

紙の摩擦係数の測定

第1チャレンジ番号:

1 5 3 0 0 2 8

(※1)

(※1) 第1チャレンジ番号を必ず記入してください。

第1チャレンジ番号は、6月中旬頃参加申込者の自宅宛に郵送します。

氏名: 小久保 裕生

学校名又は
卒業校名: 東海中学校

学 年: 3年

学校のある
都道府県名: 愛知県

実験をした場所: K-pro

共同実験者 (共同で実験を行った人がいる場合に記入してください。)

氏名:

学校名・学年:

レポート中に記入しました。

実験課題に取り組んだ感想を書いてください。

実験をしているうちに、自分の予想とは大きく異なることがあり、
おどろくとともに、疑問に思い、自分で実験してみることの
大切さを再確認しました。

参加申込み、および実験レポート送付の際には、下のラベルを切り取り封筒に貼って宛名として利用することもできます。

参加申込書送付用ラベル

実験課題レポート提出用ラベル

1. はじめに

ノートのページを交互にはさんでいくと、強い力で引かないと離れないことが知られています。それは、ノートのページとページの間には摩擦が働くことによって起こります。はさむページを増やすと、さらに大きな力で引かないと離れなくなります。その原因は、増やしたページの間だけ摩擦が働く面が増えることが主です。

そこで、ノートのページとページの間には摩擦を利用して摩擦係数を測定したいと考えました。ところが、実際に2冊のノートを用いて重ねてみると、ページが重なっている部分の厚さは2倍になります。ノートの背中ののりづけ部分の厚さはそのままです。そのため、各ページは平行になりません。理論計算と比較するためにも、ルーズリーフを用いて各ページが平行になるように工夫して実験しました。

また、実験をしているうちに、摩擦力はページを重ねてから引くまでの時間や、温度や湿度、紙を重ねた面積に関係がある気がしたので、先ほどの装置を使って時間と摩擦力の関係を測定しました。

2. 実験方法

2-1. 本を引き抜く際の静止摩擦力の理論

実験の模式図を図1に表します。

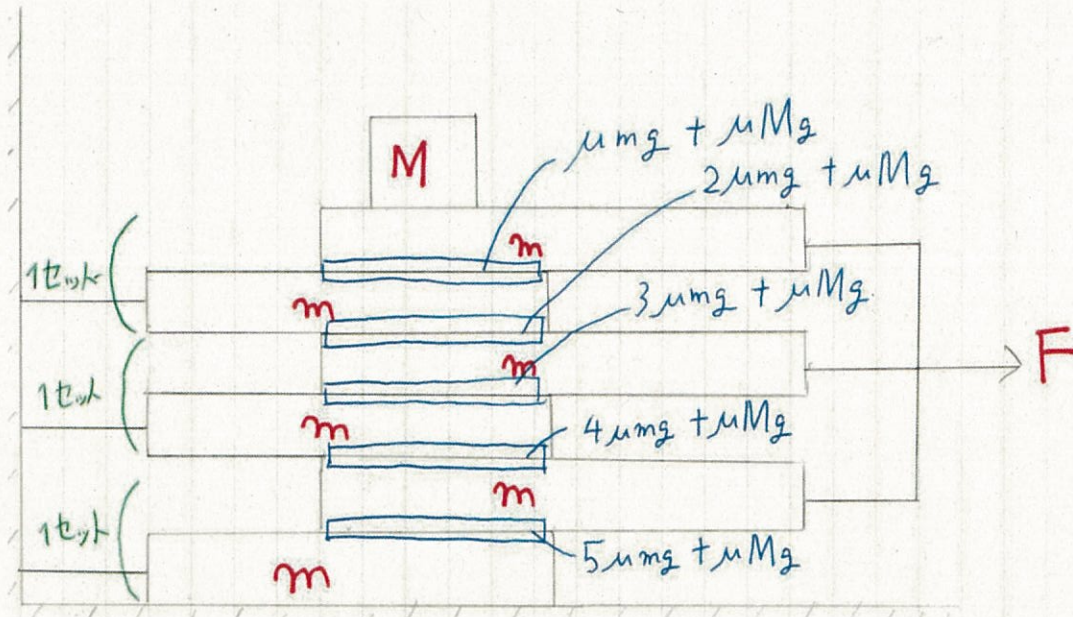


図1: 実験の模式図

m : 紙の質量[kg]

M : おもりの質量 [kg]

F : すべての紙が動き始めた時の引く力[kgw]

S : 重ねた面積[cm²]

n : 重ねた紙のセット数 (2枚で1セットと数える) [セット]□

μ : 紙と紙の間の静止摩擦係数

2-2. 引く力と静止摩擦係数の関係式

紙の束全体（以降、本と呼ぶことにします）が動き始める直前には、紙同士が接触するすべての面の間の静止摩擦力が最大摩擦力に達しています。逆に、1つの面だけでも最大静止摩擦力に達していないならば、本全体は動かないこととなります。図1に表した $n=3$ の場合、すべての面の最大摩擦力を合計すると、下のようになります。

$$\begin{aligned} F &= \mu mg + 2\mu mg + 3\mu mg + 4\mu mg + 5\mu mg + \mu Mg + \mu Mg + \mu Mg + \mu Mg + \mu Mg \\ &= 15\mu mg + 5\mu Mg \end{aligned}$$

これを一般である n の場合に拡張すると、

$$F = \mu m \{2n^2 m + (2n-1)M\} = 2\mu mgn^2 + 2\mu Mgn - \mu Mg$$

となります。

ただし、第3項の μMg はほかの2項と比べて、十分に小さいので、無視することができます。たとえば $\mu=0.3$ 、 $M=77g$ とした時に $\mu Mg=23.1[gw]$ となるため、実際に本を引き抜くときに必要な力と比べて十分に小さいことが分かります。

したがって、

$$F \doteq 2\mu mgn^2 + 2\mu Mgn$$

となります。

これをグラフに表すと、定数項がなくなるため、図2の
ような原点を通る2次関数になります。

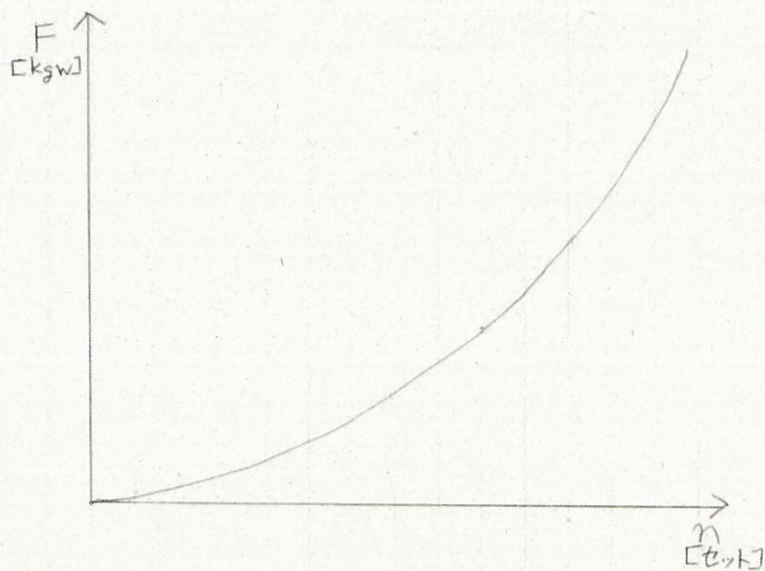


図2: グラフ

2-3. 装置の作成方法

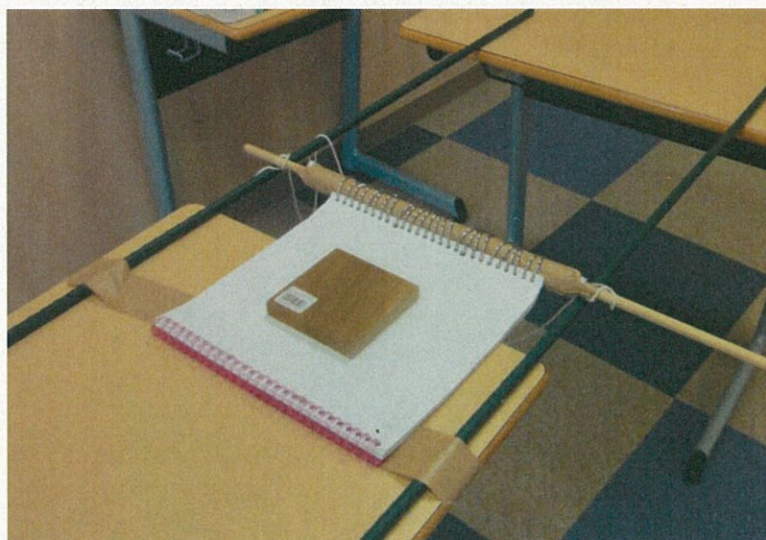
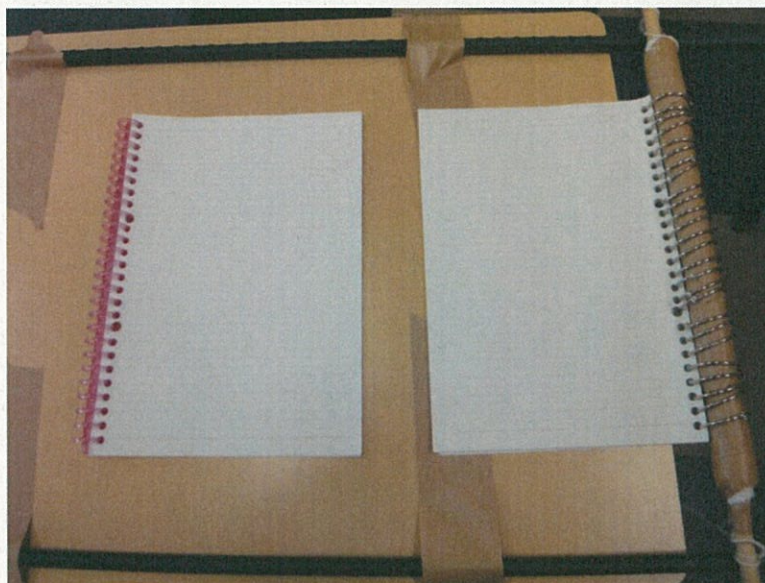


図3: 装置の完成図

図3に示す摩擦測定装置を製作しました。手順は下記の通りです。

- ①木製の棒と雑巾、着脱可能な金属の輪、B5, 26穴のルーズリーフ、ルーズリーフをとめられるリング、太めの紐、植物用の支柱、机2台 1kg用ばねばかり、5kg用ばねばかり、10kg用ばねばかり、ドライヤー、5mメジャー、重さ77gの木製の板を用意します。



- ②ルーズリーフの穴に均等に力がかかるようにするために、用意した木の棒に雑巾をなるべく凹凸ができないようにガムテープを巻きつけます。(図4)



図 4: 木の棒に雑巾を巻き、ガムテープで固定したもの

③②の木の棒に、糸を引っ掛けるために、浅めの溝を段ボールカッター等で彫ります。

④紙を水平に引くために、高さがそろった2台の机の片方に、2本の支柱をビニールテープで動かないように貼り付けます。

これが、紙を水平に近い角度で引くためのレールとなります。

引く方向を正確な水平方向に保つには難しいですが、木の棒を

レールに沿って動かすことで、毎回同じ角度で引くことができるようにしました。

⑤③で作成した棒に用意した金属の輪を使い、80枚のルーズリーフを固定します。

⑥B5、26穴のルーズリーフを固定できるリングに80枚のルーズリー

フを挟みます。

2-3. 実験の注意

2-3-a. 枚数の定義

この実験における紙の枚数の数え方は、引き抜く側、固定する側の2枚を1セットとしてかぞえます。

例) 紙を10枚ずつ合計20枚挟んだとき、 $n=10$

2-3-b. 押さえるときの注意

図5のような、重なった部分の紙を上から押さえつけるような力が働かないようにするため、固定する紙を抑える際は、直接紙に触れず、リングを持って固定します。

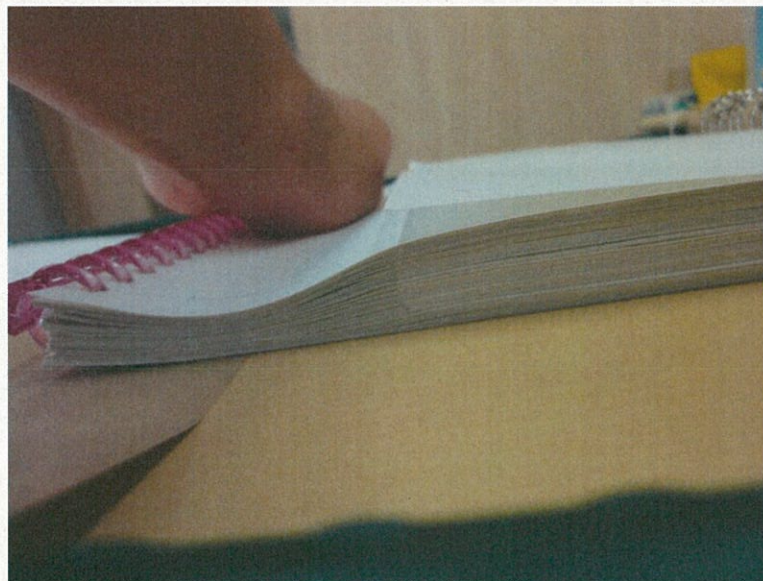


図5: 押さえる場所と垂直抗力

3. 実験結果

n=20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 セットの場合に、本を引き抜くのに必要な力 F を測定しました。それぞれの場合に、5 回ずつ実験を行い、その平均をとりました。その結果を下の表 1 に表します。 F の単位は kgw とします。

N	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目	平均
20	0.73	0.73	0.70	0.67	0.76	0.72
30	1.3	1.1	1.4	1.3	1.4	1.3
40	1.8	1.9	1.7	1.9	1.9	1.8
50	2.5	2.8	2.7	2.2	2.6	2.5
60	3.6	3.2	3.1	3.7	3.5	3.4
70	4.1	4.1	4.8	5.0	3.8	4.3
80	5.2	5.9	6.1	5.1	4.8	5.4

表 1: 引き抜く力の測定結果

この結果をグラフに表しました。

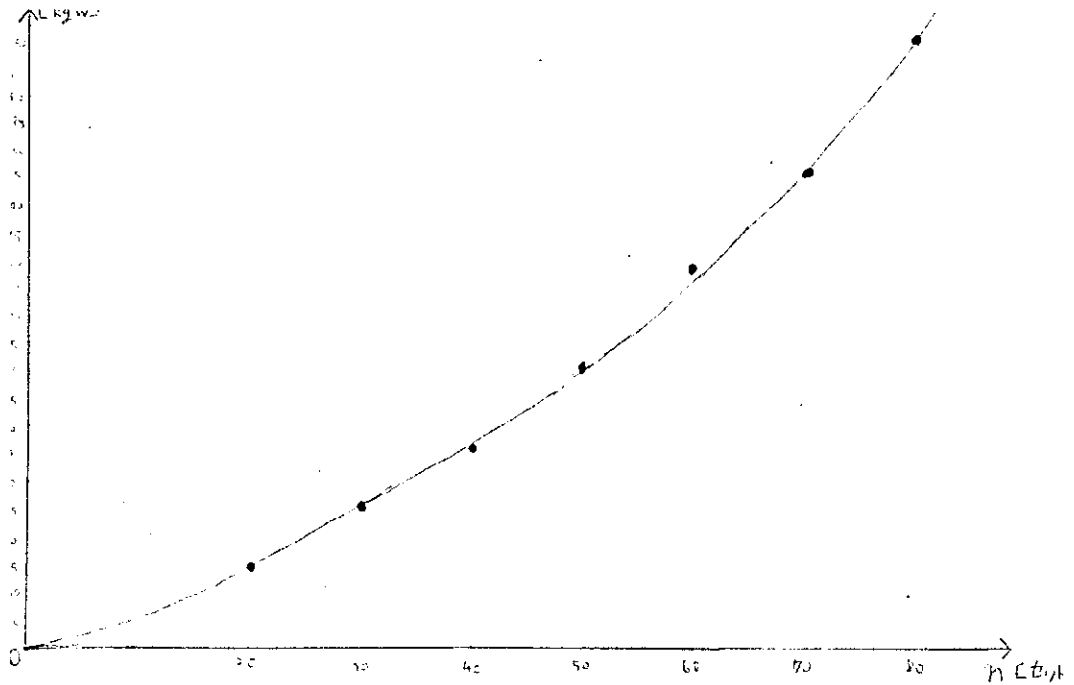


図 6: 表 1 を利用したグラフ

このグラフから、理論通りの実験結果が得られたことが分かります。なぜなら、グラフがおおよそ 2 次関数のグラフの上に乗っている からです。

4. 考察

4-1. 静止摩擦係数の値

この実験で用いたおもりと紙の質量は、次の通りです。

$M=77.1\text{g}$: おもりの質量

$m=3.45\text{g}$: 紙の質量 (紙 100 枚で 345[g]でした)

これらの数値と 2-2 で得られた理論式を用いて、それぞれの n の場合の静止摩擦係数の値を計算します。計算する

時は次の式に代入して、Fは測定した値の平均値を用います。

$$\mu = \frac{F}{2(n^2m + nM)g}$$

計算結果を表にまとめたものを表2に示します。上段をセット数、下段に静止摩擦係数の値を示しています。

20	30	40	50	60	70	80
0.12	0.12	0.11	0.10	0.10	0.10	0.09

表2: 静止摩擦係数の測定結果

表2をみると、静止摩擦係数 μ の値が一定しておらず、 n が増加すると、 μ は単調に減少していることが分かります。

この原因についていろいろ考えてみましたが、実験のときに一つ気になっていたことがありました。図7は $n=80$ の時のものですが、極端に書くと図aのように、固定した側の紙同士あるいは引き抜く側の紙同士で接触し、ここで紙の重さが分散されてしまっています。2-1で理論式を作ったときには、図bのように接触しておらず、紙の重さはそのまま下の紙によって支えられているとしていました。つまり実際には理論式の紙の質量として、本当の紙の質量
 $m=3.45g$ を代入するべきではなく、分散した分だけ小さな値

を代入するべきだと言えます。

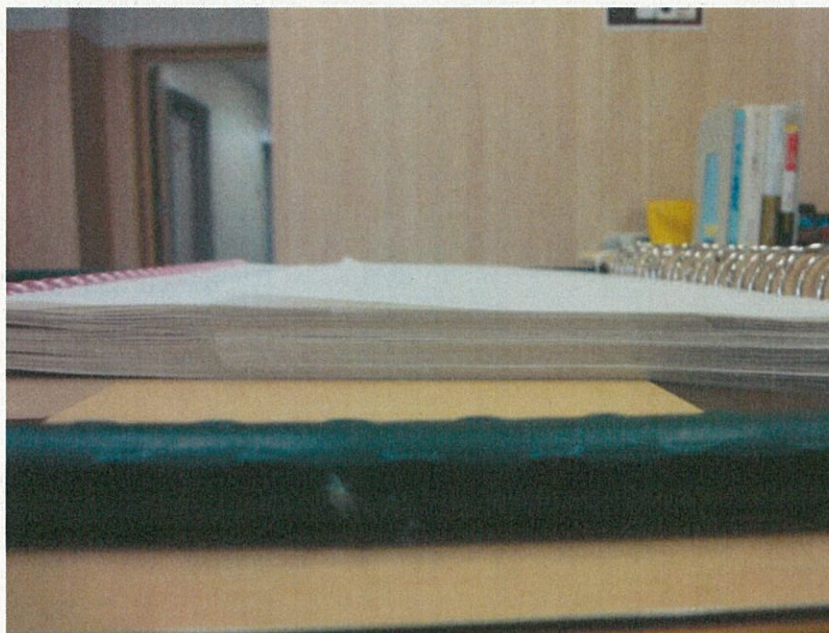


図 7: $n=80$ のときの様子



図 a: 実際

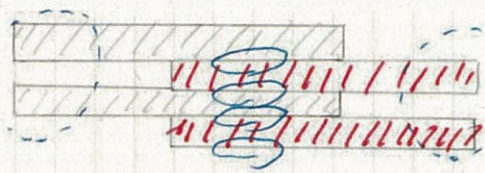


図 b: 理論計算

そこで、 m にどれぐらいの数値を代入したらいいのか先生
に相談したところ、図 8 のグラフを最小二乗法によって、
2 次関数で表してくれました。 それによると、 m の値は
 $m=1.57\text{g}$ であると教えてくれました。

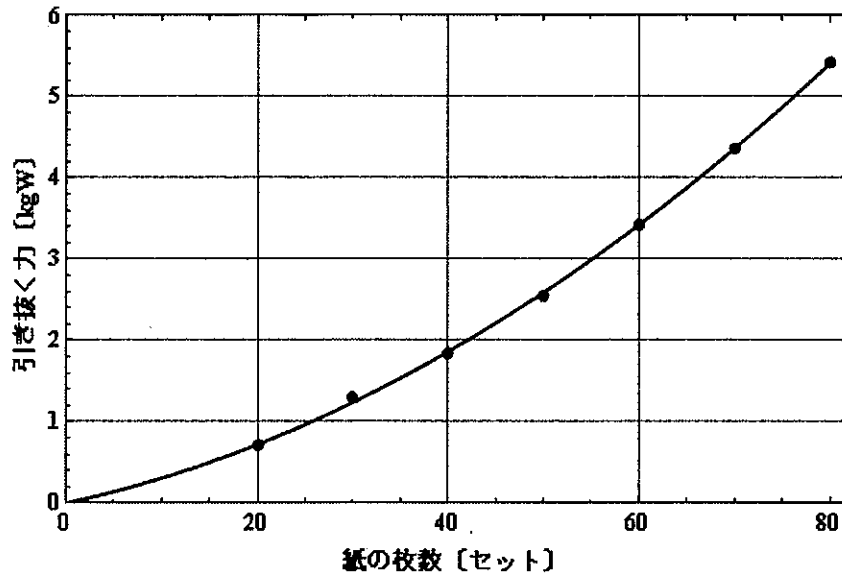


図 8: 最小二乗法で表したグラフ

この $m=1.57g$ を用いて、同様に μ の値を計算してみると

表 3 のようになります。上段をセット数としています。

20	30	40	50	60	70	80
0.17	0.17	0.16	0.16	0.17	0.17	0.17

表 3: $m=1.57$ を用いた場合の μ の値

このように静止摩擦係数 μ の値が安定しています。この

ように、この実験での結果は、紙の質量 m の値に敏感であ

ることが分かります。

4-2. いろいろな条件下での測定

温度と湿度、紙を重ねた面積、紙を挟んでから引き抜くまでの時間の3つの条件を変化させたときの静止摩擦力がどのように変化するかを調べました。

4-2-1. 温度と湿度による変化

温度と湿度を変化させたとき、紙と紙の間に働く静止摩擦係数がどう変化するかを調べました。n=30の時に、紙を挟むときにドライヤーで乾かしました。結果を下の表に表しました。

1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
1.5	1.2	1.3	1.1	1.4	1.3

よって、通常時の平均値と比べても変わりがないため、静止摩擦力は温度と湿度には因らないことが分かりました。

4-2-2. 重ねた面積による変化

紙を重ねた面積を変化させたとき、紙と紙の間に働く静止摩擦係数がどう変化するかを調べました。n=30の時に、紙を深く重ねた場合と浅く重ねた場合について調べました。結果を次の表に表しました。

深く重ねた場合

1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
2.0	1.8	1.6	2.2	1.8	1.9

浅く重ねた場合

1回目	2回目	3回目	4回目	5回目	平均
1.8	1.9	1.9	2.0	1.6	1.8

よって、それぞれの平均値を比べてもほとんど変わりがないため、静止摩擦力は重ねた面積には因らないことが分かりました。

4-2-3. 時間による変化

紙を重ねておもりを置き終わってから引くまでの時間を変化

させたとき、紙と紙の間に働く静止摩擦係数がどう変化するかを調べました。

n=30 の時に、10秒、100秒、15分3時間、

1日と時間をおいて引き抜く力 F を測定しました。

結果を下の表に表します。

10秒	100秒	15分	3時間	1日	平均
1.6	1.6	1.6	1.3	1.5	1.52

よって、それぞれの結果を比べても増大しているわけではな

いため、静止摩擦力は時間には因らないことが分かりました。

5. 結論

実験をしていて、自分の予想とは大きく異なることがありました。それは、時間と摩擦力との関係です。教科書には、時間による摩擦力の変化については触れていませんでしたが、時間に因って摩擦力が変化すると書いてある本を見たことがあります。たとえば、参考図書では、クーロンが摩擦の研究を行ったとき、「木材同士の場合は静止摩擦力が接触させてから初めの数分間は時間とともに若干増大し、のちに飽和する。木と金属の場合は4,5日間、時にはそれ以上の期間だらだと増大する傾向にある。」と書いてありました。しかし、この実験では変化しませんでした。そこで、本や資料に書いてあることとは違う！と、驚いて、疑いましたが、何回やってみても変わらなかったため、変わらなくていいのだ、と次第に思えるようになりました。もちろん、変化が非常に小さいため、今回の実験では測定できなかつただけかもしれませんが、本や資料を完全に頼るのではなくて、疑問に思い、自分でやってみることこそが勉強の本質だと改めて実感しました。

6. 参考図書

「摩擦の話」(會田範宗 著)

7. 共同実験者

実験の手伝い

この実験は、塾で物理の授業中に自分で考え、発言したことが元になって行われています。表 1 を得るための実験を行う際に、下記 3 名と協力して実験を行いました。

吉水純弥 (名古屋高校 1 年)

松岡竜誠 (東海中学 3 年)

他 1 名

理論式の確認と、図 5 の作成とその際の相談

窪田健一 (K-pro 塾講師)