

## レーザー光の偏向の測定による屈折率の勾配と食塩の拡散係数の決定

### I. イントロダクション

拡散とは、原子や分子がランダムウォークを起こすことで、系全体が熱平衡状態に向かう過程のことである。例えば、容器に水と食塩水溶液をいれたとき、食塩分子は密度の高い場所から密度の低い場所へと拡散する。拡散の速さは拡散係数 $D$ によって特徴づけられる。拡散は生化学から天体物理にわたる幅広いプロセスで主要な役割を果たす。以下の実験問題では、食塩分子の拡散を調べる。食塩分子は食塩水溶液から蒸留水に向かって拡散しながら動いていき、その結果、食塩の濃度が連続的に変化する層が生じる。水溶液の屈折率は水溶液の濃度に依存している。そのため、レーザービームの偏向を利用した光の実験から拡散の過程を調べることができる。

### II. 実験の目的

1. 屈折率の勾配を測定することで、食塩水溶液の水中での拡散係数を決定する。
2. 食塩水の濃度変化に対する拡散係数の変化率を決定する。

## III. 実験装置

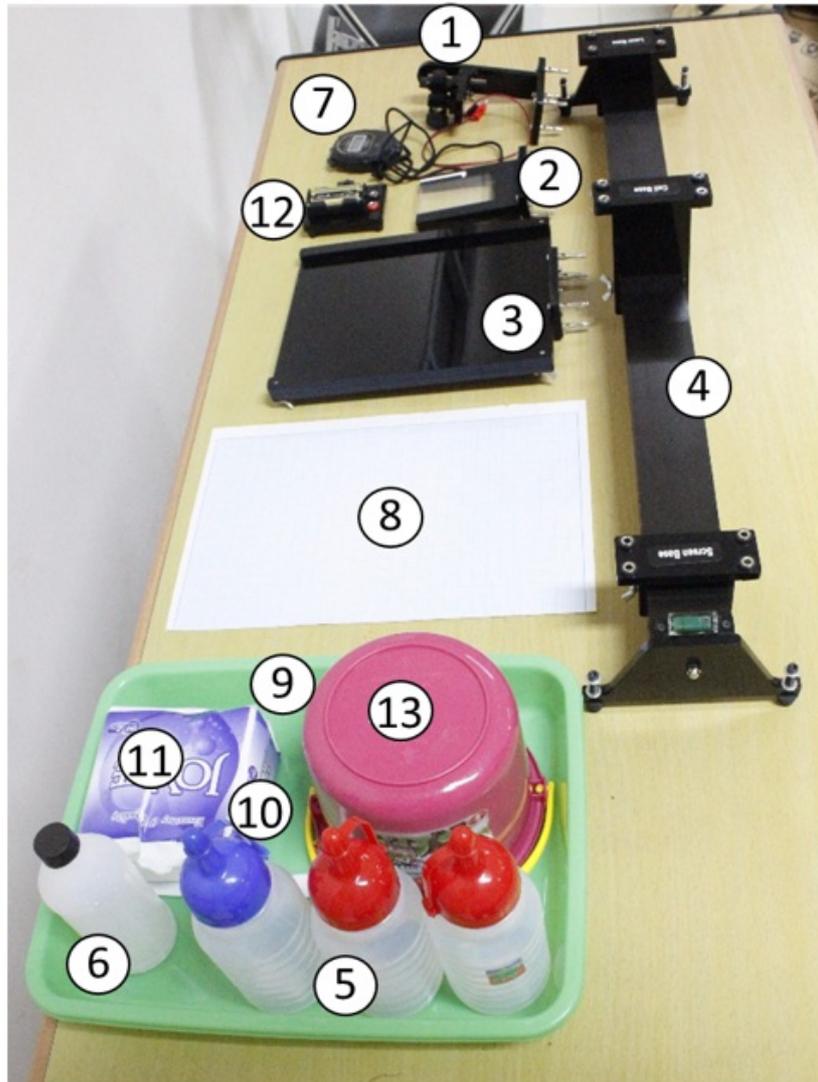


図 1. 実験装置

1. 光源 (波長  $\lambda = 632 \text{ nm}$  のダイオードレーザーと円筒型レンズ)
2. ホルダー付き拡散セル (Cell) (6.5 cm x 0.8 cm x 9.5 cm)
3. ホルダー付きスクリーン (Screen)
4. 目盛り付き観測用レール
5. 食塩水
6. 蒸留水 (Aquadest)
7. ストップウォッチ
8. 方眼紙
9. ピペット
10. ナイフとティッシュペーパー (クリーナー)

# Experiment

Japan

# E1

11. ティッシュ
12. 電池
13. 廃棄用バケツ

実験装置の組み立ての模式図は図2に示されている。

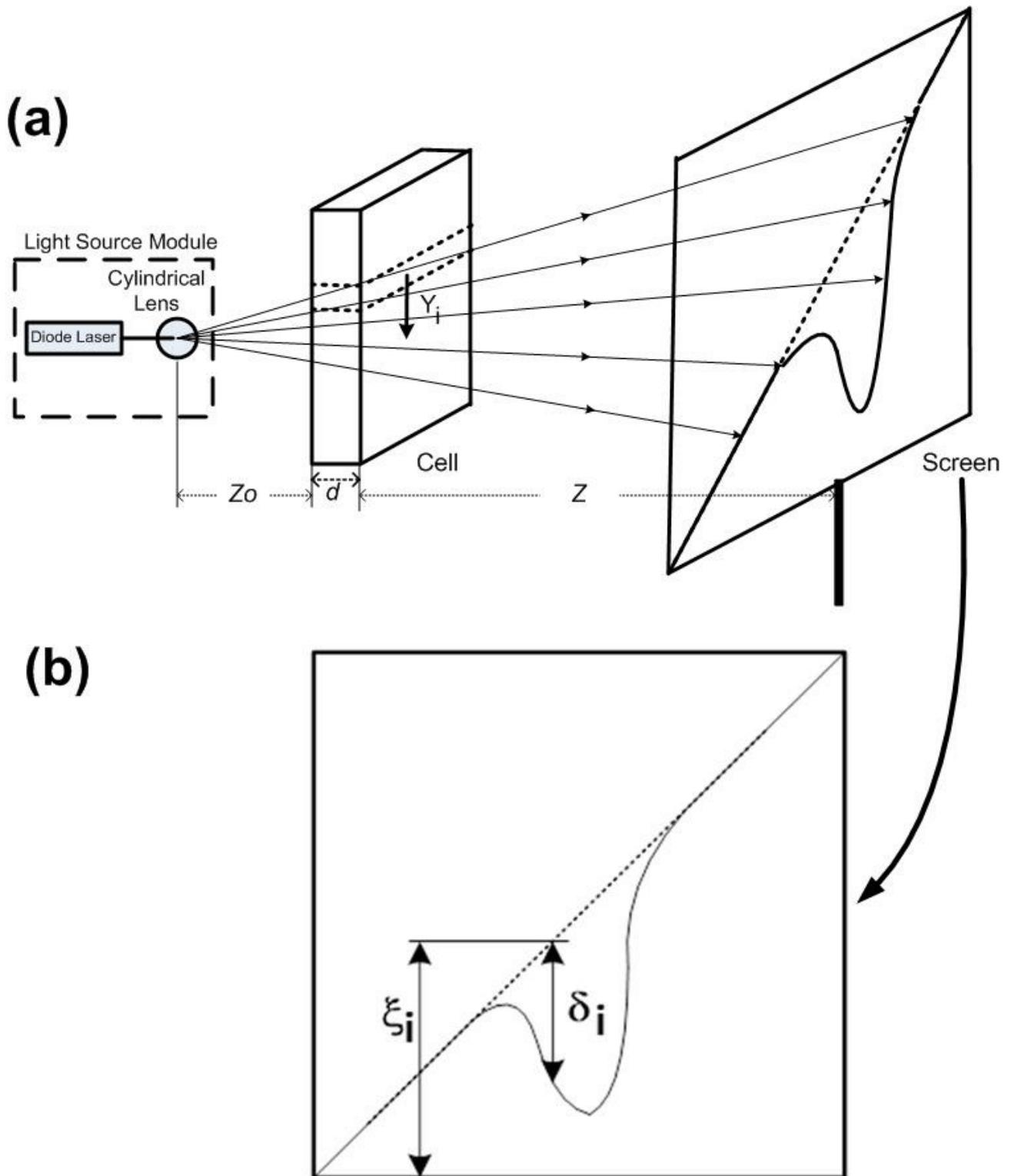


図2. (a) 実験装置の模式図。セルは、食塩水を下部に、蒸留水(Aquadest)をその上層に含む。(b) 典型的な偏向。溶液1と溶液2の間に拡散が生じているときのスクリーン上でのレーザー光の偏向の様子。

液体中の屈折率( $n$ )の勾配を垂直方向の位置の関数として求めるには、まずスクリーン上の垂直位置( $\xi$ )を、セル上の高さ( $Y$ )と関係づけ、垂直方向の偏向( $\delta$ )を屈折率勾配( $dn/dY$ )に関係づける必要がある。実験の配置(図2参照のこと)から、

$$Y_i = \frac{\xi_i Z_0}{Z_0 + d + Z} \quad (1)$$

である。ここで、 $Z_0, Z, d$ は、図2(a)に示されており、それぞれ、光源から拡散セルまでの距離、拡散セルからスクリーンまでの距離、拡散セルの厚みを表す。 $Z_0$ を測定する際、レーザー光源の台に記された線が円筒形レンズの中心の位置を示すことに注意せよ。

セルの厚み $d$ 、および、屈折率勾配はいずれも十分に小さいので、拡散セル内部で光線が垂直方向にズれる効果は無視できる。この極限では、それぞれの光線はセル内部をほぼ一定の高さで通過し、その高さにおける屈折率勾配の値のみにしたがって偏向するものと見做すことができる。

それは次のように示される:

$$\left( \frac{dn}{dY} \right)_i = \frac{\delta_i}{Zd} \quad (2)$$

## 実験手順:

- (図2(b)にあるように)スクリーン上に偏向したレーザーの光跡を得るためには、図1の写真に示された全ての部品を、図2(a)に示された概略図に従ってきれいに組み立てることが必要である。

- レーザーがオンになっており、レーザーが垂直に拡散セルに当たって、スクリーン上のレーザーの投影が斜めの直線になっていることを確認すること。明るくピントの合ったスポットを得るためには $Z$ と $Z_0$ 、および（レーザーの後部を回転させることにより）レーザーの焦点距離を調整すればよい。レーザー全体を回転させることで、スクリーン上のレーザーの光跡の向きも調整できる(頂上のネジをゆるめてレーザーを回転できるようにせよ)。水も食塩水も無い条件では斜めの直線状のレーザーの軌跡が見えるはずである。
- 2つの異なる溶液が拡散によって混合されると、偏向されたレーザーの光跡が現れる。最初に食塩水を、拡散セル容器の白い線の先で示されたところまで注いでおく。次に、水をピペットを用いて容器の横にある穴から約40滴、慎重にゆっくり静かに滴下し、その後ストップウォッチをスタートさせて溶液間の拡散の経過時間を測定する。 $Z, Z_0$  およびレーザー光の高さが最適な設定になっていれば、偏向されたレーザー光の軌跡は中央にあってはっきりしており、その凹みの深さは最大になる。測定誤差を最小にするためには、そのような最適の設定を見つける必要がある。
- 30分後、スクリーンに取り付けたmm方眼紙にレーザー光跡の軌跡を鉛筆で写し取る。この実験では、3つの異なる濃度（すなわち $C_0 = 23 \text{ g/150 mL}$ ,  $C_0 = 28 \text{ g/150 mL}$  および  $C_0 = 33 \text{ g/150 mL}$ ）の食塩水に対する実験をおこなうことが求められている。従って、mm方眼紙を毎回交換する必要がある。mm方眼紙はスクリーンの角に取り付けられたスクリューを回すことにより留め外しができる。
- 使用したmm方眼紙には、学生コード(student code)と用いた食塩水の濃度を記したことを必ず確かめること。

## IV. 実験と課題

### A: 食塩水溶液の屈折率勾配の測定 (4.5 points)

3つの全ての食塩水濃度について以下の操作を行え。誤差の評価は必要ない。

A.1	スクリーン上の偏向したレーザーの光跡を得るための実験をせよ。 $t = 30$ 分の間拡散を生じさせ、レーザーの光跡をスクリーンにとりつけたmm方眼紙に鉛筆を使って描き写せ。	1.2 pt.
A.2	mm方眼紙に描き写したレーザーの光跡から、 $t = 30$ 分間に生じた拡散について、 $Z, d, Z_0, \xi_i$ および $\delta_i$ ( $i = 1, \dots, 20$ , は異なる水平方向の位置に対応したデータ番号) を測定せよ。パラメータ $Z, d, Z_0, \xi_i, \delta_i$ はcm(センチメートル)で記述せよ。 $Z, d, Z_0$ はすべての測定で同じであることに注意せよ。結果は表1に記録せよ。	1.5 pt.
A.3	$t = 30$ 分間に生じた拡散について、 $Y_i$ と $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ ( $i = 1, \dots, 20$ , はデータ番号)を計算せよ。 $Z, d, Z_0$ はすべての測定で同じであることに注意せよ。結果は表2に記録せよ。 $t = 30$ 分に対して $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ を縦軸、 $Y_i$ を横軸としてグラフをかけ。	1.5 pt.
A.4	A.3で得られた $\left(\frac{dn}{dy}\right)_i$ が最大となる $Y_i$ を決定せよ。得られた $Y_i$ を $h$ とせよ。	0.3 pt.

## B: 拡散係数の決定 (4.2 points)

A.3で求めたカーブを次の式を用いてフィッティングすることができる。

$$\left(\frac{dn}{dY}\right)_i = \left(\frac{dn}{dC}\right) \left(\frac{dC}{dY}\right)_i \quad (3)$$

$$\left(\frac{dC}{dY}\right)_i \approx \frac{C_0}{2\sqrt{\pi Dt}} e^{-\frac{(h-Y_i)^2}{4Dt}} \quad (4)$$

ここで、 $C$ ,  $C_0$ ,  $D$ ,  $t$ ,  $h$  は、濃度、食塩水濃度の初期値、拡散係数、拡散させた時間、および、屈折率勾配 ( $dn/dY$ ) が最大となる  $Y_i$  の値、をそれぞれ表す。拡散係数は(3)式および(4)式を用いて、 $(dn/dY)$  を含む項と  $Y_i$  を含む項との間の直線関係を作ることにより求められる。

B.1	式(3), (4)により、 $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ と $g(Y)$ が直線関係になるような関数 $f\left(\frac{dn}{dY}\right)$ と $g(Y)$ を求めよ。	0.9 pt.
B.2	課題Aで測定したデータセットに対して、B.1で求めた直線関係を与える2つの式の値の表（解答用紙の表3）を作成し、これらの値を横軸と縦軸にとってプロットした直線のグラフを作成せよ。	1.8 pt.
B.3	B.2で求めた $t = 30$ 分でのデータセットの直線のグラフから、拡散係数 $D$ を求めよ。ただし、直線関係は一部の領域のデータでしか成り立たない可能性があることに注意せよ。	1.5 pt.

## C. 非線形拡散 (1.3 points)

C.1	以上の考察では、拡散係数 $D$ が濃度 $C$ によらないことを仮定している。この仮定が成り立たない拡散は、非線形拡散と呼ばれる。この場合でも、 $\frac{dn}{dY}$ の最大値付近では、その場所における濃度に対応して拡散係数が決まると考えて、通常の拡散とみなすことができる。Bのデータを用いて直線のグラフを描くことにより、食塩水の濃度変化に対する拡散係数の変化率を決定せよ。	1.3 pt.
-----	---	---------