同一の実験装置を用いた二つの実験「実験A」、「実験B」を通して行う。「実験A」では静止摩擦係数を、「実験B」では動摩擦係数を測定する。また、「実験C」は凝着力の効果を測定する実験である。

○ 実験装置の原理と製作手順

＜原理＞

重力と斜面の傾きを利用して摩擦係数を測定する。そのため、斜面の傾きを自由に設定・変化させることができる実験装置を製作する。以下に装置の模式図を示す。

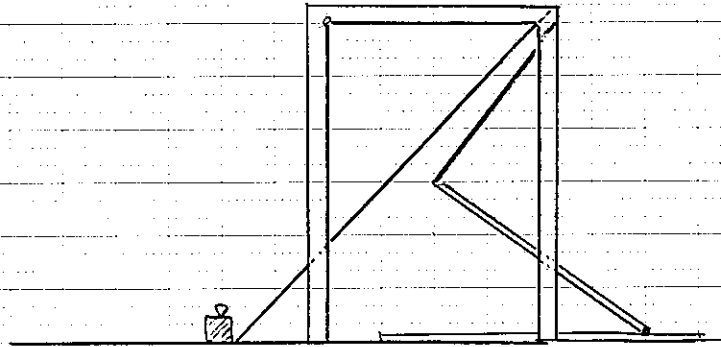
〔立体図〕



なお、このレポートにおける実験では、重力加速度を

$g = 9.807 \text{ m/s}^2$
として計算する。

[横から見た図(簡略化)]



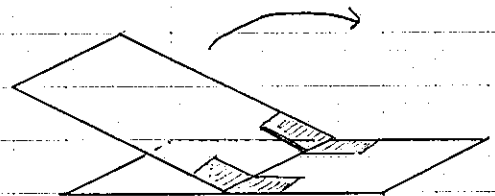
この装置は、斜面の板の上方につないである糸を引いたりゆるめたりすることで、連続的に、調整しながら斜面と水平面のなす角を変化させることができる。

<製作に必要な材料>

- A4 スチレンボード 2枚
- たこ糸 1m
- ガムテープ
- おもり (糸固定用)
- 椅子、または糸がかけられるような棒がついた家具

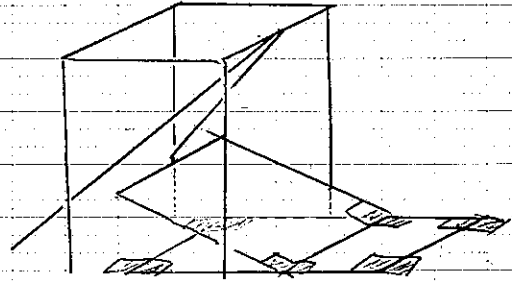
<製作手順>

- ① A4 スチレンボードを右図のようにガムテープで貼りつける。上のスチレンボードを返して、裏側にも同じようにして貼りつける。



- ② たこ糸を椅子などの、棒が張られた家具の棒にかけ、片端を上側のスチレンボードの、ガムテープが貼られていない方の端にガムテープでつなげる。

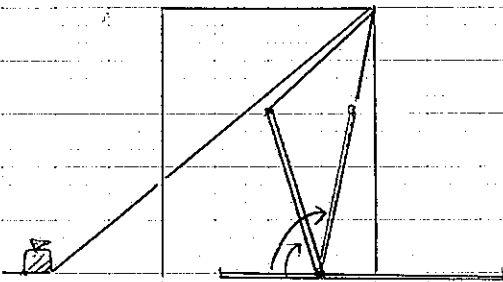
- ③ スチレンボードを右図のように椅子の下に置き、下側のスチレンボードを床にガムテープで固定する。たこ糸のもう片方の端は、斜面を固定する時におもりをのせて固定する。



ここで、スチレンボードとスチレンボードのつなぎ目になるべく椅子の下にくるようにする。これは、角度を大きくすることができるようになるためである。もしつなぎ目が椅子の下から離れていると、下図のように斜面のなす角度が限られてしまう。

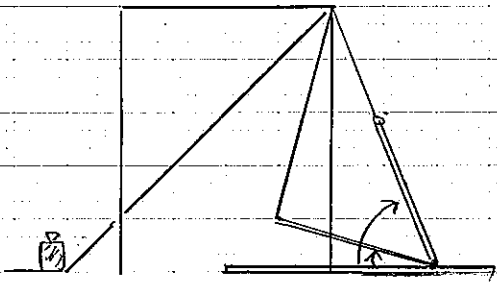
[横から見た図]

つなぎ目が椅子の下にある場合



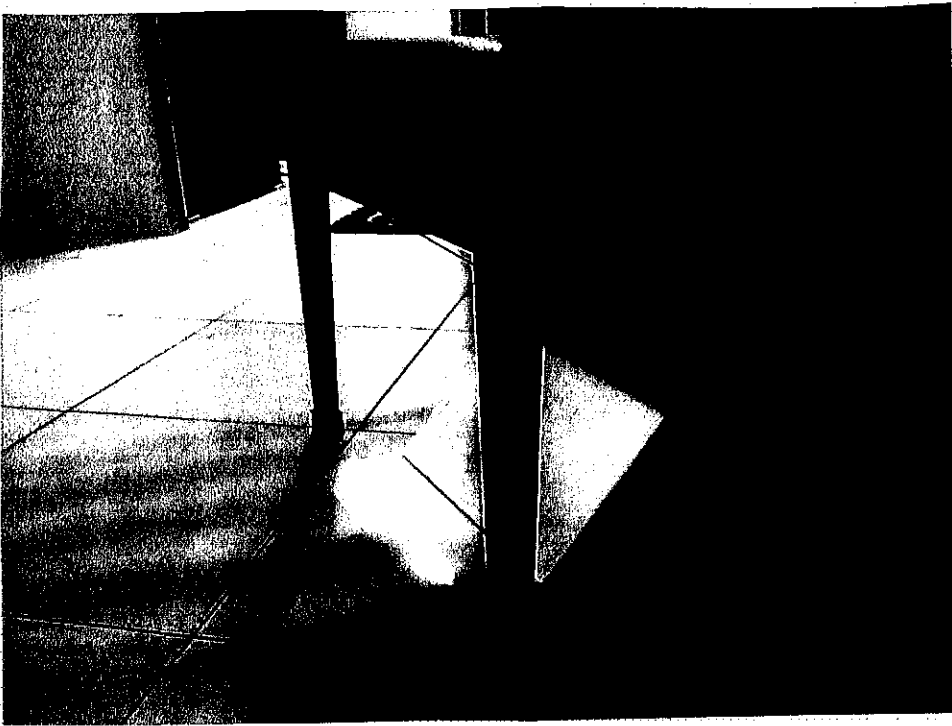
設定できる角度の幅が広い。

つなぎ目が椅子の下から離れている場合



設定できる角度の幅が狭い。

[実際に製作・使用した実験装置の写真]



○ 実験で用いた材料・器具

器具

- 製作した実験装置
- 分度器
- ストップウォッチ
- カッター
- ガムテープ
- 定規

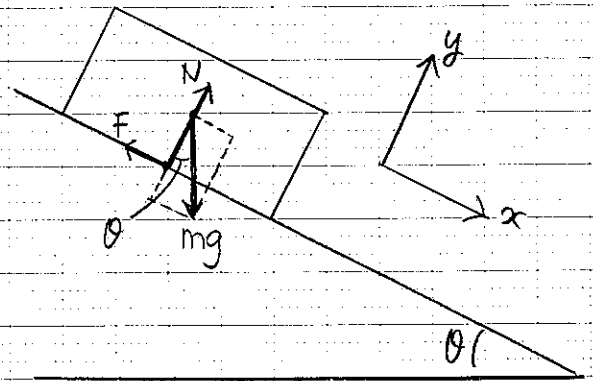
材料

- ブナ角材 $15\text{mm} \times 50\text{mm} \times 50\text{mm}$
- アルミ板 $10\text{mm} \times 30\text{mm} \times 30\text{mm}$
- アクリル角柱 $10\text{mm} \times 30\text{mm} \times 30\text{mm}$
- NRゴム角柱 $25\text{mm} \times 25\text{mm} \times 25\text{mm}$ 14.4g
- ブナ板 $5\text{mm} \times 50\text{mm} \times 200\text{mm}$
- アルミ板 $3\text{mm} \times 100\text{mm} \times 100\text{mm}$

○ [実験A] の原理と手順

斜面と水平面がなす角を θ 、
重力加速度を g 、静止摩擦
係数を μ 、小物体の質量を
 m とする。

斜面と平行な方向に x 軸、
垂直な方向に y 軸を図のよ
うに定める。垂直抗力を N 、
摩擦力を F とおくと、小物
体が静止しているとき、 x



軸方向、 y 軸方向について以下の運動方程式が成り立つ。

運動方程式

$$x \text{ 軸方向} : m \cdot 0 = mg \sin \theta + (-F) \quad ①$$

$$y \text{ 軸方向} : m \cdot 0 = N + (-mg \cos \theta) \quad ②$$

摩擦力について、

$$F \leq \mu N \quad ③$$

式①②を③に代入すると、

$$mg \sin \theta \leq \mu \cdot mg \cos \theta$$

$$\Leftrightarrow \mu \geq \tan \theta$$

よって、 $\mu \geq \tan \theta$ のとき小物体は静止し、 $\mu < \tan \theta$ のとき運動を始める。

以上より、 θ を 0 から大きくしていき、小物体が運動を始めたときの $\tan \theta$ の値が静止摩擦係数である。

<実験手順>

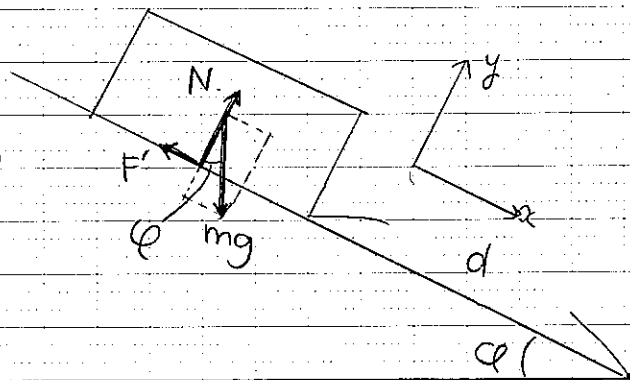
①小物体を目的の材質の斜面の上に置き、糸をゆっくりと引きながら θ を大きくする。

②小物体が滑り出した時の θ を分度器で測定する。

③他の材質について、①②を同様に行う。

○ [実験B] の原理と手順

実験Aと同様の状況を考える。ここで、斜面と水平面がなす角 φ が $\tan\varphi > \mu$ を満たすように φ を設定する。



この斜面に質量 m の小物体を手で支えながら置き、そっと離すと、小物体は斜面をすべり始める。この時、

手を離れた時刻を $t = 0$ とし、動摩擦係数を μ' とおくと、この運動について以下の運動方程式が成り立つ。

運動方程式

$$x \text{ 軸方向} : m\ddot{x} = mg\sin\varphi + (-F') \quad ①$$

$$y \text{ 軸方向} : m \cdot 0 = N + (-mg\cos\varphi) \quad ②$$

摩擦力について、

$$F' = \mu' N \quad ③$$

式②③を①に代入すると、 x 軸方向について

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= mg\sin\varphi - \mu' N \\ &= mg\sin\varphi - \mu' mg\cos\varphi \\ &= mg(\sin\varphi - \mu'\cos\varphi) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} = g(\sin\varphi - \mu'\cos\varphi)$$

となり、等加速度運動をする。

小物体が距離 d 移動した時の時刻を t とすると

$$d = \frac{1}{2}\ddot{x}t^2$$

$$= \frac{1}{2}g(\sin\varphi - \mu'\cos\varphi)t^2$$

$$\Leftrightarrow \sin\varphi - \mu'\cos\varphi = \frac{2d}{gt^2}$$

$$\Leftrightarrow \mu' = \tan\varphi - \frac{2d}{gt^2 \cos\varphi}$$

以上より、斜面と水平面のなす角を φ とし、時刻 $t=0$ で小物体を斜面上で運動させ、距離 d だけ移動した時刻 t を計測し、 $\mu' = \tan\varphi - \frac{2d}{gt^2 \cos\varphi}$ に代

入して得られる値が動摩擦係数である。

<実験手順>

- ① 斜面と水平面がなす角を、 $\varphi > \arctan\mu$ かつ $0^\circ < \varphi - \arctan\mu < 5^\circ$ を満たす φ に固定する。
- ② 小物体を斜面に手で押さえながら置き、そっと手を離した時刻を $t=0$ として、小物体が距離 d だけ移動した時の時刻を計測する。
- ③ 式 $\mu' = \tan\varphi - \frac{2d}{gt^2 \cos\varphi}$ を計算する。
- ④ ①～③を他の材質についても同様に行う。

○「実験C」の原理と手順

実験Cでは、アモンソン・クーロンの法則の一つである『摩擦は見かけの接触面積に関係しない』について、同じ材質で異なる見かけの接触面積を持つ小物体を用いて実験A、実験Bと同様に静止摩擦係数と動摩擦係数を計測する。

＜実験手順＞

- ① うゴム、オゴム、さゴム（「実験で用いた材料・器具」を参照）を用いて、斜面の材質を木に設定し、実験Aと実験Bの手順でそれぞれの静止摩擦係数と動摩擦係数を測定する。

本来は4つの材質それぞれについて見かけの接触面積を変化させた実験を行うべきであるが、材質の都合上、辺の長さをさに、つまり面積を16、体積を64に切断することが出来るのは、一般家庭ではゴムのみであったため、ゴムのみで測定した。

0 実験における精度向上の工夫

自作の実験装置で摩擦係数を測定するときの、測定の精度向上の工夫を以下に示す。まず、この実験では角度 θ や時間 t のみで摩擦係数を測ることができ、一変数だけで結果が求められる。また、静止摩擦係数については、少しずつ糸を引っ張っていくことにより角度も少しずつ大きくなっていき、連続的な変化ができるので、測定される値の精度は比較的高いといえる。

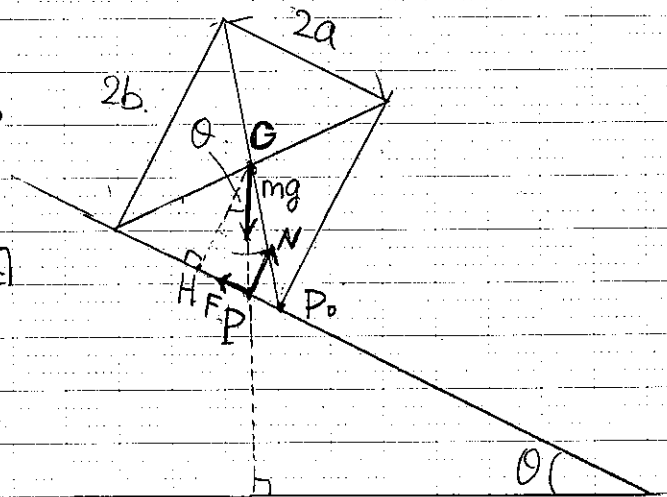
次に、小物体の大きさを小さいものにすることで、想定される物体の変形をなるべく小さくするようにした。さらに、動摩擦係数の測定については、滑る距離 d を小さくすることで、終点での速さが大きくなりすぎないようにし、目視により生じる時間の測定の誤差が小さくなるように配慮した。

0 小物体の置き方の注意

小物体の形状や置き方によっては、小物体が滑り出す前に転倒する場合がある。そのような事態が起こらないようにするための小物体の形状の条件や置き方を示す。

質量 m の小物体は、密度が一定であるとみなすと、小物体の重心は中心と一致し、 G とおく。

斜面を横から見たときの図を右に示した。小物体の辺を右図のように $2a$, $2b$ とおく。



G から斜面に下ろした垂線の H を H , G から水平面に下ろした垂線と斜面の交点を P とおき、

$$HP = x \quad (0 \leq x)$$

とおく。特に、 $x = a$ となる点 P を P_0 とおく。

また、 x について $\tan \theta = \frac{x}{b}$ が成り立つ。

ここで、 θ を大きくしていった時のモーメントのつり合いを考える。

$0 \leq x \leq a \Leftrightarrow 0 \leq \tan \theta \leq \frac{a}{b}$ のとき、点 P に垂直抗力 N と摩擦カ F が作用していると考えるとき力のモーメントのつり合いが成り立つので転倒しない。

$x > a \Leftrightarrow \tan \theta > \frac{a}{b}$ のとき、点 P_0 に垂直抗力 N と摩擦カ F が作用していると考えられる。この時、直線 P_0G 上の力のモーメントはつり合わないので小物体は転倒する。(次ページ右図)

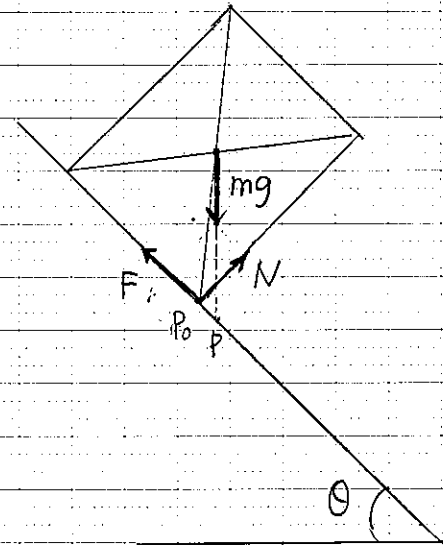
「実験A」の計算と合わせて、

a, b が $\mu \leq \frac{a}{b}$ を満たすこと

が、小物体が転倒しない条件である。

今回の実験では、摩擦係数 μ は
1 以下かほぼ 1 なので、十分に
 $\frac{a}{b} > 1$ を満たすような a, b を持つ

面を採用すればよい。



結果

[実験A] のデータ

床: 木

小物体: 木

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
40.1	0.842
38.8	0.804
39.8	0.833
39.5	0.824
39.6	0.827

平均値 0.826
標準偏差 0.0126

小物体: アルミ

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
21.2	0.388
28.8	0.550
32.5	0.637
30.1	0.580
27.0	0.510

平均値 0.533
標準偏差 0.0835

小物体: ゴム

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
34.0	0.675
33.6	0.664
33.6	0.664
33.7	0.667
34.1	0.677

平均値 0.669
標準偏差 0.0053

小物体: アクリル

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
22.0	0.404
21.1	0.386
26.0	0.488
26.8	0.505
26.3	0.494

平均値 0.455
標準偏差 0.0500

床: アルミ

小物体: 木

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
22.0	0.404
20.8	0.380
22.0	0.404
20.1	0.366
20.8	0.380

平均値 0.387
標準偏差 0.0150

小物体: アルミ

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
18.7	0.338
18.1	0.327
19.1	0.346
20.0	0.364
21.9	0.402

平均値 0.355
標準偏差 0.0262

小物体：ゴム

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
26.2	0.492
29.0	0.554
26.1	0.490
28.2	0.536
27.5	0.521
平均値	0.519
標準偏差	0.0250

小物体：アクリル

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
16.1	0.289
17.1	0.308
14.9	0.266
15.0	0.268
21.1	0.386
平均値	0.303
標準偏差	0.0440

床：ゴム

小物体：木

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
35.9	0.724
40.1	0.842
40.0	0.839
37.1	0.756
39.9	0.836
平均値	0.795
標準偏差	0.0496

小物体：アルミ

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
41.0	0.869
40.9	0.866
41.2	0.875
44.0	0.966
40.2	0.845
平均値	0.884
標準偏差	0.0419

小物体：ゴム

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
47.9	1.107
47.9	1.107
54.5	1.402
52.1	1.285
52.2	1.289
平均値	1.186
標準偏差	0.1159

小物体：アクリル

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
31.4	0.610
30.8	0.596
32.9	0.647
32.2	0.630
33.0	0.649
平均値	0.626
標準偏差	0.0207

床: アクリル

小物体: 木

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
28.3	0.538
24.2	0.449
26.0	0.488
29.0	0.554
31.0	0.601

平均値 0.526
標準偏差 0.0527

小物体: アルミ

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
18.0	0.325
16.0	0.287
13.0	0.231
5.9	0.103
14.0	0.249

平均値 0.239
標準偏差 0.0752

小物体: ゴム

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
28.4	0.541
33.1	0.652
31.9	0.622
28.5	0.543
31.0	0.601

平均値 0.592
標準偏差 0.0439

小物体: アクリル

$\theta(^{\circ})$	$\tan\theta$
20.0	0.364
18.1	0.327
23.9	0.443
20.1	0.366
15.5	0.277

平均値 0.355
標準偏差 0.0557

[実験B] のデータ $d = 1.00 \times 10^{-1} \text{ m}$

床: 木

小物体: 木 $\varphi = 42.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.234	0.399
0.275	0.538
0.236	0.408
0.231	0.386
0.230	0.382

平均値 0.423
標準偏差 0.0583

小物体: アルミ $\varphi = 35.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.202	0.090
0.212	0.146
0.224	0.204
0.239	0.264
0.222	0.195

平均値 0.180
標準偏差 0.0585

小物体: ゴム $\varphi = 38.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.392	0.613
0.404	0.623
0.490	0.674
0.469	0.664
0.465	0.662

平均値 0.647
標準偏差 0.0243

小物体: アクリル $\varphi = 28.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.348	0.341
0.275	0.226
0.355	0.348
0.334	0.325
0.320	0.306

平均値 0.309
標準偏差 0.0440

床: アルミ

小物体: 木 $\varphi = 24.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.385	0.295
0.762	0.407
0.546	0.370
0.572	0.377
0.368	0.280

平均値 0.346
標準偏差 0.0494

小物体: アルミ $\varphi = 23.0^\circ$

$t(\text{s})$	μ'
0.529	0.345
0.519	0.342
0.435	0.307
0.495	0.334
0.389	0.278

平均値 0.321
標準偏差 0.0254

小物体：ゴム $\varphi = 32.0^\circ$ 小物体：アクリル $\varphi = 23.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.271	0.298
0.255	0.255
0.338	0.414
0.372	0.451
0.264	0.280

平均値 0.340
標準偏差 0.0781

$t(s)$	μ'
0.340	0.234
0.465	0.322
0.438	0.309
0.546	0.350
0.314	0.200

平均値 0.283
標準偏差 0.0568

床：ゴム

小物体：木 $\varphi = 43.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.339	0.696
0.247	0.476
0.267	0.541
0.291	0.603
0.272	0.556

平均値 0.573
標準偏差 0.0712

小物体：アルミ $\varphi = 45.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.253	0.550
0.211	0.352
0.232	0.464
0.237	0.487
0.235	0.478

平均値 0.466
標準偏差 0.0640

小物体：ゴム $\varphi = 56.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.291	1.052
0.262	0.951
0.247	0.885
0.181	0.350
0.208	0.640

平均値 0.780
標準偏差 0.246

小物体：アクリル $\varphi = 34.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.302	0.405
0.349	0.473
0.288	0.378
0.399	0.520
0.315	0.427

平均値 0.440
標準偏差 0.0504

床: アクリル

小物体: 木 $\varphi = 32.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.356	0.435
0.408	0.480
0.370	0.449
0.387	0.464
0.383	0.461

平均値 0.458

標準偏差 0.0152

小物体: アルミ $\varphi = 20.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.435	0.249
0.388	0.220
0.369	0.205
0.452	0.258
0.587	0.301

平均値 0.247

標準偏差 0.0334

小物体: ゴム $\varphi = 35.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.310	0.441
0.284	0.392
0.334	0.477
0.413	0.554
0.348	0.495

平均値 0.472

標準偏差 0.0543

小物体: アクリル $\varphi = 25.0^\circ$

$t(s)$	μ'
0.286	0.179
0.288	0.195
0.246	0.095
0.275	0.169
0.273	0.164

平均値 0.160

標準偏差 0.0346

[実験C] のデータ

[C-A] のデータ

小物体: ゴム

$\theta(^{\circ})$	μ
34.0	0.675
33.6	0.664
33.6	0.664
33.7	0.667
34.1	0.677

平均値 0.669
標準偏差 0.0053

小物体: $\frac{1}{2}$ ゴム

$\theta(^{\circ})$	μ
45.1	1.003
43.3	0.942
46.0	1.036
46.4	1.050
43.5	0.949

平均値 0.996
標準偏差 0.0439

小物体: $\frac{1}{4}$ ゴム

$\theta(^{\circ})$	μ
56.0	1.483
53.0	1.327
52.3	1.294
55.7	1.466
55.8	1.471

平均値 1.409
標準偏差 0.0807

小物体: $\frac{1}{8}$ ゴム

$\theta(^{\circ})$	μ
68.9	2.592
69.1	2.619
71.2	2.937
70.1	2.762
69.0	2.605

平均値 2.703
標準偏差 0.132

[C-B] のデータ $d = 1.00 \times 10^{-1} \text{ m}$

小物体: ゴム

$t(\text{s})$	μ'
0.392	0.613
0.404	0.623
0.490	0.674
0.469	0.664
0.465	0.662

平均値 0.647
標準偏差 0.0243

小物体: $\frac{1}{2}$ ゴム $\varphi = 50^{\circ}$

$t(\text{s})$	μ'
0.353	0.937
0.368	0.958
0.288	0.809
0.319	0.880
0.320	0.882

平均値 0.893
標準偏差 0.0518

小物体: 本ゴム $\phi = 61^\circ$

t (s)	μ
0.281	1.271
0.288	1.297
0.407	1.550
0.330	1.418
0.369	1.495

平均値 1.406
標準偏差 0.108

[実験A]・[実験B] のまとめ表

上段: 静止摩擦係数

下段: 動摩擦係数

小物体 床	木	アルミ	ゴム	アクリル	平均
木	0.826	0.533	0.669	0.455	0.621
	0.423	0.180	0.647	0.309	0.390
アルミ	0.387	0.355	0.519	0.303	0.391
	0.346	0.321	0.340	0.283	0.323
ゴム	0.795	0.884	1.186	0.626	0.873
	0.573	0.466	0.780	0.440	0.565
アクリル	0.526	0.239	0.592	0.355	0.428
	0.458	0.247	0.472	0.160	0.334
平均	0.635	0.503	0.742	0.435	0.578*
	0.450	0.304	0.560	0.298	0.403

1. * 四捨五入の都合上、一番右の列の値でとった平均と一番下の行の値でとった平均は異なる。ここでは一番右の列の平均を表した。なお、一番下の行の平均は0.579である。

[実験C] のまとめ表

床：木

小物体の種類	ゴム	まゴム	本ゴム	うゴム
静止摩擦係数	0.669	0.996	1.409	2.703
動摩擦係数	0.647	0.893	1.406	—*

* うゴムを用いた実験Bは小物体が滑っている間に転倒してしまい、測定不可能だった。

① [実験A] 様々な材質の組み合わせにおける 静止摩擦係数の値と標準偏差

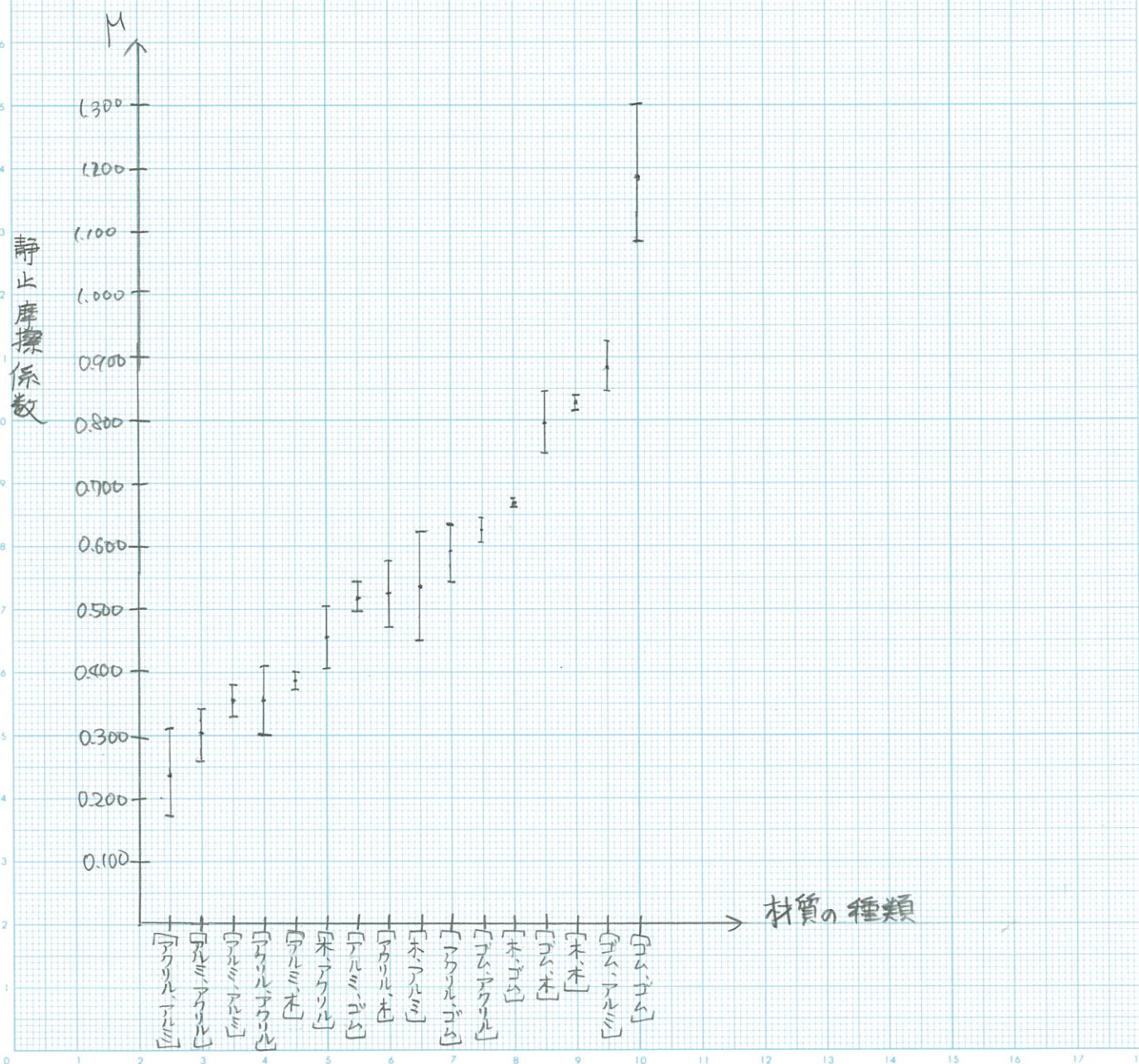
[グラフの読み取り方]

このグラフでは、横軸に16の材質の組み合わせを、測定した値の小さい順に左から並べている。床の材質がX、小物体の材質がYのときの組み合わせをX_Yと表す。また、縦軸では静止摩擦係数の値を表す。

と

グラフにおいて、黒点は測定した値の平均を表す。その上下に伸びているT字の線は標準偏差の大きさを表している。

グラフ①



②

[実験A] 床と小物体の材質の入れ替えにおける 静止摩擦係数の相関 グラフ

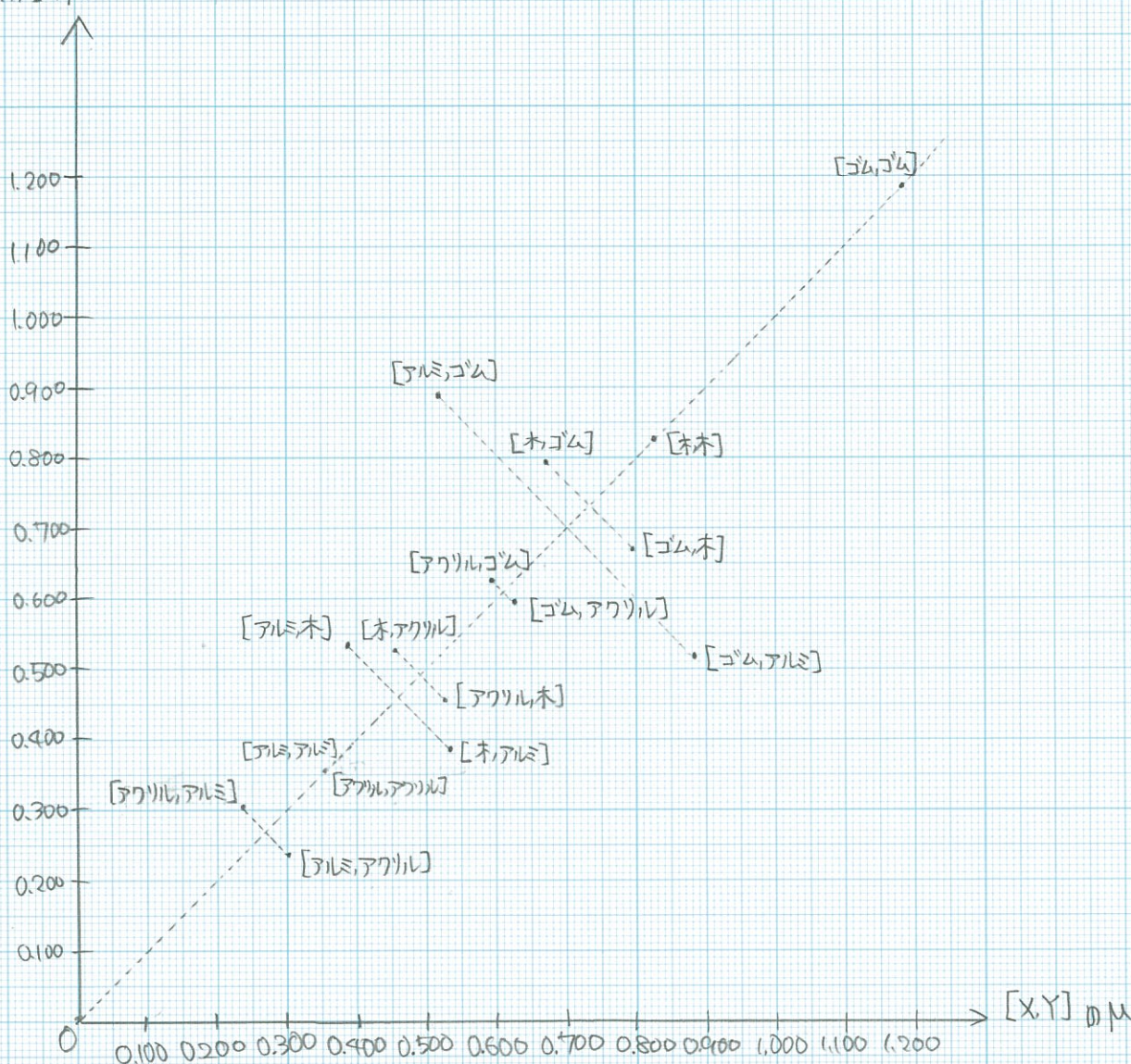
[グラフの読み取り方]

このグラフでは、床の材質がX、小物体の物質がYのときの組み合わせを $[X, Y]$ と表す。横軸は $[X, Y]$ の静止摩擦係数を、縦軸は $[Y, X]$ の静止摩擦係数を表す。なお、プロットされた点の名称は $[X, Y]$ の組み合わせにしている。

⑦ [木, ゴム] と書かれた点は $(0.669, 0.795)$ と読み取れることから、[木, ゴム] の静止摩擦係数は 0.669 、[ゴム, 木] の静止摩擦係数は 0.795 である。

グラフ②

$[Y, X]$ の μ

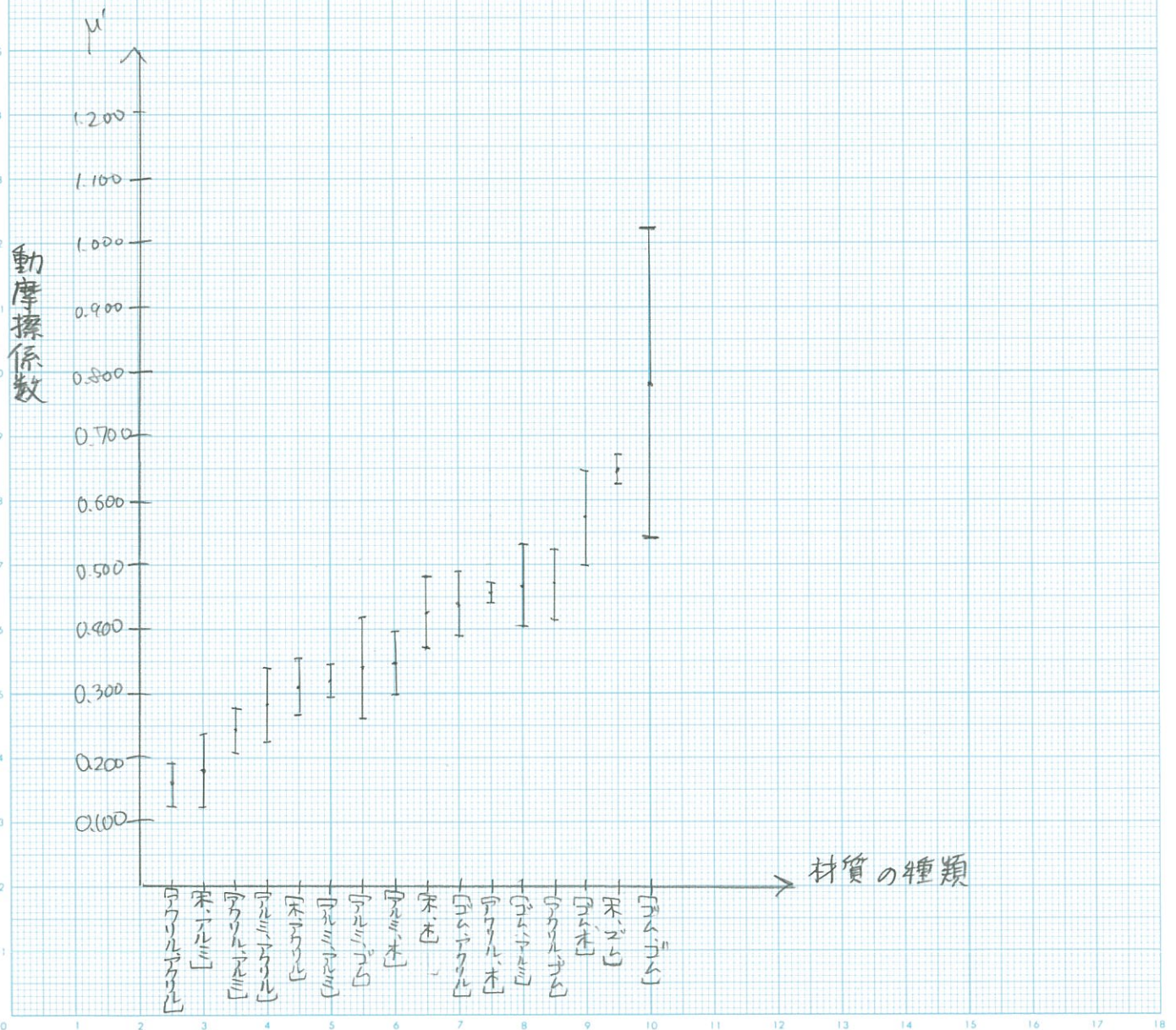


③ [実験B] 様々な材質の組み合わせによる 動摩擦係数の値と標準偏差

[グラフの読み取り方]

グラフ①『[実験A] 様々な静止摩擦係数の値と標準偏差』と同様にして
グラフを読み取る。なお、縦軸は動摩擦係数の値を表す。

グラフ③



④ [実験B] 床と小物体の材質の入れ替えにおける 動摩擦係数の相関グラフ

[グラフの読み取り方]

グラフ②『[実験A] 床と小物体の材質の入れ替えにおける静止摩擦係数の相関グラフ』と同様にしてグラフを読み取る。なお、測定値は全て動摩擦係数の値である。

グラフ④

$[Y, X]$ の μ'

1.200

1.100

1.000

0.900

0.800

0.700

0.600

0.500

0.400

0.300

0.200

0.100

$[X, Y]$ の μ

0 0.100 0.200 0.300 0.400 0.500 0.600 0.700 0.800 0.900 1.000 1.100 1.200

0

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

⑤

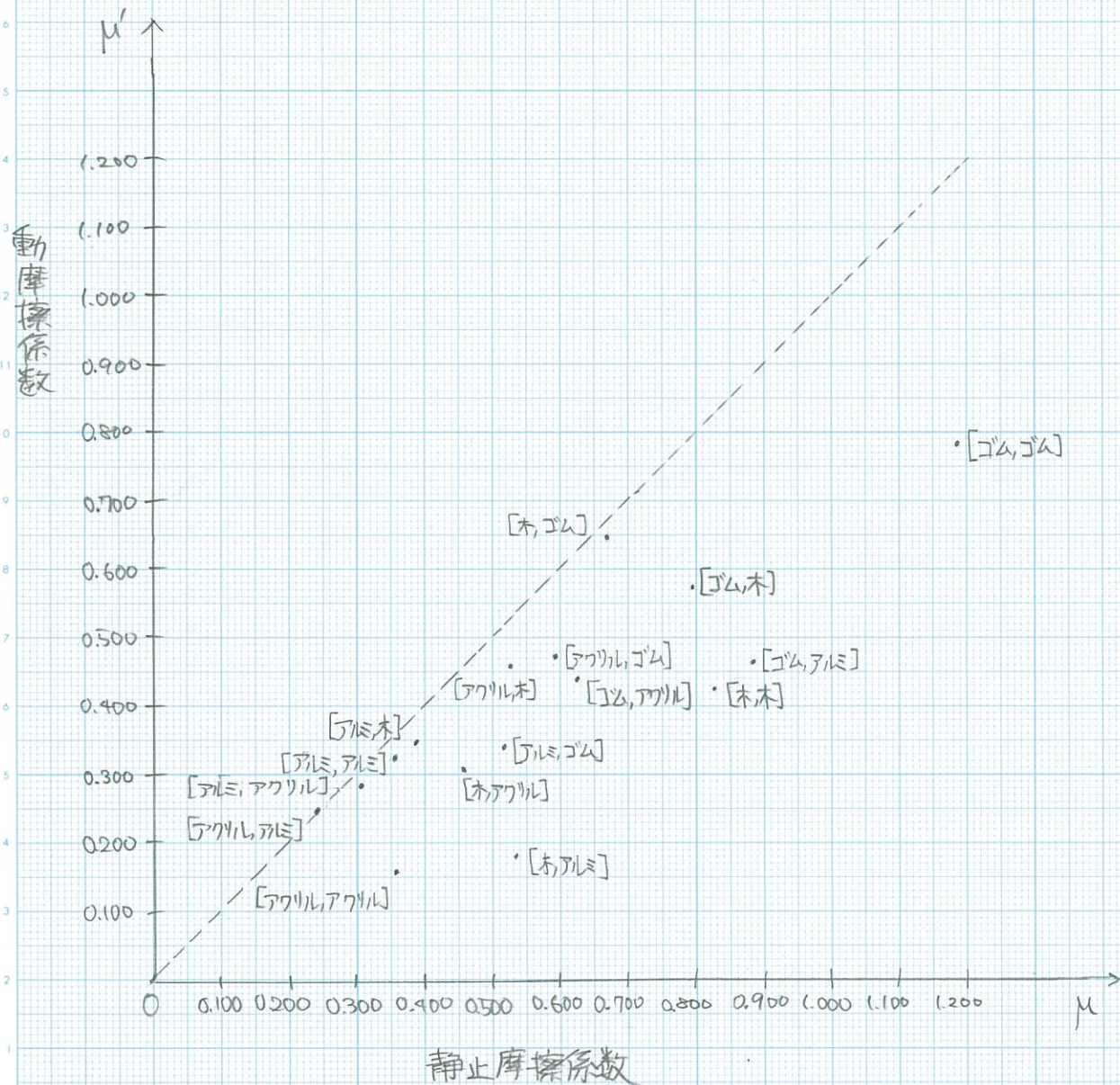
[実験A][実験B] 静止摩擦係数に対する 動摩擦係数のグラフ

[グラフの読み方]

このグラフでは、床の材質がX、小物体の材質がYのときの組み合わせを [X, Y] と表す。横軸は [X, Y] のときの静止摩擦係数、縦軸は動摩擦係数を表す。

なお、グラフ上の点線は 静止摩擦係数 = 動摩擦係数 となるような点の描く線を表している。

グラフ⑤



⑥

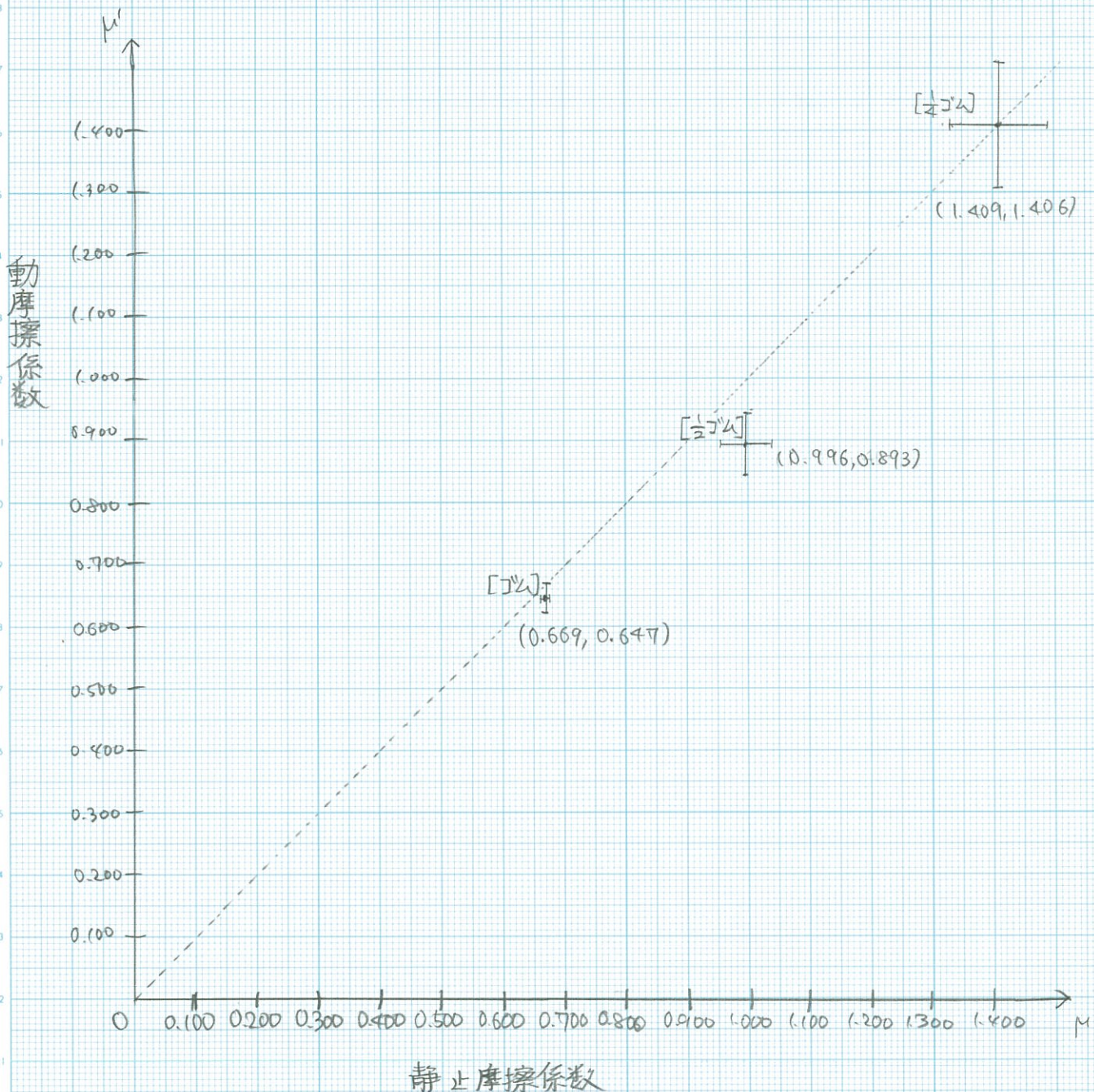
[実験C] サイズの異なるゴムの木の床における 静止摩擦係数と動摩擦係数のグラフ

[グラフの読み取り方]

グラフ⑤『[実験A] [実験B] 静止摩擦係数に対する動摩擦係数のグラフ』と同様にしてグラフを読み取る。

グラフにおいて、黒点は測定値の平均値によるプロットを表す。上下方向に伸びている丁字の線は静止摩擦係数の測定値の標準偏差の大きさを、左右に伸びている丁字の線は動摩擦係数の測定値の標準偏差の大きさを表す。

グラフ⑥



考察

○ 摩擦係数の傾向についての考察

まず、静止摩擦係数と動摩擦係数の両方に見られる傾向について述べる。グラフ①とグラフ③の両方で、ゴムが小物体または床の材質である時の摩擦係数は比較的大きく、アルミやアクリルが材質となっている時の摩擦係数は比較的小さいことが読み取れる。実際に、[実験A]・[実験B]のまとめ表の平均値からもゴムの摩擦係数の値は比較的大きく、アルミやアクリルの摩擦係数の値は比較的小さいことがわかる。このことから、材質の種類による摩擦係数の大きさの傾向は、

アクリル ≧ アルミ < 木 < ゴム

であると推測できる。

ところで、特にアルミニウムのような金属板を材質にして測定した時、同じ金属であっても測定値が異なることがある。これは、以下のようにして説明ができる。

金属は空気中にさらされると、空気中の酸素と反応して酸化される。すると、金属の表面に酸化膜がコーティングされたような形になる。金属そのものと酸化された金属では性質が違っているので摩擦についても異なった振る舞いをする。このように、金属の摩擦係数を計ろうとしても、その測定値が金属そのものの摩擦係数であるとは限らない。^{参考資料(2)}

次に、材質の組み合わせを入れ替えたときの摩擦係数の傾向について考察する。まず、グラフ②を見ると、材質の組み合わせが入れ替わったときの静止摩擦係数の値が大幅に異なる組み合わせがあることが読み取れる。特にゴムとアルミの組み合わせにおいて違いが顕著である。ゴムとアルミの場合、ゴムを床の材質にしてアルミの小物体を滑らせた時の方が静止摩擦係数が大きい。ところが、摩擦係数について論じる時、どちらの材質が上にあるか、という点についてはあまり論じられない。では、この値の差の原因

を、小物体と床の間の状態に注目して考察する。

グラフ②のうち、特に差が大きいゴムとアルミの組み合わせと、木とアルミの組み合わせについて論じる。床と小物体の状態と力のつり合いを図

示すると、図1のようになる。

このとき、斜面に平行な座標系を設定すると、 y 軸方向について、下向きに重力による $mg\cos\theta$ 、上向きに抗力としての N の力が働き、つり合っている。このとき

の斜面の状態を観察すると、現実では物体は変形しうるので、図2のような状態になっている。

小物体は接触部分において床をへこませている。これが斜面と平行な方向に力を受けると、へこみの部分であらたに抗力が現れ、より大きな力を加えないと小物体は運動しない(図3)。

このへこみは、小物体の質量が大きく、接触面積が小さく、床の材質が小物体の材質よりやわらかいときに大きくなると考えら

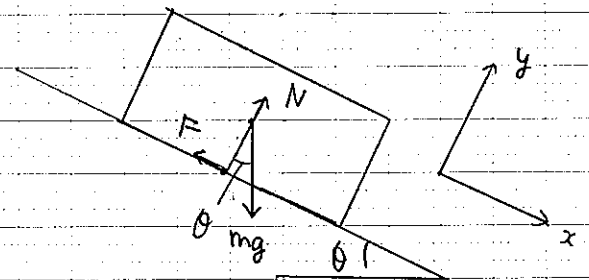
れる。なお、このときの摩擦は掘り起こし摩擦と呼ばれる。

さて、ゴムとアルミの組み合わせと木とアルミの組み合わせにおいて、アルミの方がゴムと木より変形しにくい。よって、ゴムや木が床の材質の場合、へこみが生じることが考えられる。また、アルミの密度とゴムや木の密度を比

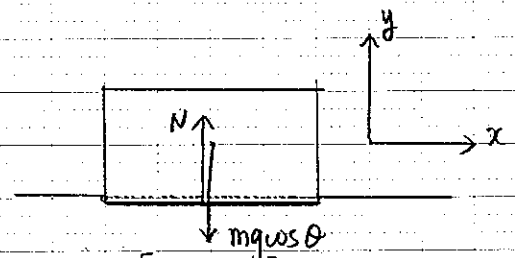
べたとき、アルミは 2.70g/cm^3 、ゴムは 0.92g/cm^3 、木は 0.60g/cm^3 と、アルミの方が密度が高い。よって、同じ表面積を持つ小物体で実験するとき、アルミの方が変形を起こしやすい。

以上をまとめると、

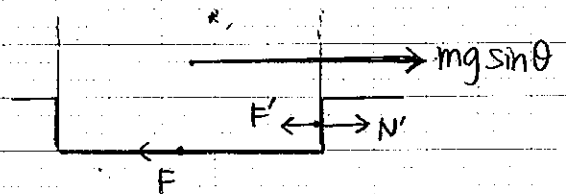
- 小物体の方が床の材質よりも硬い
- 小物体の方が床の材質よりも密度が大きい



[図1]



[図2]



[図3]

参考資料(1)

参考資料(5)

とき、床の変形が起こりやすく、測定される摩擦係数が大きくなる。

さて、ここでグラフ②とグラフ④を比較すると、動摩擦係数の差の方が、静止摩擦係数の差よりも全体的に小さいことが読み取れる。この違いも前述のへこみの考え方で説明できる。物体が滑っている時、小物体が床に接触する部分は一樣でないため、静止している時と比べてへこみが小さくなる。その分だけへこみをのりこえる力も減るので、材質を入れ替えたときの差も小さくなる。

次に、アモントン・クーロンの法則の正確性について議論する。はじめに、4つ目の法則

「静摩擦力は動摩擦力よりも小さい」

について、グラフ⑤を見ると、誤差を考慮してほぼすべての測定で動摩擦係数が静止摩擦係数よりも小さくなっている。従って、1つ目の法則

「摩擦力は垂直荷重に比例する」

を認めると、この実験では4つ目の法則が実証されたと考えられる。

続いて、アモントン・クーロンの2つ目の法則

「摩擦力は見かけの接触面積に関係しない」

について考察する。「目的」の章でも述べたように、摩擦係数は、二物体間の材質や表面状態によって決まる固有な値である。実際に旺文社物理事典には『静止摩擦係数の大きさは物体と接する面の材質や状態によって決まり、接触面積の大きさにはほとんど無関係である。また、動摩擦係数の大きさは物体と接する面の材質や状態によって決まり、接触面積や物体の速度にはほとんど無関係である。』と書かれている。

さて、グラフ⑥を見ると、異なるサイズのゴムに対して、静止摩擦係数と動摩擦係数の両方が大きく異なっていることがわかる。このグラフでは、サイズが小さいほど摩擦係

数の値が増加し、辺の比が2のときは約1.4倍、3のときは約2.0倍である。静止摩擦係数については、辺の比が3のときは約3.1倍となっている。これらの結果は、先述の「接触面積にはほとんど無関係」に合致しているとは考えにくい。

実験で観測した傾向を説明するため、マイクロトライボロジーにおける摩擦の挙動の理論を用いる。マイクロトライボロジーでは、凝着力の効果を考えながら摩擦の挙動を考える。

はじめに、ミクロな世界での凝着力の重要性について説明する。ミクロな世界では原子や分子のファンデルワールス力による相互作用が分子の運動に影響を及ぼす。一方、マクロな世界では、物体を剛体として扱うことが多い。そして、マクロな世界では物体の質量が物体の運動に大きく関わる。ここで、一般に考えられる、物体の体積と表面積の比の関係について考えてみる。一般に、物体の大きさが10になったとき、表面積は元の100倍、体積は1000倍となるので、

$$\frac{[\text{表面積}]}{[\text{体積}]} = \frac{100}{1000} = 0.1$$

となり、物体の大きさが10になった後の表面積と体積の変化については、体積の方が10倍変化の割合が大きい。これを力に置き換えて考えてみる。物体の質量が物体内で一様に分布していると考ええると、マクロな視点での物体の運動に関わる力は体積に比例する。一方、ミクロな視点では、物質間の相互作用であるファンデルワールス力は、相互作用を及ぼしうる物質の量、すなわち接触している面積に比例すると考えられる。つまり、

$$\frac{[\text{表面積}]}{[\text{体積}]} \propto \frac{[\text{ファンデルワールス力}]}{[\text{剛体としての運動に関わる力}]}$$

の関係が成り立つと考えられる。さて、物体の大きさを上げていくと、体積の変化の割合が表面積の変化の割合よりも大きいため、ファンデルワールス力の効果が剛体としての運動に関わる力の効果よりも大きくなる。以上の議論から、

物体が小さくなると、物体と床の物質としての相互作用の効果が大きくなる。 この物質としての相互作用をまとめて凝着力とする。参考資料(3)

次に、この凝着力と摩擦力の関係について述べる。いま一度、アモントン・クーロンの2つ目の法則を見返すと、『摩擦は見かけの接触面積に関係しない』

とあるが、ここで「見かけの接触面積」という表現を用いているのは、2物体間が接触しているところで、厳密に全ての部分で接触しているとはいえないからである。そして、実際に2物体が接触している部分の面積の総和を真実接触面積と呼ぶ。物体の荷重は真実接触面積の部分にかかり、真実接触面積は荷重に比例する。摩擦力は真実接触面積に比例するので、結果的に摩擦力は荷重に比例するといえる。なおこれはアモントン・クーロンの1つ目の法則の説明ともいえる。

一方、凝着力については、物体間の物質としての相互作用に起因しているため、凝着力は物体同士が厳密に接触していないところにおいても距離が近ければ相互作用は効果を持つ。よって、凝着力はおおまかに、荷重を変化させても常に一定の大きさで働いていると考えられる。

これらを踏まえると、観測される摩擦力について

$$[\text{摩擦力}] = k \overset{\propto \text{体積}}{[\text{垂直荷重}]} + \overset{\propto \text{接触面積}}{[\text{凝着力}]} \\ (k: \text{比例定数})$$

という関係が成り立つ。マクロな世界では、荷重が大きく、相対的に凝着力の効果が小さくなり、摩擦力が垂直荷重に比例すると考えられる。一方、ミクロな世界では荷重よりも凝着力の効果が大きくなり、摩擦力は垂直荷重に比例しなくなる。その結果、測定される摩擦係数は、垂直荷重の比例定数よりも大きな値となる。

以上より、アモントン・クーロンの1つ目と2つ目の法則の正確性について、次のようなことがいえる。まず、1

1つ目の法則

「摩擦は垂直荷重に比例する」

について、厳密には成り立たない。特に、物体の大きさが小さいとき、凝着力の効果が大きく影響してしまう。ただ、物体の大きさが凝着力の影響を無視できるほど大きいとき、この法則は近似的に成り立つ。

次に、2つ目の法則

「摩擦は見かけの接触面積に関係しない」

について、厳密には関係しないとは言いきれない。特に、物体の大きさが小さいとき、摩擦力はほとんど凝着力がらめられているため、摩擦力は表面積が大きくなるほど大きくなる。一方、物体の^{質量}大きさが凝着力の影響を無視できるほど大きいとき、垂直荷重の定数倍という形で摩擦力を表すことができ、この法則は近似的に成り立つ。

また、静止摩擦係数 μ は、

$[\text{最大静止摩擦力}] = \mu [\text{垂直荷重}]$

で定義されるので、物体が小さいとき、大きさが小さいほど μ は大きくなるが、物体が十分大きいとき μ は一定となる。これは観測結果に沿っている。

以上より、アモン・ワローンの1つ目と2つ目の法則は、物体が十分大きいときに近似的に成り立つ法則であることが、観測結果と考察から分かった。また、摩擦係数についても、物体が十分大きいとき近似的に値が一定となることが分かった。

0 誤差・精度についての考察

この項目では、測定方法に伴う誤差・精度について考察する。まず、今回用いた実験方法により生じる誤差を考える。この実験では、斜面の角度 θ から静止摩擦係数 μ を

$\mu = \tan \theta$ の関係式から求めたが、このとき θ は目分量で小数点以下第一位まで測った。ここで、 θ と $\tan \theta$ の関係を

考えると、 θ の少しのずれでも $\tan \theta$ の値に大きく影響すること

が考えられ、特に θ の値が大きくなるにつれてその影響が増大することが分かる(表2)。よっ

て、毎回の目もりの読み取りに 0.002 ~ 0.007 の誤差があると

みなせる。ところで、5回の測定

の標準偏差は 0.001 ~ 0.110 に

ほぼおさまっていた。静止摩擦

係数の実験Aでの全体での平均

値は 0.578 (「[実験A]・[実験B] のまとめ表」を参照) であるので、標準偏差は 0.058 以下が望ましい。なお、全体を通して標準偏差が平均値の $\frac{1}{10}$ 以下であったような測定は、38 回中 19 回であった。

$\theta(^{\circ})$	$\tan \theta$
14.9	0.266
15.0	0.268
15.1	0.270
44.9	0.997
45.0	1.000
45.1	1.003
59.9	1.725
60.0	1.732
60.1	1.739

[表2]

次に誤差の原因として考えられるのは、動摩擦係数を測定する実験Bでのタイマーでの反応速度である。この実験では、

$$\mu' = \tan \phi - \frac{2d}{gt^2 \cos \phi}$$

の式を元に動摩擦係数 μ' を測定したが、式から t の値が小さいほど誤差が大きくなることが分かる。右の表は $\phi = 30^{\circ}$ として μ' を計算した結果である([表3])。

$t(s)$	μ'
0.240	0.169
0.250	0.201
0.260	0.229
0.440	0.456
0.450	0.461
0.460	0.466

[表3]

実際、人間は0.01秒の時間の差を認識するのも難しいだろうが、この結果から毎回の測定について0.005~0.032の誤差が生じるとみなせる。これは、静止摩擦係数の場合の約4倍であり、比較的誤差が生じやすいと考えられる。

続いて、誤差を生じうる原因は、実験Bで小物体をすべらせる時の初速度である。本来は初速度0で物体をすべらすべきだが、手のぶれで速度を与えてしまう可能性が高い。このとき、一定の距離を通過するのにかかる時間は短くなり、動摩擦係数が小さく計算される。データのところどころに飛び値が見られるのはこの影響だと推測される。

0 実験の発展性の考察

今回の実験から、他にどのような実験でどのような結果が予測できるかを述べる。まず、全体を通して、一つの実験の測定回数を大きくすることで、より正確な値が得られると思われる。

実験Cの発展性について、以下の3つを挙げる。一つ目に、今回は床が木、小物体がゴムの組み合わせのみで行ったが、他の材質の組み合わせでも実験して傾向を考察するとよいと思う。今回は一般家庭で行える範囲の実験をしたが、加工機などがあればアクリルやアルミを切断して測定するとより深い考察ができるだろう。

二つ目は、今回のゴムを用いた実験では、ゴム、 $\frac{1}{2}$ ゴム、 $\frac{1}{4}$ ゴムの測定値を元に考察したが、 $\frac{1}{3}$ や $\frac{1}{5}$ など、より多くのサイズのゴムを用いて実験することで、小物体の大きさと摩擦係数の関係がより明らかになるだろう。また、

$$[\text{摩擦力}] = k[\text{垂直荷重}] + [\text{凝着力}]$$

(k: 比例定数)

を仮定した議論の妥当性や、比例定数kや凝着力の大きさ

についても考察ができる。

3つ目に、2つ目とは逆により大きいサイズのゴムを用いて測定することで、マクロな世界における摩擦カや摩擦係数の挙動を観測することができる。また、2つ目の実験結果と合わせることによって、ミクロとマクロな振る舞いの境界、グレーゾーンについても考察することができるだろう。

結論

今回の実験を通して、以下の結論が得られる。

まず、材質による摩擦係数の大小関係は次のようである。

アクリル ≧ アルミ > 木 > ゴム

また、材質の組み合わせ方によって摩擦係数は異なり、変形しやすい材質が床にあるとき、変形などにより摩擦係数はより大きくなることが分かった。

次に、アモントン・クーロンの法則の妥当性について、

1つ目と2つ目の法則

「摩擦力は垂直荷重に比例する」

「摩擦は見かけの接触面積に関係しない」

はいずれも物体が十分に大きいときにのみ近似的に成り立つ法則であることが示された。また、4つ目の法則

「静摩擦力は動摩擦力よりも小さい」

については、物体が十分に小さいときでも成り立っていることが観測された。

この実験を通して、ミクロな世界とマクロな世界では摩擦力の挙動が変わることが分かった。今後の実験では、その挙動の変化の境界や具体的な関係式・数値を求められるか調べていきたい。

参考資料

- (1) 佐々木健也、志摩政幸、野口昭治、平山朋子、地引達弘、足立幸志、三宅晃司 (2013) 『はじめてのトライボロジー』 講談社 255p
- (2) 角田和雄 (2006) 『トコトシヤらしい摩擦の本』 日刊工業新聞社 159p
- (3) 「マイクロトライボロジーとは」
<<http://www.tuat.ac.jp/~y~ando/lab/Lecture.html>>
(2015/6/15 アクセス)
- (4) 「マイクロトライボロジーとは」
<http://staff.aist.go.jp/yas.ando/fcomponents/study_main1.html> (2015/6/15 アクセス)
- 安藤泰久 (2009) 『マイクロトライボロジー入門』 米田出版 224p
- (5) 国立天文台 (2014) 『理科年表 平成 26年』 丸善出版 1081p