第 3 問：大型ハドロン衝突型加速器 解答/採点基準 (10points)

Part A. LHC 加速器 (6points)

A.1 (0.7 pt) 加速後の陽子の速度v の正確な表式を、加速電圧V および物理定数を用いて求めよ。

解答 A1: [0.7pt]

エネルギー保存則より

$$m_p \cdot c^2 + V \cdot e = m_p \cdot c^2 \cdot \gamma = \frac{m_p \cdot c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

0.5pt

全エネルギーが間違っている, またはかかれていない場合 -0.3pt

静止質量エネルギーがかかれていない場合 -0.2pt

速度の値は上式を解いて

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_p \cdot c^2}{m_p \cdot c^2 + V \cdot e}\right)^2}$$

0.2pt

陽子の静止質量エネルギーがかかれていない場合: [0.5pt]

$$V \cdot e \simeq m_p \cdot c^2 \cdot \gamma = \frac{m_p \cdot c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

0.3pt

速度の値は上式を解いて

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_p \cdot c^2}{V \cdot e}\right)^2}$$

0.2pt

相対論を用いなかった古典的な値: [0.2pt]

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot V}{m_p}}$$

0.2pt

A2 (0.8pt) 質量の小さい粒子が高エネルギーに加速された場合、その粒子の速度vの光速との相対的なずれ $\Delta = (c - v)/c$ は非常に小さい。電子について、1 次近似での Δ の表式を、加速電圧V と物理定数を用いて求めよ。また、60.0 GeV のエネルギーでの Δ の値を計算せよ。

解答 A2: [0.8pt]

(前問より)速度は

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_e \cdot c^2}{m_e \cdot c^2 + V \cdot e}\right)^2} \quad \text{or} \quad c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_e \cdot c^2}{V \cdot e}\right)^2}$$ 0.1pt

相対的なずれ Δ は

$$\Delta = \frac{c - v}{c} = 1 - \frac{v}{c}$$ 0.1pt

よって

$$\Delta \simeq \frac{1}{2}\left(\frac{m_e \cdot c^2}{m_e \cdot c^2 + V \cdot e}\right)^2 \quad \text{or} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{m_e \cdot c^2}{V \cdot e}\right)^2$$ 0.4pt

以上より相対的なずれの値は

$$\Delta = 3.63 \times 10^{-11}$$ 0.2pt

相対論を用いなかった古典的な解法には点を与えない。 0.0pt

A3 (1.0pt) 陽子ビームを円軌道に保つために必要な一様な磁束密度Bを、陽子のエネルギーE、リングの周長L、基礎物理定数と数字のみで表せ。近似による効果が有効数字の最後の桁に比べて小さければ、適宜近似を用いてよい。陽子のエネルギーがE = 7.00 TeV の場合に、磁束密度Bを計算せよ。陽子同士の相互作用は無視してよい。

解答 A3: [1.0pt]

力のつりあいより

$$\frac{\gamma\cdot m_p\cdot v^2}{r}=\frac{m_p\cdot v^2}{r\cdot\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=e\cdot v\cdot B$$ 0.3pt

---

間違っていた場合、途中までの式に部分点を(最大 0.2pt まで)与えることができる。
例えば

ローレンツ力の式があっていた場合 0.1pt

$\frac{\gamma\cdot m_p\cdot v^2}{r}$があっていた場合 0.1pt

エネルギーは

$$E=(\gamma-1)\cdot m_p\cdot c^2\simeq\gamma\cdot m_p\cdot c^2\to\gamma=\frac{E}{m_pc^2}$$

これより

$$\frac{E\cdot v}{c^2\cdot r}=e\cdot B$$ 0.3pt

また、

$$v\simeq c\quad\text{and}\quad r=\frac{L}{2\pi}$$

より、Bは

$$B=\frac{2\pi\cdot E}{e\cdot c\cdot L}$$ 0.2pt

以上より、Bの値は

$$B = 5.50\ \mathrm{T}$$ 0.2pt

もしBの有効数字を２桁以下または４桁以上としていた場合 −0.1pt

近似計算をしなかった場合以下の式が正しいが、この式には最大0.5点しか与えない。

$$B = \frac{2\pi \cdot m_p \cdot c}{e \cdot L} \cdot \sqrt{\left(\frac{E}{m_p \cdot c^2}\right)^2 - \left(1 + \frac{m \cdot c^2}{E}\right)^2}$$ 0.5pt

計算におけるミスはそれぞれ0.1点減点する。 −0.1pt

相対論を用いなかった古典的な解法では値が全く異なるので上限を0.3ptとする。 [0.3pt]

$$\frac{m_p \cdot v^2}{r} = e \cdot v \cdot B$$ 0.1pt

$$B = \frac{2\pi}{L \cdot e}\sqrt{2 \cdot m_p \cdot E}$$ 0.1pt

$$B = 0.0901\ \mathrm{T}$$ 0.1pt

もしBの有効数字を２桁以下または４桁以上としていた場合 −0.1pt

A4 (1.0pt) 次元解析を用いることで、放射パワーP_{rad}の表式を求めよ。

解答 A4: [1.0pt]

$$P_{rad} = a^{\alpha} \cdot q^{\beta} \cdot c^{\gamma} \cdot \epsilon_0^{\delta}$$

0.2pt

これらの次元は次の通りである。

$$[a]=\mathrm{ms}^{-2},\ [q]=\mathrm{C}=\mathrm{As},\ [c]=\mathrm{ms}^{-1},$$

$$[\epsilon_0]=\mathrm{As}(\mathrm{Vm})^{-1}=\mathrm{A}^2\mathrm{s}^2(\mathrm{Nm}^2)^{-1}=\mathrm{A}^2\mathrm{s}^4(\mathrm{kgm}^3)^{-1}$$

すべての次元が正しい場合 0.3pt
(3つの次元が正しい場合) (0.2pt)
(2つの次元が正しい場合) (0.1pt)

次元に N と C を用いて$[\varepsilon_0] = \mathrm{C}^2(\mathrm{Nm}^2)^{-1}$とした場合

$$\frac{\mathrm{m}^{\alpha}}{\mathrm{s}^{2\alpha}} \cdot \mathrm{C}^{\beta} \cdot \frac{\mathrm{m}^{\gamma}}{\mathrm{s}^{\gamma}} \cdot \frac{\mathrm{C}^{2\delta}}{\mathrm{N}^{\delta} \cdot \mathrm{m}^{2\delta}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

0.1pt

これを用いて

$$\mathrm{N} :\rightarrow \delta = -1, \quad \mathrm{C} :\rightarrow \beta + 2 \cdot \delta = 0,$$
$$\mathrm{m} :\rightarrow \alpha + \gamma - 2\delta = 1, \quad \mathrm{s} :\rightarrow 2 \cdot \alpha + \gamma = 1$$

0.2pt

(2つの等式が正しい場合) (0.1pt)

以上より

α =2, β =2, γ =−3, δ =−1 0.1pt

次元に N と A を用いて $[\varepsilon_0] = \mathrm{A^2 s^2 (Nm^2)^{-1}}$ とした場合

$$\frac{\mathrm{m}^{\alpha}}{\mathrm{s}^{2\alpha}} \cdot \mathrm{A}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\beta} \cdot \frac{\mathrm{m}^{\gamma}}{\mathrm{s}^{\gamma}} \cdot \frac{\mathrm{A}^{2\delta} \cdot \mathrm{s}^{2\delta}}{\mathrm{N}^{\delta} \cdot \mathrm{m}^{2\delta}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

0. 1pt

これを用いて

$$N :\rightarrow \delta = -1, \quad \mathrm{A} :\rightarrow \beta + 2 \cdot \delta = 0,$$
$$\mathrm{m} :\rightarrow \alpha + \gamma - 2\delta = 1, \quad \mathrm{s} :\rightarrow -2 \cdot \alpha + \beta - \gamma + 2\delta = -1$$

0. 2pt

(2 つの等式が正しい場合) (0. 1pt)

以上より

α =2, β =2, γ =-3, δ =-1 0. 1pt

次元に kg と A を用いて $[\varepsilon_0] = \mathrm{A^2 s^4 (kg \cdot m^3)^{-1}}$ とした場合

$$\frac{\mathrm{m}^{\alpha}}{\mathrm{s}^{2\alpha}} \cdot \mathrm{A}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{\beta} \cdot \frac{\mathrm{m}^{\gamma}}{\mathrm{s}^{\gamma}} \cdot \frac{\mathrm{A}^{2\delta} \cdot \mathrm{s}^{4\delta}}{\mathrm{kg}^{\delta} \cdot \mathrm{m}^{3\delta}} = \frac{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^3}$$

0. 1pt

これを用いて

$$\mathrm{kg} :\rightarrow \delta = -1, \quad \mathrm{A} :\rightarrow \beta + 2 \cdot \delta = 0,$$
$$\mathrm{m} :\rightarrow \alpha + \gamma - 3\delta = 2, \quad \mathrm{s} :\rightarrow -2 \cdot \alpha + \beta - \gamma + 4\delta = -3$$

0. 2pt

(2 つの等式が正しい場合) (0. 1pt)

以上より

α =2, β =2, γ =-3, δ =-1 0. 1pt

よって放射パワーは

$$P_{rad} \propto \frac{a^2 \cdot q^2}{c^3 \cdot \epsilon_0}$$

0. 1pt

これらとは異なる単位を用いた解法も可能であり、それで解いても良い。答えを出せなかったものの電荷の単位が消えることから β =-2 δ であることに気付いた場合 0. 2pt を与える。 0. 2pt

A5 (1.0pt) LHC を回るすべての陽子について、放射パワーの合計 P_{tot} を計算せよ。陽子 1 つのエネルギーはE = 7.00 TeV とする（表 1）。適切な近似を用いてもよい。

解答 A5： [1.0pt]

放射パワーの式は

$$P_{rad} = \frac{\gamma^4 \cdot a^2 \cdot e^2}{6\pi \cdot c^3 \cdot \epsilon_0}$$ 0.1pt

エネルギーの式は

$$E = (\gamma - 1)m_p \cdot c^2 \quad \text{or equally valid} \quad E \simeq \gamma \cdot m_p \cdot c^2$$ 0.2pt

加速度の式は

$$a \simeq \frac{c^2}{r} \quad \text{with} \quad r = \frac{L}{2\pi}$$ 0.2pt

これより放射パワーは

$$P_{rad} = (\frac{E}{m_p c^2} + 1)^4 \cdot \frac{e^2 \cdot c}{6\pi\epsilon_0 \cdot r^2} \quad \text{or} \quad (\frac{E}{m_p c^2})^4 \cdot \frac{e^2 \cdot c}{6\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$$ 0.3pt

以上より放射パワーの合計は

$$P_{tot} = 2 \cdot 2808 \cdot 1.15 \cdot 10^{11} \cdot P_{rad} = 5.13\text{kW}$$ 0.2pt

---

ビームが２つあるため２倍する必要があったが、それを忘れた場合は−0.1pt とする。 −0.1pt
表１から読みとれる 2808 や1.15×10^{11}を忘れた場合も−0.1pt とする。 −0.1pt

A6 (1.5pt) 陽子がこの電場を通過するのにかかる時間 T を決定せよ。

解答　A6： [1.5pt]

ニュートンの第２法則より

$$F = \frac{dp}{dt}$$ 0.2pt

$$\frac{V \cdot e}{d} = \frac{p_f - p_i}{T} \text{ with } p_i = 0$$ 0.3pt

エネルギー保存則より

$$E_{tot} = m \cdot c^2 + e \cdot V$$ 0.2pt

よって、以上より

$$E_{tot}^2 = (m \cdot c^2)^2 + (p_f \cdot c)^2$$ 0.2pt

$$p_f = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(m \cdot c^2 + e \cdot V)^2 - (m \cdot c^2)^2} = \sqrt{2e \cdot m \cdot V + \left(\frac{e \cdot V}{c}\right)^2}$$ 0.2pt

$$T = \frac{d \cdot p_f}{V \cdot e} = \frac{d}{V \cdot e}\sqrt{2e \cdot m_p \cdot V + \left(\frac{e \cdot V}{c}\right)^2}$$ 0.3pt

T=218ns 0.1pt

別解 [1.5pt]

ニュートンの第２法則より

$$F = \frac{dp}{dt}$$ 0.2pt

$$\frac{V \cdot e}{d} = \frac{p_f - p_i}{T} \text{ with } p_i = 0$$ 0.3pt

A1 で求めた速度の式またはエネルギー保存則より

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{m_p \cdot c^2}{m_p \cdot c^2 + V \cdot e}\right)^2}$$ 0.2pt

これより γ が次のように変形できるので

$$\gamma = 1/\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = 1+\frac{e\cdot V}{m_p\cdot c^2}$$ 0.2pt

$$p_f = \gamma\cdot m_p\cdot v = \left(1+\frac{e\cdot V}{m_p\cdot c^2}\right)\cdot m_p\cdot c\cdot\sqrt{1-\left(\frac{m_p\cdot c^2}{m_p\cdot c^2+V\cdot e}\right)^2}$$ 0.2pt

$$T = \frac{d\cdot p_f}{V\cdot e} = \frac{d\cdot m_p\cdot c}{V\cdot e}\cdot\sqrt{\left(\frac{m_p\cdot c^2+e\cdot V}{m_p\cdot c^2}\right)^2-1}$$

$$= \frac{d}{V\cdot e}\sqrt{2e\cdot m_p\cdot V+\left(\frac{e\cdot V}{c}\right)^2}$$ 0.3pt

T=218ns 0.1pt

別解:時間を積分する方法 [1.5pt]

エネルギーは距離 x に比例して大きくなるので

$$E(x) = \frac{e\cdot V\cdot x}{d}$$ 0.2pt

$$t = \int dt = \int_0^d \frac{dx}{v(x)}$$ 0.2pt

$$v(x) = c\cdot\sqrt{1-\left(\frac{m_p\cdot c^2}{m_p\cdot c^2+\frac{e\cdot V\cdot x}{d}}\right)^2}$$

$$= c\cdot\frac{\sqrt{\left(m_p\cdot c^2+\frac{e\cdot V\cdot x}{d}\right)^2-(m_p\cdot c^2)^2}}{m_p\cdot c^2+\frac{e\cdot V\cdot x}{d}} = c\cdot\frac{\sqrt{\left(1+\frac{e\cdot V\cdot x}{d\cdot m_p\cdot c^2}\right)^2-1}}{1+\frac{e\cdot V\cdot x}{d\cdot m_p\cdot c^2}}$$ 0.2pt

ξ を $\xi = \dfrac{e\cdot V\cdot x}{d\cdot m_p\cdot c^2}$ と定義して

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{e\cdot V}{d\cdot m_p\cdot c^2}$$ 0.2pt

$$t = \frac{1}{c}\int_0^b \frac{1+\xi}{\sqrt{(1+\xi)^2-1}}\frac{d\cdot m_p\cdot c^2}{e\cdot V}d\xi \qquad b = \frac{e\cdot V}{m_p\cdot c^2}$$ 0.2pt

$$1+\xi := \cosh(s) \qquad \frac{d\xi}{ds} = \sinh(s)$$ 0.1pt

$$t = \frac{m_p \cdot c \cdot d}{e \cdot V} \int \frac{\cosh(s) \cdot \sinh(s) ds}{\sqrt{\cosh^2(s) - 1}} = \frac{m_p \cdot c \cdot d}{e \cdot V} [\sinh(s)]_{b_1}^{b_2}$$ 0.2pt

また、

$$b_1 = \cosh^{-1}(1), \quad b_2 = \cosh^{-1}\left(1 + \frac{e \cdot V}{m_p \cdot c^2}\right)$$ 0.1pt

以上より、 T=218ns 0.1pt

別解:移動距離に着目する方法 [1.5pt]

$$F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$$ 0.2pt

$$\frac{V \cdot e}{d} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{m \cdot a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + m \cdot a \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} = \gamma^3 \cdot m \cdot a$$ 0.4pt

$$a = \ddot{s} = \frac{V \cdot e}{d \cdot m}\left(1 - \frac{\dot{s}^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$ 0.3pt

ここで $s(t)$ のとりうる解は、$s(t)$ が $s(t) = \sqrt{i^2 \cdot t^2 + k} - l$ （i, k, l は適当な定数）のように予想される。また、条件 $s(0)=0$, $\dot{s}(0) = v(0) = 0$ より 0.1pt

$$s(t) = \frac{c}{V \cdot e}\left(\sqrt{e^2 \cdot V^2 \cdot t^2 + c^2 \cdot m^2 \cdot d^2} - c \cdot m \cdot d\right)$$ 0.2pt

$$s = d \to T = \frac{d}{V \cdot e}\sqrt{\left(\frac{V \cdot e}{c}\right)^2 + 2V \cdot e \cdot m}$$ 0.2pt

以上より、 T=218ns 0.1pt

相対論を用いない古典的な解法には最大で 0.4pt を与える。 [0.4pt]

$$F = \frac{V \cdot e}{d}$$

より加速度 a は

$$a = \frac{F}{m_p} = \frac{V \cdot e}{m_p \cdot d}$$ 0.1pt

$$d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot T^2 \to T = \sqrt{\frac{2d}{a}}$$ 0.1pt

以上より T は

$$T = d \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_p}{V \cdot e}}$$ 0.1pt

T=194ns 0.1pt

Part B. 粒子の識別 (4points)

B1 (0.8pt) 粒子の質量mを、運動量p、飛行距離l、飛行時間t を用いて表せ。ただし、粒子は素電荷eを持ち、光速cに近い速さを持つとする。また、飛跡は直線状で、2 つの飛行時間検出器の面を垂直に通過するとする(図 2 を見ること)。

解答 B1: [0.8pt]

速度は次のように表せる。

$$v = \frac{l}{t}$$ 0.1pt

相対論的な運動量の表式は

$$p = \frac{m \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$ 0.2pt

以上より

$$p = \frac{m \cdot l}{t \cdot \sqrt{1 - \frac{l^2}{t^2 \cdot c^2}}}$$ 0.2pt

よって質量は

$$m = \frac{p \cdot t}{l} \cdot \sqrt{1 - \frac{l^2}{t^2 \cdot c^2}} = \frac{p}{l \cdot c} \cdot \sqrt{t^2 \cdot c^2 - l^2}$$ 0.3pt

---

別解 [0.8pt]

飛行距離を用いて t は次のように表せる。

$$t = \frac{l}{(c \cdot \beta)}$$ 0.1pt

相対論的な運動量の表式は

$$p = \frac{m \cdot \beta \cdot c}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

よって速度は、

$$\beta = \frac{p}{\sqrt{m^2 \cdot c^2 + p^2}}$$ 0.2pt

以上より t は

$$t = l\frac{\sqrt{m^2 \cdot c^2 + p^2}}{c \cdot p}$$

0.2pt

よって質量は

$$m = \sqrt{\left(\frac{p \cdot t}{l}\right)^2 - \left(\frac{p}{c}\right)^2} = \frac{p}{l \cdot c}\sqrt{(t \cdot c)^2 - (l)^2}$$

0.3pt

相対論を用いなかった場合: [0.0pt]

飛行時間は $t=l/v$ で表されるので、速度は

$$v = \frac{p}{m} \to t = \frac{l \cdot m}{p}$$

よって、

$$m = \frac{p \cdot t}{l}$$

となるが、この解法には点を与えない。 0.0pt

B2 (0.7pt) 運動量がともに 1.00 GeV/c の荷電π中間子と荷電 K 中間子を十分良く識別するために最低限必要となる飛行時間検出器の長さlを計算せよ。十分良い識別のためには、飛行時間の差が検出器の時間分解能の 3 倍以上であることが必要である。飛行時間検出器の典型的な時間分解能は 150 ps（1 ps = 10^{-12}s）である。

解答 B2: [0.7pt]

苛電 π 中間子と荷電 K 中間子の飛行時間の差は

$$\Delta t = 450\text{ps} = 450 \cdot 10^{-12}\text{s}$$ 0.1pt

また、この飛行時間の差は次のようにも表せるので

$$\Delta t = \frac{l}{cp}(\sqrt{m_\pi^2 \cdot c^2 + p^2} - \sqrt{m_K^2 \cdot c^2 + p^2}) = 450\text{ps} = 450 \cdot 10^{-12}\text{s}$$ 0.2pt

$$l = \frac{\Delta t \cdot p}{\sqrt{m_K^2 + p^2/c^2} - \sqrt{m_\pi^2 + p^2/c^2}}$$ 0.2pt

$$\sqrt{m_K^2 + p^2/c^2} = 1.115\ \text{GeV}/c^2 \text{and} \sqrt{m_\pi^2 + p^2/c^2} = 1.010\ \text{GeV}/c^2$$

$$l = 450 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{1}{1.115 - 1.010}\text{s GeV}c^2/(\text{GeV}c)$$ 0.1pt

$$l = 4285.710^{-12}\text{s} \cdot c = 4285.7 \cdot 10^{-12} \cdot 2.998 \cdot 10^8\text{m} = 1.28\text{m}$$ 0.1pt

（ただし、有効数字を 2 桁以下または 4 桁以上にした場合は 0.1pt 減点する。） −0.1pt

相対論を用いなかった場合の解法: [0.3pt]

荷電 π 中間子と荷電 K 中間子の飛行時間の差は

$$\Delta t = \frac{l}{p}(m_K - m_\pi) = 450ps = 450 \cdot 10^{-12}\text{s}$$ 0.1pt

よって長さは

$$l = \frac{\Delta tp}{m_K - m_\Pi} = \frac{450 \cdot 10^{-12}\text{s} \cdot 1\text{GeV}/c}{(0.498 - 0.135)\text{GeV}/c^2}$$ 0.1pt

$$l = 450 \cdot 10^{-12}/0.363 \cdot cs = 450 \cdot 10^{-12}/0.363 \cdot 2.998 \cdot 10^8\text{m}$$

$$l = 3716 \cdot 10^{-4}\text{m} = 0.372\text{m}$$ 0.1pt

（ただし、有効数字を 2 桁以下または 4 桁以上にした場合は 0.1pt 減点する。） −0.1pt

B3 (1.7pt) 粒子の質量を、磁束密度B、飛行時間検出器の円筒の半径R、物理定数、測定量（飛跡の半径r と飛行時間t）を用いて表せ。

解答 B3： [1.7pt]

粒子はビームラインと垂直に飛行するので飛行距離は円弧の長さから与えられる。
磁場と同じ方向の運動量を持たないことから、ローレンツ力は粒子の持つ運動量に比例し、B1 で求めた質量に関する式を使うことが出来る。
粒子の飛行距離は、半径を用いて

$$l = 2 \cdot r \cdot \mathrm{asin}\frac{R}{2 \cdot r}$$ 0.5pt

$l = R$とした場合は 0.4pt 減点する −0.4pt

以上の過程において部分点を最大 0.4pt 与える。

ローレンツ力は

$$\frac{\gamma \cdot m \cdot v_t^2}{r} = e \cdot v_t \cdot B \to p_T = r \cdot e \cdot B$$ 0.4pt

以上の過程において部分点を最大 0.3pt 与える。

このとき磁場と同じ方向の運動量はゼロであることから$p = p_T$となる。 0.1pt

運動量は

$$p = e \cdot r \cdot B$$ 0.1pt

よって、質量は

$$m = \sqrt{\left(\frac{p \cdot t}{l}\right)^2 - \left(\frac{p}{c}\right)^2} = e \cdot r \cdot B \cdot \sqrt{\left(\frac{t}{2r \cdot \mathrm{asin}\frac{R}{2r}}\right)^2 - \left(\frac{1}{c}\right)^2}$$ 0.6pt

以上の過程において部分点を最大 0.5pt 与える。

相対論を用いなかった場合の解答: [0.9pt]

粒子の飛行距離は円弧の長さなので、

$$l = 2 \cdot r \cdot \mathrm{asin}\frac{R}{2 \cdot r}$$ 0.5pt

$l = R$とした場合は 0.4pt 減点する -0.4pt

以上の過程において部分点を最大 0.4pt 与える。

よって、質量は

$$m = \frac{p \cdot t}{l} = \frac{e \cdot r \cdot B \cdot t}{2r \cdot \mathrm{asin}\frac{R}{2r}} = \frac{e \cdot B \cdot t}{2 \cdot \mathrm{asin}\frac{R}{2r}}$$ 0.4pt

以上の過程において部分点を最大 0.3 点与える。

B4 (0.8pt) これらの粒子の質量を計算することによって、粒子の種類をそれぞれ同定せよ。

Particle	Radius r [m]	Time of flight [ns]
A	5.10	20
B	2.94	14
C	6.06	18
D	2.32	25

解答　B4： [0.8pt]

Particle	arc [m]	p [$\frac{MeV}{c}$]	p [$\frac{mkg}{s}$] 10^{-19}	pt/l [$\frac{MeVs}{cm}$] 10^{-6}	pt/l [$\frac{MeV}{c^2}$]	pt/l [kg] 10^{-27}	Mass [$\frac{MeV}{c^2}$]	Mass [kg] 10^{-27}
A	3.786	764.47	4.0855	4.038	1210.6	2.158	938.65	1.673
B	4.002	440.69	2.3552	1.542	462.2	0.824	139.32	0.248
C	3.760	908.37	4.8546	4.349	1303.7	2.324	935.10	1.667
D	4.283	347.76	1.8585	2.030	608.6	1.085	499.44	0.890

以上より、粒子 A と C は陽子であり、粒子 B は荷電 π 中間子、粒子 D は荷電 K 中間子である。

それぞれの粒子について質量を正しく与え、正しく同定出来ていた場合 各 0.2pt
正しく質量を出せていたが、同定を 1 つまたは 2 つの粒子で間違えていた場合 -0.1pt
正しく質量を出せていたが、同定を 3 つまたは 4 つの粒子で間違えていた場合 -0.2pt
質量は間違えていたが運動量は合っていた場合 各 0.1pt
運動量を間違えたが、飛行距離は合っていたものが 3 つまたは 4 つあった場合 0.2pt
運動量を間違えたが、飛行距離は合っていたものが 1 つまたは 2 つあった場合 0.1pt

相対論を用いなかった場合: [0.4pt]
　$m = pt/l$ となり、粒子を同定することは不可能である。

Particle	arc [m]	p $[\frac{MeV}{c}]$	p $[\frac{mkg}{s}]$ 10^{-19}	$m = p \cdot t/l$ $[\frac{MeV\,s}{cm}]$ 10^{-6}	$m = p \cdot t/l$ $[\frac{MeV}{c^2}]$	$m = p \cdot t/l$ [kg] 10^{-27}
A	3.786	764.47	4.0855	4.038	1210.6	2.158
B	4.010	440.69	2.3552	1.542	462.2	0.824
C	3.760	908.37	4.8546	4.349	1303.7	2.324
D	4.283	347.76	1.8585	2.030	608.6	1.085

質量または運動量を正しく求められていた場合 各 0.1pt
運動量を間違えたが、飛行距離は合っていたものが 3 つまたは 4 つあった場合 0.2pt
運動量を間違えたが、飛行距離は合っていたものが 1 つまたは 2 つあった場合 0.1pt