

第17回全国物理コンテスト 物理チャレンジ2021

第1チャレンジ 実験課題レポート

レポート表題

力と物体の運動の関係

第1チャレンジ番号 : 2129009

氏名 : 土居 寛市

学校名または

卒業校名 : 東大寺学園高等学校

学校のある

都道府県名 : 奈良県

学年 : 高等学校2年生 (中等教育学校5年生、高等専門学校2年生)

実験をした

主な場所 : 学校・施設など (公的な場所)

補足

(その他の場合) :

共同実験者1 氏名

第1チャレンジ番号

共同実験者2 氏名

第1チャレンジ番号

実験課題に取り組んだ感想

基本的な運動における実験でも理論通りの結果を得られず、誤差の原因を探るのが難しかったです。

方法を考え始めた時期

3月

実験を始めた時期

3月

実験に取り組んだ期間

約 60 日間

レポート要約

力と物体の運動の関係 東大寺学園高等学校 2年 土居 寛市

力と物体の運動に関して、直線運動と円運動における理論値と計測値の差を調査し、各種のパラメータによるその変化を考察した。

実験1（直線運動）

台車をおもりと糸でつなぎ、おもりの重力により速度変化させた。台車重量が大きい場合、摩擦等による誤差が大きくなることから、追加実験により摩擦力を切り分けて計測し、それを用いた補正も行った。

実験2（円運動）

おもりをモーターの軸と糸でつなぎ、モーターの動力で、円錐振り子の状態で、速度や内向力を測定した。摩擦が発生しにくい工夫を行ったので、おもりの重量が一定以上あれば、かなり誤差を減らすことが出来たが、おもりが軽すぎると誤差が大きくなることが分かった。

結果

- 直線運動、円運動のどちらも、物体の質量を m [kg]、加速度を a [m/s²]、力を F [N]、比例定数 k とすると $F = kma$ となった。
- 理論上、 $k = 1$ だが、全ての実験において $k > 1$ となった。摩擦力などの抵抗力が発生するからである。
- 力と速度の実験において、地球上では、抵抗力をゼロにすることは難しく、その影響を小さくするために、質量などのパラメータ調整や、抵抗力分の補正といった作業が重要になる。

力と物体の運動の関係

東大寺学園高等学校 2年 土居 寛市

実験の目的

力と物体の運動の関係について特に次の3点に着目して実験を行った。

1. 直線運動における「力と速度」および「質量と速度」の変化の関係
2. 円運動における「内向力と速度」の関係
3. 理論値と計測値の差と各種のパラメータによるその変化

これらの結果をもとにして力と物体の運動の関係および計測誤差の縮小方法を考察する。

実験 1 直線運動における力と物体の運動の関係

実験 1 の手法

力、質量、速度の関係を調べるために、物体にかかる力および質量を一定かつ測定可能とすべく、重力を用いる手法を考案した。「理科年表」の数値を参考にすると、実験を行う奈良・京都エリアでは1 kgの物体に対して9.7970768Nの重力がかかる。この重力を用いた実験手法を図1に示す。

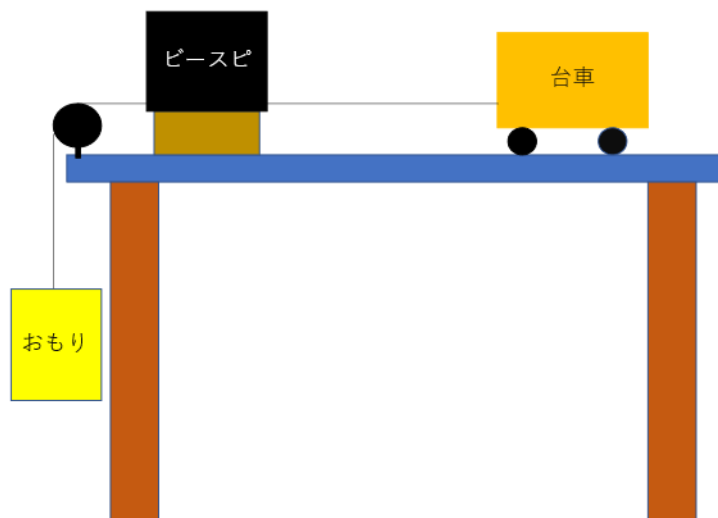


図1 実験1概略図

図1内の「ベースピ」とは、市販されている速度測定器であり、もともと玩具が打ち出すビー玉や、ゼンマイ式小型自動車玩具の速度測定用として1997年に開発および販売されたもので、著作権問題を経て、現在は理科教材業者より再販されている。仕組みは2か所の赤外線センサー部を通過する時間差から速度をデジタル表示するものである。

ベースピに糸を通す形で、台車とおもりのかごを図1のように設置し連動するようにする。台車とおもりのかごの中に入れるビー玉の数を調整することにより、加える力と物体の質量を変化できるようにする。引っ張られる物体をタイヤのついている台車にすることで摩擦による誤差を軽減している。台車の重さを m_1 [kg]、おもりの重さを m_2 [kg]、糸の重さは十分に小さいと考えると、運動する物体の質量は $m_1 + m_2$ [kg]となる。運動を引き起こす力はおもりの重力であり、 $m_2 \times 9.7970768\text{N}$ の力がかかる。台車とおもりが加速され、ベースピによって加速後の物体の速度が測定される。物体の運動は力によって起こるものであり同じ物体に等しい力を加えると速度の変化量すなわち加速度は一定となる。ベースピで測定された速度を $v(\text{m/s})$ 、測定地点から物体を置いた位置までの距離を $x(\text{m})$ とすると、加速度は等加速度直線運動の公式の1つから $v^2/2x$ で求められる。まずは m_1 と m_2 を変化させたときの速度変化を計測する。その後、理論値との比較も行う。

実験に使ったもの

- 「滑車」 摩擦の影響を軽減するために、実験の寸法に合わせて、3Dプリンターで作成した。軸を挿したローラーを適切な寸法の部材で支える構成となっている。

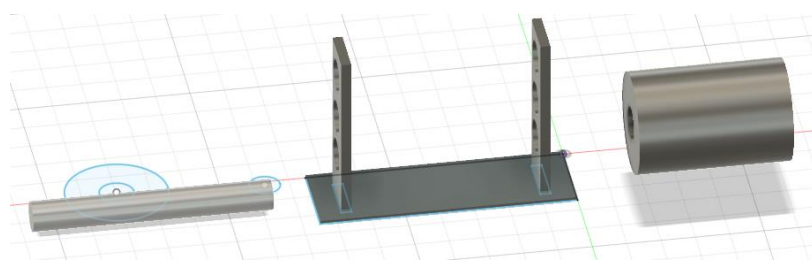


図2 3Dプリンターで作成した滑車

実験の再現性のために寸法図を以下に示す。

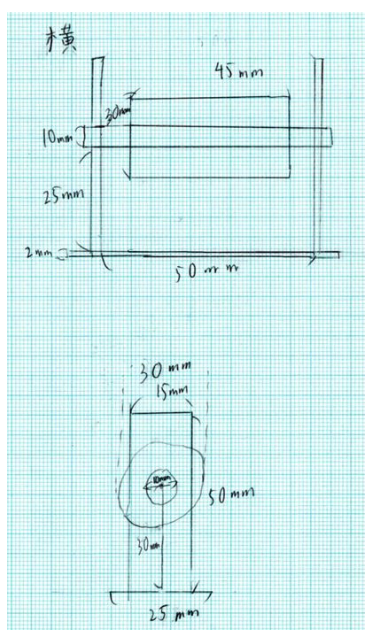


図3 滑車寸法図

- 「台車」 木製の直方体にプラスチックのタイヤがつけられた玩具（大きさ18mm×53mm×33mm）の上に、3Dプリンターで印刷した大きさ40mm×93mm×60mmのかごをつけたもの。また、糸を結ぶための穴を前方にあけている。

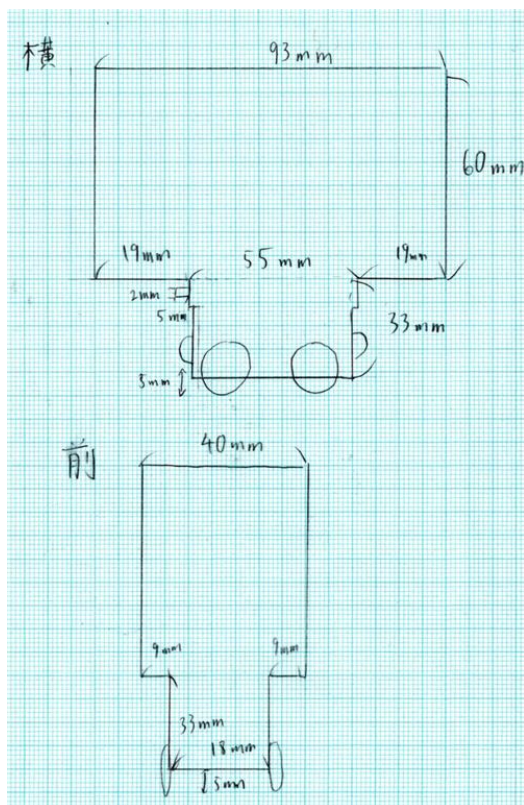


図4 台車寸法図

- 「レール」 木製で台車のタイヤに合わせてくぼみがある。長さ80cm。
- 「おもりのかご」 3Dプリンターで作成したおもりを入れる籠。1辺50mmの立方体の形状で、両端に穴が開いている。

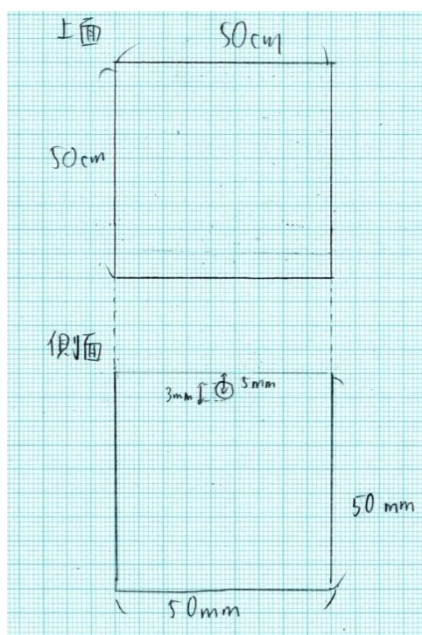


図5 おもりのかご寸法図

- 「ビースピ」 速度の測定用。台車が中を通過できるように高さ6 cmの台の上にレールにまたがるように設置した。
- 「ビー玉」 市販のものを活用。質量は、1個あたり5.61gとバラツキが無いことを事前に確認した。
- 「電子天秤」 市販のものを活用。誤差が極めて小さいことを事前に確認した。
- 「木材」 高さ6 cmの直方体の木材。ビースピの中を台車が通れるように高さの調節用に使用した。

なお、3Dプリンターで作ったものはすべてFusion 360でモデリングし、積層型3Dプリンターで製作した。

実験手順

実験装置の組み立て手順は以下の通り。

1. 3Dプリンターで作った滑車を組み立てる。
2. 滑車を机の端にセロハンテープで固定する。
3. レールを、滑車の軸の支え台に接し、滑車の向きに沿わせるように配置し、机の上にセロハンテープで固定する。
4. 台車とおもりに100 cmの糸の両端を穴に通して固定する。
5. 台車をレール上に置き、糸は張った状態で、おもりは床についている位置へ動かして調節し、台車の先頭の位置をレールに鉛筆で印をつけた。滑車から遠ざかる方向へその位置から60 cm離れたレール上の点にも印をつけた。
6. おもりが床につく位置の印の滑車側にビースピを置き、台車が通るよう木材を置いて調節した。

このようにして装置を組み立てた。実験装置の寸法図を示す。

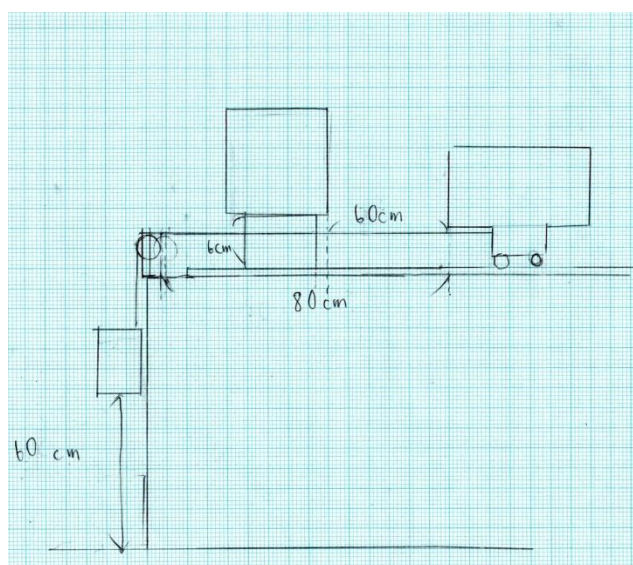


図6 実験装置寸法図

計測する手順は以下の通り。

1. おもりのかご、ビー玉、台車の重さを電子天秤で計測する。
2. 図1のように、ビースピ、滑車、おもり、台車、レールを配置する。
3. ビースピから60cm離れた点が台車の先頭になるようにセットし、静かに手を離す。
4. ビースピの値を読み取る。

<質量と速度の関係の測定>

上記の手順で、おもりと台車の質量を変えて実験した。ビースピの位置を60cmとして台車に積んだビー玉を0, 5, 10, 15, 20, 25, 30個に変え、おもりのかごの中に入っているビー玉0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9個に変えそれぞれの場合を3回ずつ測定した。

実験結果

まず電子天秤で計測した台車、かご、ビー玉の質量を下の表に示す。

表1

	台車	かご	ビー玉
質量(g)	78.95	15.08	5.61

ビー玉の個数を変えるで台車質量とかご質量をパラメータとして3回ずつ速度を測定した結果を下の表に示す。

表2 m1 と m2 を変化させた場合の速度の測定結果

台車のビー玉の個数	台車質量(g)	かごのビー玉の個数	かご質量(g)	1回目(km/h)	2回目(km/h)	3回目(km/h)	平均(km/h)
0	78.95	0	15.08	3.50	3.26	3.42	3.39
5	107	0	15.08	2.65	2.65	2.44	2.58
10	135.05	0	15.08	1.85	1.65	1.94	1.81
15	163.1	0	15.08	1.08	1.06	0.99	1.04
20	191.15	0	15.08				測定不能*
25	219.2	0	15.08				測定不能
30	247.25	0	15.08				測定不能
0	78.95	1	20.69	4.91	4.40	4.76	4.69
5	107	1	20.69	3.07	3.08	3.10	3.08
10	135.05	1	20.69	2.39	2.00	3.24	2.54
15	163.1	1	20.69	2.05	1.95	2.27	2.09
20	191.15	1	20.69	1.94	1.49	1.44	1.62
25	219.2	1	20.69	0.78	1.19	0.79	0.92

30	247.25	1	20.69					測定不能
0	78.95	2	26.3	4.91	4.78	5.03		4.91
5	107	2	26.3	3.22	3.66	3.73		3.54
10	135.05	2	26.3	3.30	3.36	3.24		3.30
15	163.1	2	26.3	2.66	2.69	2.62		2.66
20	191.15	2	26.3	2.20	2.60	2.20		2.33
25	219.2	2	26.3	1.88	2.10	1.84		1.94
30	247.25	2	26.3	1.44	1.51	1.59		1.51
0	78.95	3	31.91	5.43	5.32	5.01		5.25
5	107	3	31.91	4.44	4.69	4.57		4.57
10	135.05	3	31.91	3.97	3.73	3.82		3.84
15	163.1	3	31.91	3.62	3.59	3.30		3.50
20	191.15	3	31.91	2.95	3.10	3.50		3.18
25	219.2	3	31.91	2.46	2.40	2.58		2.48
30	247.25	3	31.91	2.14	2.29	2.20		2.21
0	78.95	4	37.52	5.34	5.60	5.57		5.50
5	107	4	37.52	4.74	4.76	4.77		4.76
10	135.05	4	37.52	4.17	4.05	3.79		4.00
15	163.1	4	37.52	3.64	3.50	3.68		3.61
20	191.15	4	37.52	3.28	3.36	3.21		3.28
25	219.2	4	37.52	3.06	2.96	2.87		2.96
30	247.25	4	37.52	2.36	2.59	2.47		2.47
0	78.95	5	43.13	5.72	5.56	5.79		5.69
5	107	5	43.13	5.08	5.20	5.02		5.10
10	135.05	5	43.13	4.28	4.43	4.54		4.42
15	163.1	5	43.13	3.88	3.97	4.01		3.95
20	191.15	5	43.13	3.82	3.80	3.62		3.75
25	219.2	5	43.13	3.20	3.29	3.29		3.26
30	247.25	5	43.13	2.99	2.91	2.88		2.93
0	78.95	6	48.74	6.18	6.40	6.39		6.32
5	107	6	48.74	5.08	5.53	5.94		5.52
10	135.05	6	48.74	5.05	4.97	5.14		5.05
15	163.1	6	48.74	4.56	4.14	5.01		4.57
20	191.15	6	48.74	4.01	3.95	3.87		3.94
25	219.2	6	48.74	3.68	3.71	3.73		3.71
30	247.25	6	48.74	3.32	3.29	3.30		3.30
0	78.95	7	54.35	6.44	6.22	6.51		6.39
5	107	7	54.35	5.79	5.85	5.45		5.70
10	135.05	7	54.35	5.18	5.23	5.21		5.21
15	163.1	7	54.35	4.57	4.61	4.86		4.68
20	191.15	7	54.35	4.18	4.34	4.28		4.27
25	219.2	7	54.35	4.02	4.00	3.96		3.99
30	247.25	7	54.35	3.67	3.70	3.67		3.68
0	78.95	8	59.96	6.67	6.72	6.58		6.66
5	107	8	59.96	5.69	5.96	5.59		5.75
10	135.05	8	59.96	5.27	5.13	5.27		5.22
15	163.1	8	59.96	4.82	4.81	4.79		4.81
20	191.15	8	59.96	4.56	4.31	4.45		4.44
25	219.2	8	59.96	4.14	4.10	4.15		4.13
30	247.25	8	59.96	3.93	3.97	3.61		3.84
0	78.95	9	65.57	7.12	6.98	6.85		6.98
5	107	9	65.57	6.00	6.44	6.09		6.18

10	135.05	9	65.57	5.94	6.27	5.44	5.88
15	163.1	9	65.57	5.42	5.97	5.13	5.51
20	191.15	9	65.57	4.73	4.83	4.54	4.70
25	219.2	9	65.57	4.12	4.68	4.35	4.38
30	247.25	9	65.57	3.89	4.01	3.92	3.94

* 測定不能と記載しているのは、おもり側がかなり軽量（おもりにはビー玉が入っていないか1個のみ）かつ台車側がかなり重量（台車にビー玉が20、25、30個入っている）となっているケースであり、手を離しても動かないあるいは途中で止まってしまったものである。この事象から、摩擦等による誤差を極力小さくするよう実験装置を組み立てたが、それでも幾分かの抵抗力が発生していることがわかる。この抵抗力については、後に記載する追加実験の中で計測した。

おもりの質量が一定で台車の質量を変えた際の速度の変化を下のグラフに示す。横軸は台車とおもりの質量の合計(g)で縦軸はビースピで計測した速度の平均から算出した加速度(m/s^2)である。

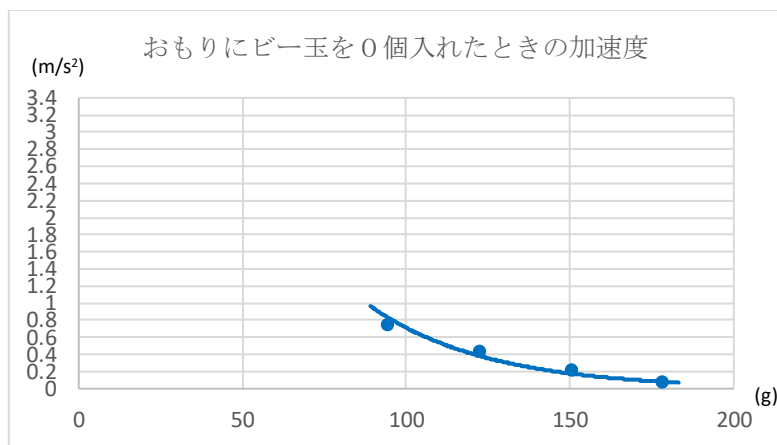


図7 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s^2)

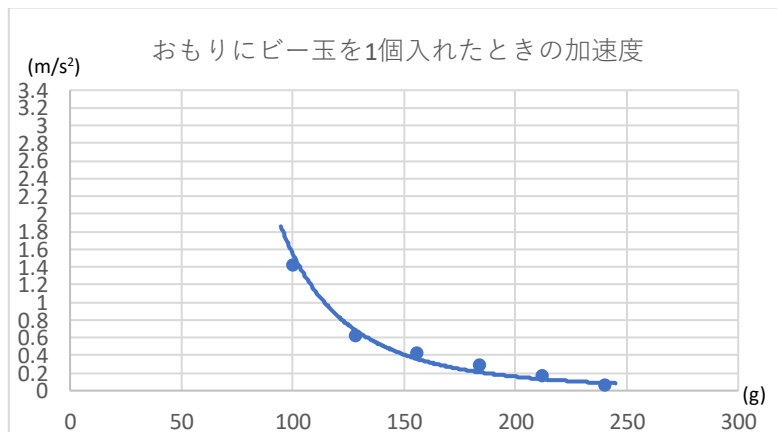


図8 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s^2)

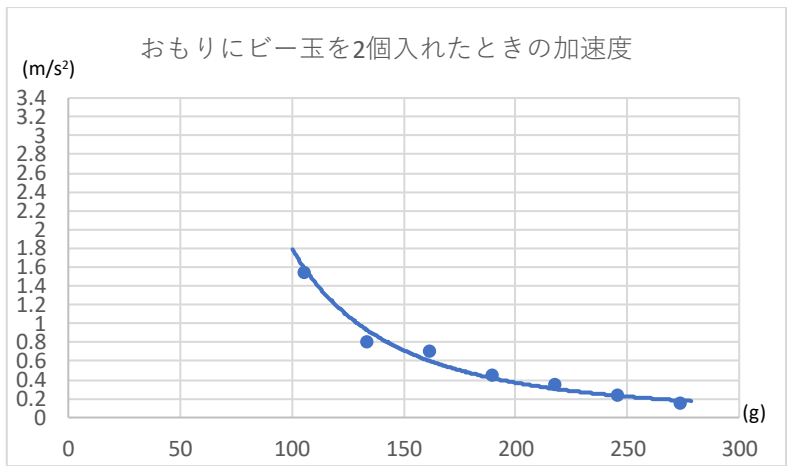


図 9 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

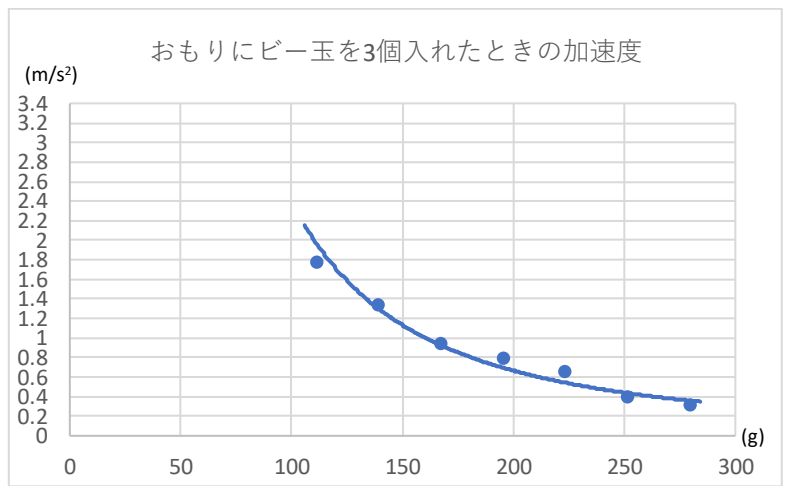


図 1 0 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

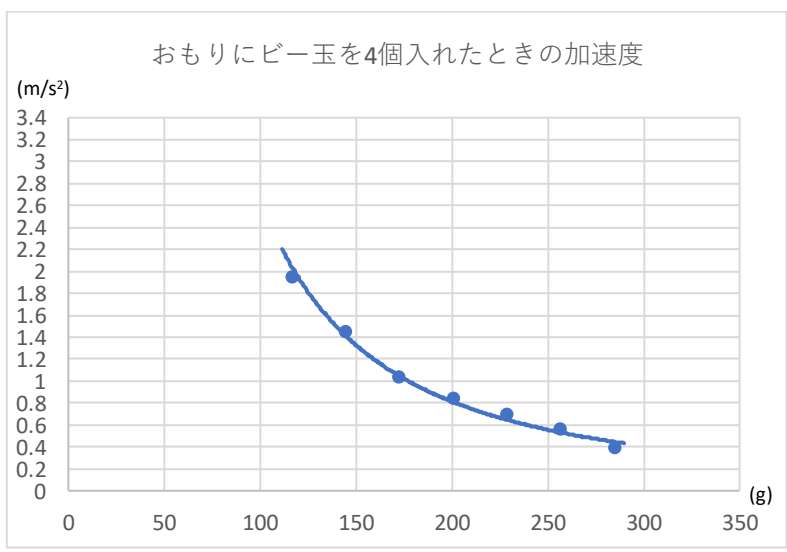


図 1 1 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

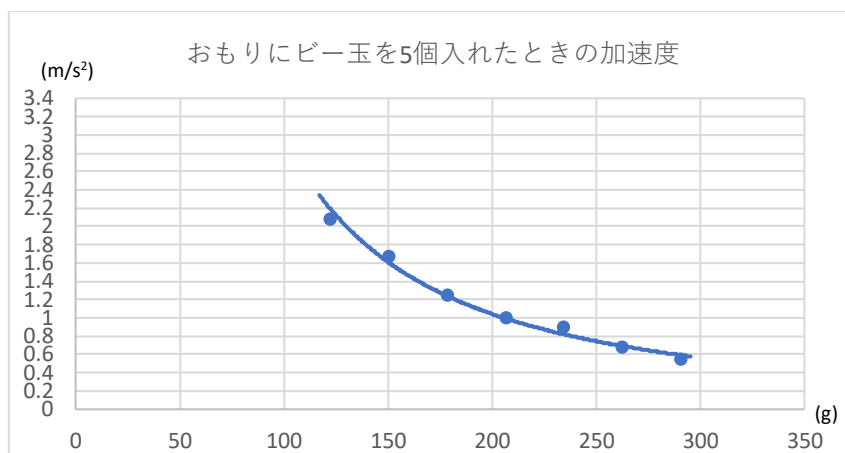


図 1 2 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

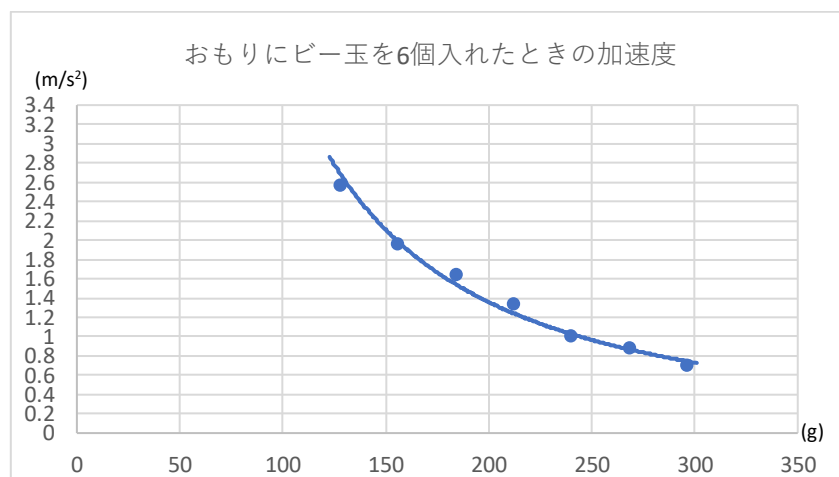


図 1 3 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

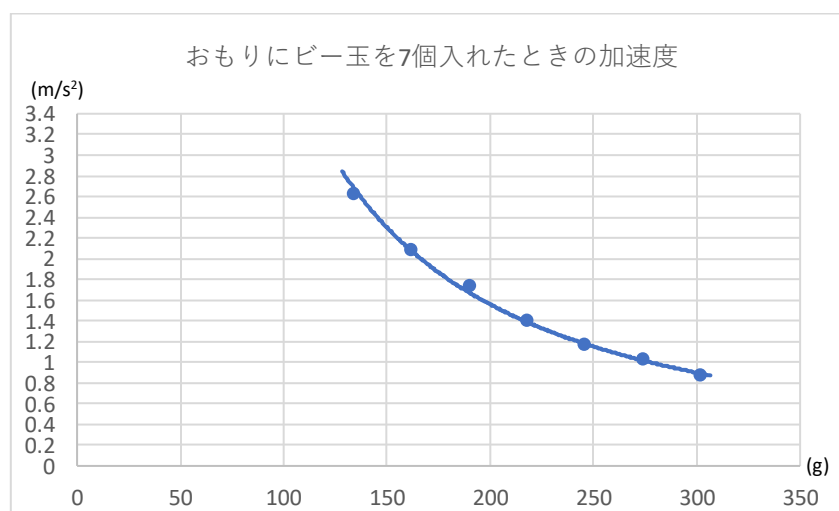


図 1 4 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

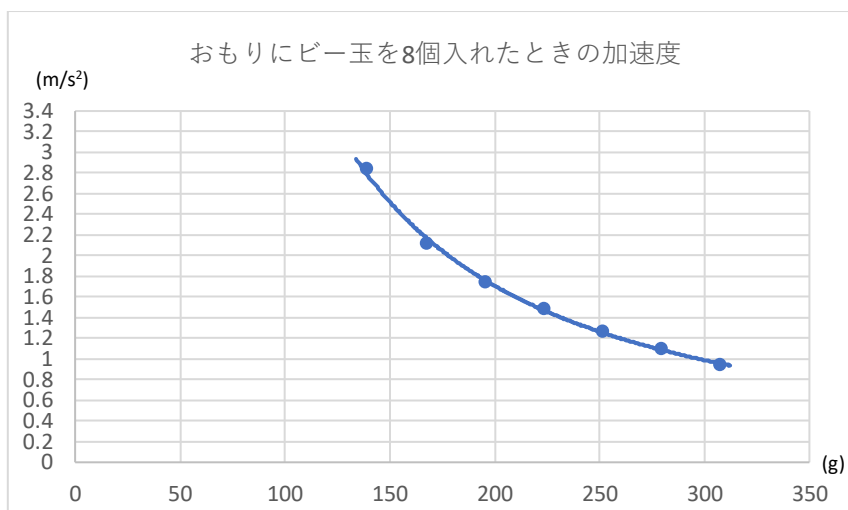


図 1 5 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

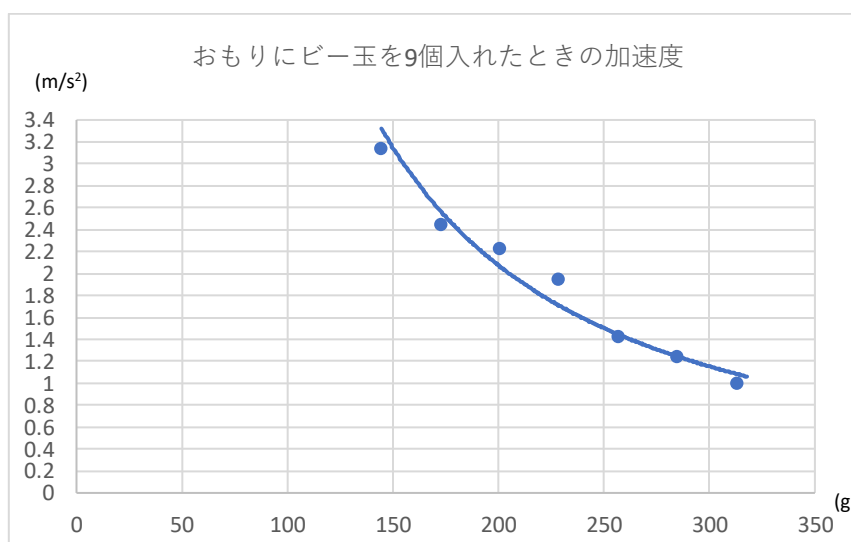


図 1 6 横軸は台車とおもりの合計質量(g)、縦軸は加速度(m/s²)

考察

図 7～1 6 に示す結果のグラフの形状より、力が一定の時、加速度と質量は、ほぼ反比例することが確認できた。ニュートンの運動方程式においても、力が一定の時、定数を k 、質量を m 、加速度を a とすると $ma=k$ とあらわせる。この k は、おもりの質量に重力加速度をかけたものとなる。

上記の $ma=k$ が実験においても成立しているかを確認するため、「おもりの質量と台車の質量の合計 (g) と加速度 (m/s²) をかけたもの」と「おもりの重力 (おもりの質量(kg)に質量の有効数字が 4 桁のため 9.7970 をかけて計算したもの)」の関係を調べ、下の表 3 にまとめた。

表 3

力(N)	0.1477	0.2027	0.2577	0.3126	0.3676	0.4225	0.4775	0.5325	0.5874	0.6424
加速度と質量の積の平均(m*g/s^2)	41.5	64.0	92.1	147	171	212	272	308	334	400

表 3 をグラフ化したものを以下の図 1 7 に示す。

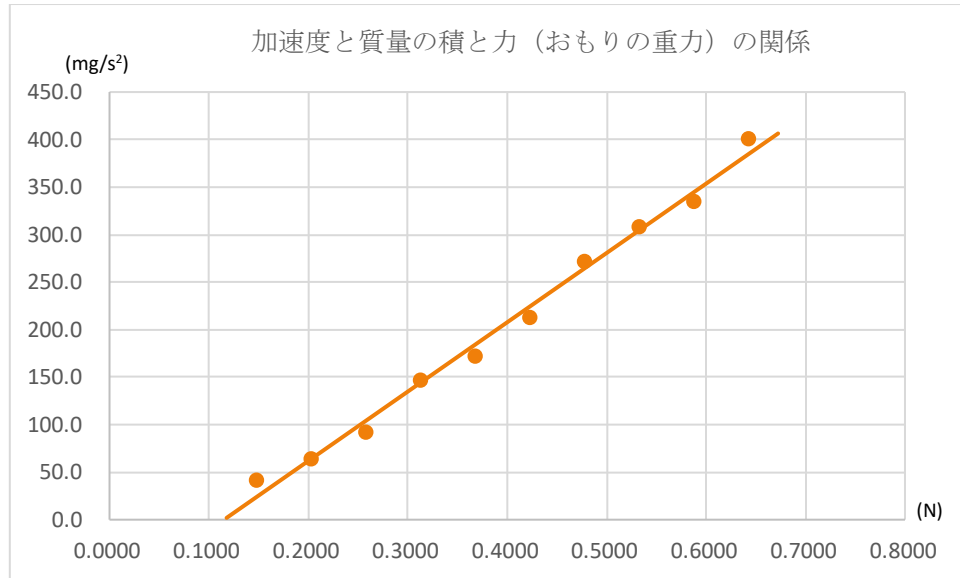


図 1 7

グラフより加速度と質量の積は力に概ね比例していることが分かる。ただし、近似線が原点を通過していないことから、誤差が発生していることが想定される。図 1 7 のケースでは、縦軸が 0 の場合の横軸の値である **0.12(N)** 程度の誤差が発生しているように見受けられる。

この誤差を考察するために、まず台車部分に注目する。実験中、糸の弛みは無く、台車とおもりの速度の変化は等しい。台車だけに注目すると糸の張力が台車を加速させている。台車にかかる糸の張力の大きさを概算する。台車の質量を m_1 、おもりの質量を m_2 とし、おもりにかかる重力を F とする。加速度は台車とおもりで等しいので、糸の張力は、台車とおもりの質量で按分したもので概算できる。従い、糸の張力の大きさを $Fxm_1/(m_1+m_2)$ と仮定し、台車の質量が一定の時の糸の張力と加速度の関係をグラフにした。横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)である。

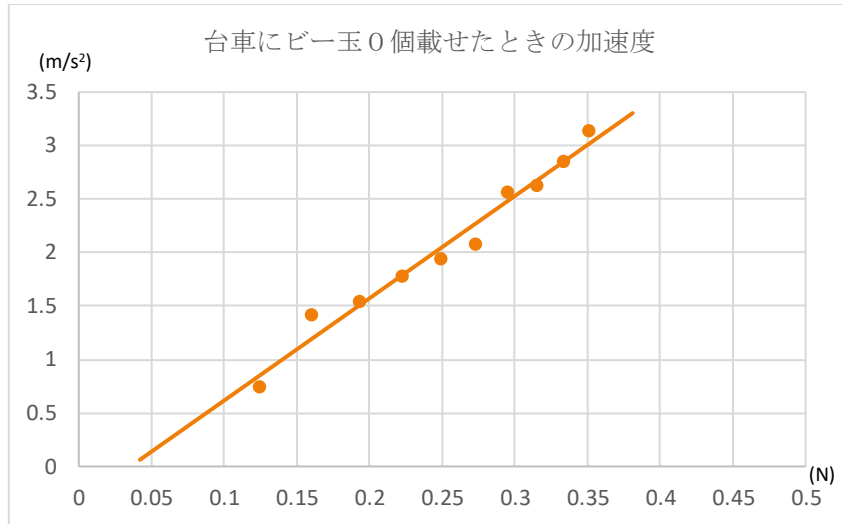


図 1 8 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

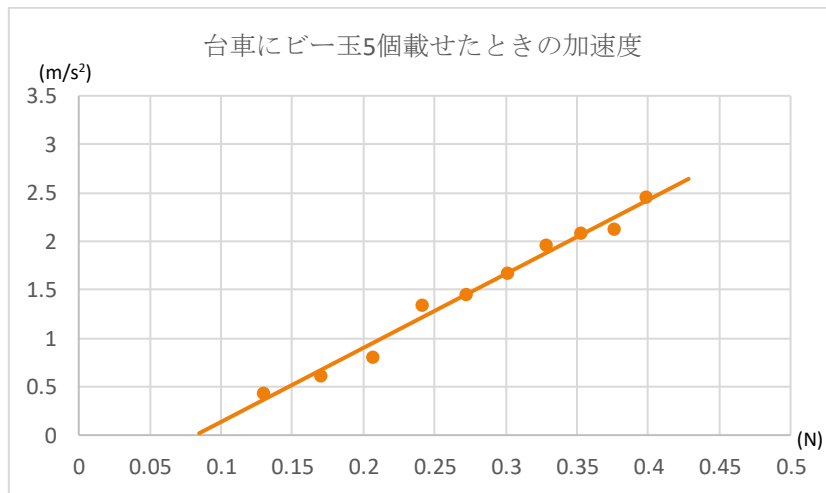


図 1 9 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

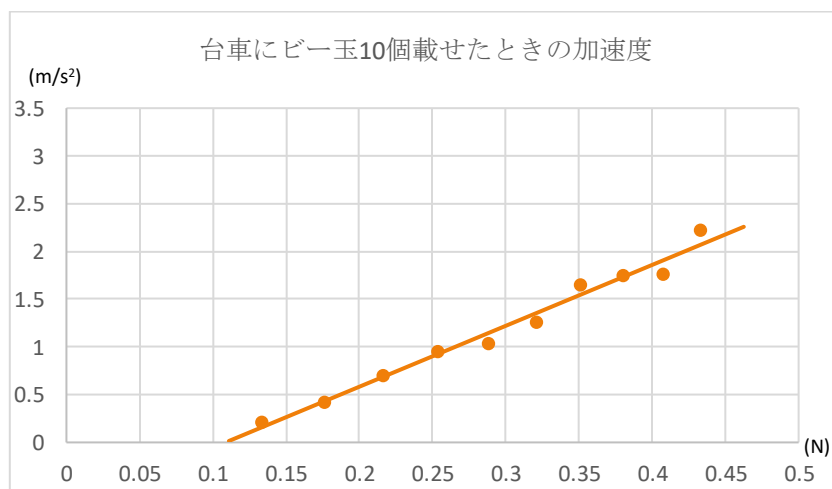


図 2 0 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

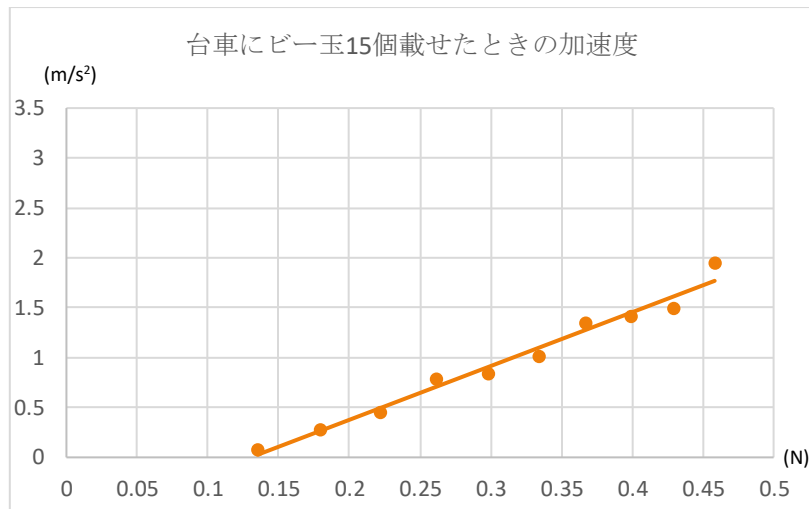


図 2 1 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

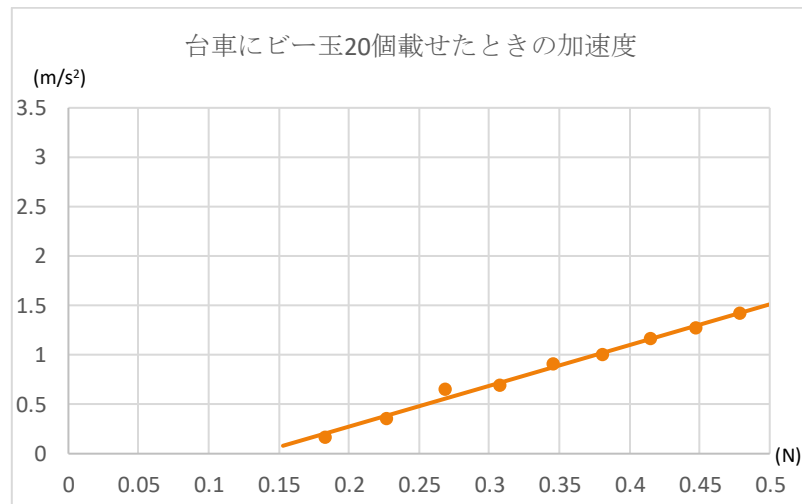


図 2 2 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)



図 2 3 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

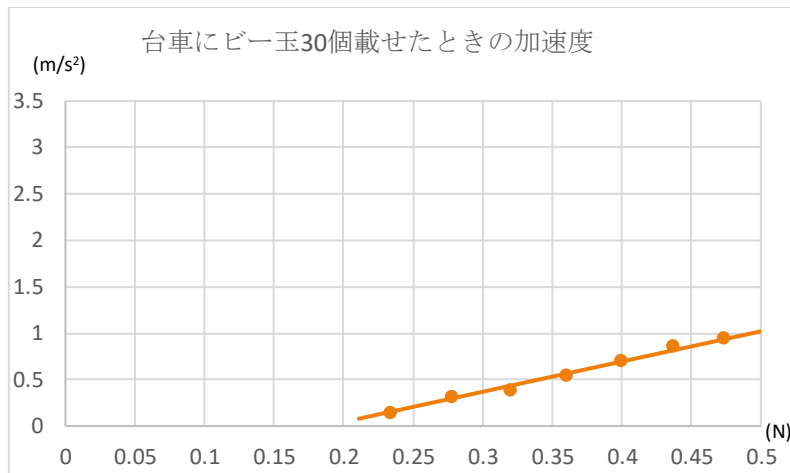


図 2 4 横軸が台車にかかる糸の張力(N)、縦軸が加速度(m/s²)

グラフはすべて概ね直線となったが、グラフは原点を通らず、台車が重くなればなるほど原点から遠ざかっていることが分かった。また、この結果に加え、台車が重く、おもりが軽すぎる場合に、途中で止まってしまう、あるいは最初から動き出さなかった事例があることから、抵抗力が、台車の重さおよびおもりの重さと関連があるのではないかと考えた。また、空気抵抗が顕著になるほどの速度に達していないことから、主な抵抗力として摩擦力が考えられる。台車とおもりからなる系にかかる外力としての摩擦力は、下図の赤丸で囲んだ滑車と糸の間と台車とレールの間が考えられる。この2つの摩擦力を実験することで計測してみた。

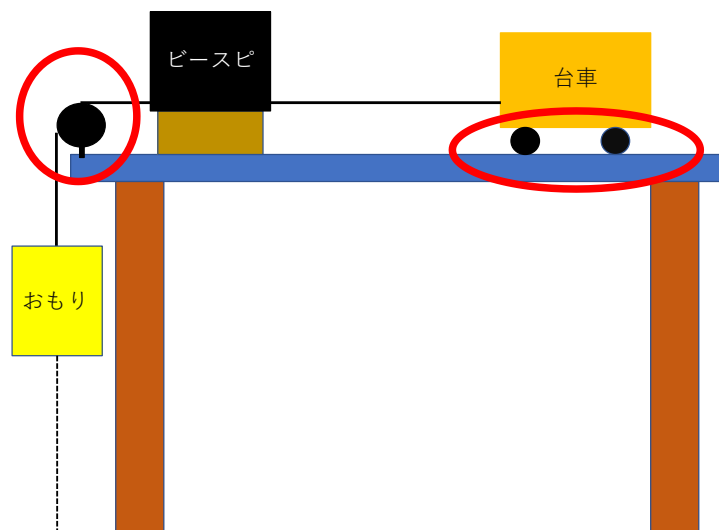


図 2 5 摩擦力の発生源

追加実験

1. 滑車の抵抗力

まず滑車の抵抗力について調べた。滑車の回転と糸の動きは、完全に同期するものではないので、抵抗力は動摩擦に近い性質のものになると考えられる。滑車は糸に接しているため、糸による滑車への垂直抗力により摩擦力が変化すると考えた。滑車が糸と接している円弧部分の垂直抗力は、糸の張力に比例するので、糸の張力と摩擦力に関係があると考え、実験を行った。

<追加実験 1－1 の方法>



図 2 6 追加実験 1－1 滑車の抵抗力の測定

実験 1 で使った同じ滑車を 2 つ用意して机の両端に取り付け、おもり 1 にはペットボトルを利用し、ペットボトルの中の水の量により質量を変えられるようにした。おもり 2 には実験 1 で使ったおもりのかごを利用し、中にビー玉や一円玉を入れることによって簡単に質量を調節できるようにした。おもり 2 の質量をおもり 1 の質量に近づけていくと次第におもり 1 とおもり 2 は釣り合うようになる。しかし 2 つの滑車の摩擦力があるためおもり 1 とおもり 2 の質量が同一になる前に釣り合う。わずかにおもりを動かしても次第に止まるようにおもり 2 を調節し、その時のおもり 1 とおもり 2 の質量の差を調べた。滑車の摩擦力は差の質量にかかる重力に等しい。この実験には 2 つの滑車が使われており、同じだけ摩擦力がかかっていると考えると一つあたりの滑車の摩擦力は計測された抵抗力の二分の一に等しくなる。

このようにして滑車による摩擦力を計測した。

<結果>

実験に使ったかご、ビー玉、1 円玉の質量は以下のとおりである。電子天秤で計測した。

表 4

	かご	ビー玉	1円玉
質量(g)	15.08	5.61	0.98

計測した値を下の表に表した、おもりの質量は釣り合った時の質量であり、ペットボトルの質量の有効数字は2桁または3桁であり、質量の差の有効数字は2桁または1桁のため、重力の計算も各々の有効数字に合わせて計算した。

表 5 滑車抵抗力の計測結果

ペットボトルの質量(g)	糸の張力 (N)	1円玉	ビー玉	おもりの質量 (g)	差(g)	抵抗力 (N)
49	0.48	3	4	40.46	9	0.08
27	0.26	3	1	23.63	3	0.03
68	0.67	4	7	58.27	10	0.095
101	0.990	1	12	83.38	18	0.17
148	1.45	4	19	125.59	22	0.22
88	0.86	0	11	76.79	11	0.11

糸の張力と滑車の抵抗力の関係をグラフで表した。

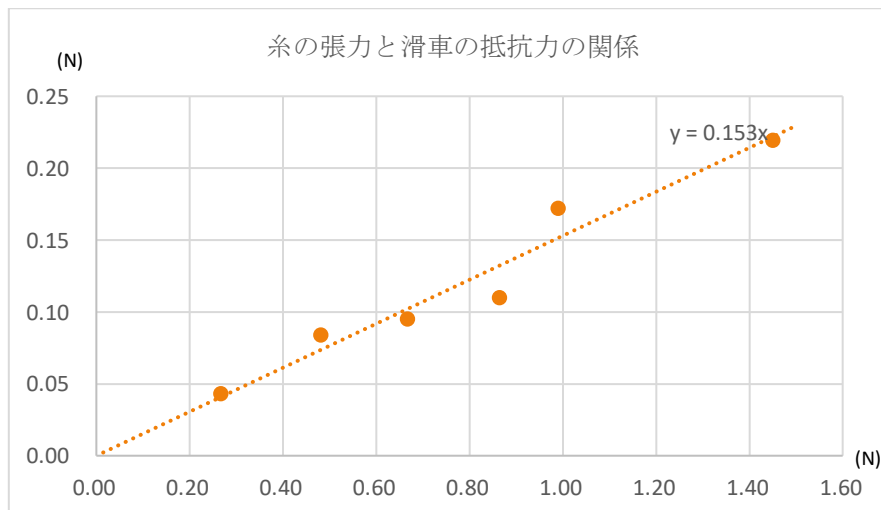


図 2 7 滑車の抵抗力（横軸は糸の張力、縦軸は滑車の抵抗力）

このように糸の張力が上がると滑車の抵抗力も上がることが分かった。グラフの近似直線式より、（2つの滑車の抵抗力[N]）=0.153*(糸の張力[N])で表される。これは同じ2つの滑車の抵抗力なので一つの滑車にかかる抵抗力は、（1つの滑車の抵抗力[N]）=0.0765*(糸の張力[N])で求められる。この式を用いて、実験結果を補正したものを後述する。

2. 台車とレールの抵抗力

次に台車とレールの抵抗力について考えた。台車には車輪がついており、抵抗力は小さくなると考えたが、それでも車輪の軸にかかる摩擦力、および車輪とレールとの間の摩擦力が、台車の進行を阻害すると考えられる。

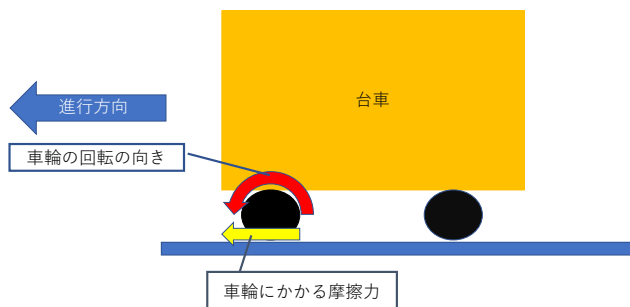


図 2 8 台車の抵抗力

<追加実験 1 - 2 の方法>

実験 1 と同じように図のようにおもり、滑車、台車を配置した。一定の台車の質量に対しておもりにビー玉と一円玉を使用してわずかに引っ張ると動き出すが、次第に止まってしまうように調節した。おもりにかかる重力が装置全体の抵抗力であり、すでに測った滑車の摩擦力を差し引くことで台車にかかる摩擦力を求めた。

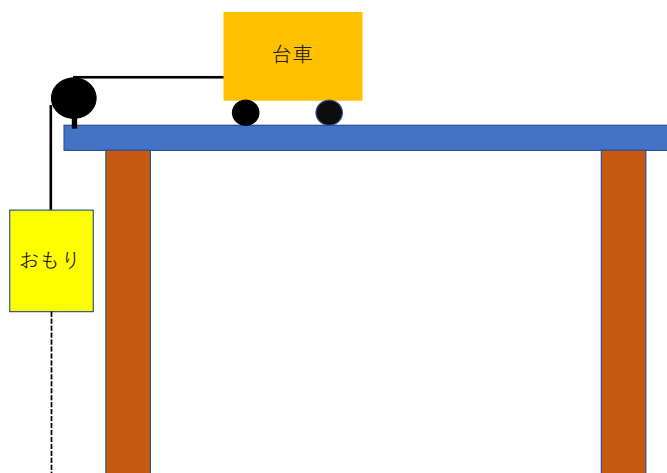


図 2 5 追加実験 1 - 2 台車の抵抗力の計測

<結果>

各物体の質量と台車にかかる抵抗力を下表にまとめた。ペットボトルの質量の有効数字が3桁のため、計算の有効数字は3桁とした。また台車にかかる抵抗力はおもりにかかる重力から滑車の摩擦力を差し引いたものとした。滑車の抵抗力は、追加実験1-1に基づき、(滑車の抵抗力) = 0.0765*(糸の張力)で算出した。

表 6

ペットボトルの 質量(g)	台車の質量 (g)	ビー玉の数	1円玉	おもりの質量 (g)	台車にかかる 抵抗力 (N)
345	424	1	3	23.63	0.214
293	372	1	2	22.65	0.205
221	300	0	2	17.04	0.154
547	626	3	2	33.87	0.307
497	576	2	0	26.3	0.238
470	549	1	4	24.61	0.223

台車の質量と抵抗力の関係をグラフに示した

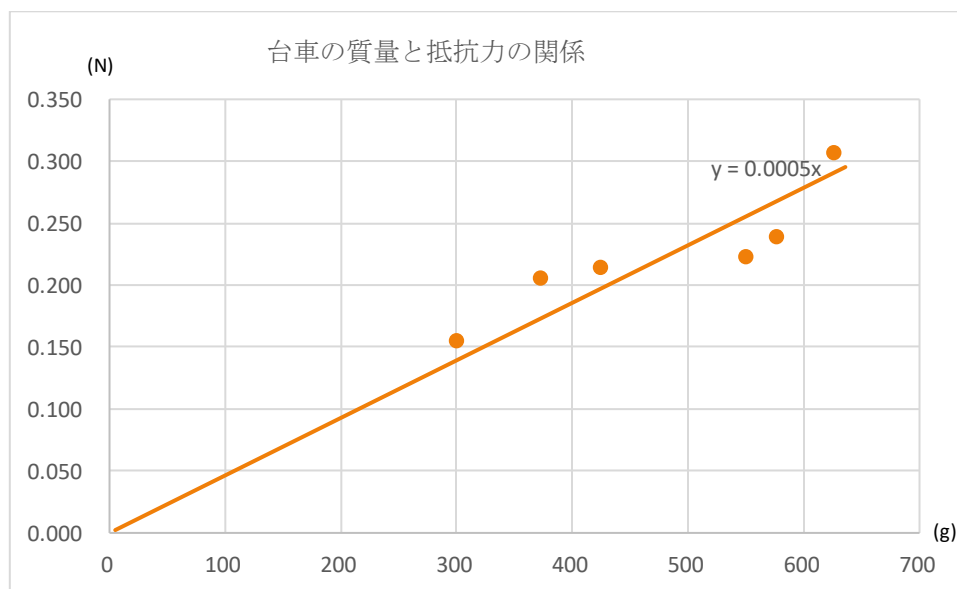


図 2.6 横軸は台車の質量、縦軸は台車の抵抗力

概ね直線のグラフとなっており、近似直線式より台車にかかる動摩擦力は以下で表される。

$$(\text{台車の抵抗力[N]}) = (\text{台車の質量[g]}) * 0.0005$$

追加実験 1 - 1 および 1 - 2 の結果に基づき、台車にかかった力を補正の上、実験 1 の結果を新たに下表にまとめた。

表 7 補正後の実験 1 の結果

台車質量(g)	かご質量(g)	実験加速度	滑車の摩擦力	台車の摩擦力	補正力
78.95	15.08	0.740	0.137	0.0395	0.0753
78.95	20.69	1.41	0.188	0.0395	0.109
78.95	26.3	1.55	0.238	0.0395	0.139
78.95	31.91	1.77	0.289	0.0395	0.167
78.95	37.52	1.95	0.340	0.0395	0.191
78.95	43.13	2.08	0.391	0.0395	0.213
78.95	48.74	2.57	0.442	0.0395	0.234
78.95	54.35	2.63	0.493	0.0395	0.252
78.95	59.96	2.85	0.544	0.0395	0.269
78.95	65.57	3.14	0.594	0.0395	0.285
107	15.08	0.428	0.137	0.0535	0.0663
107	20.69	0.611	0.188	0.0535	0.104
107	26.3	0.804	0.238	0.0535	0.138
107	31.91	1.34	0.289	0.0535	0.169
107	37.52	1.45	0.340	0.0535	0.198
107	43.13	1.67	0.391	0.0535	0.225
107	48.74	1.96	0.442	0.0535	0.250
107	54.35	2.09	0.493	0.0535	0.273
107	59.96	2.12	0.544	0.0535	0.295
107	65.57	2.45	0.594	0.0535	0.315
135.05	15.08	0.211	0.137	0.0675	0.0554
135.05	20.69	0.416	0.188	0.0675	0.0951
135.05	26.3	0.70	0.238	0.0675	0.132
135.05	31.91	0.948	0.289	0.0675	0.166
135.05	37.52	1.03	0.340	0.0675	0.199
135.05	43.13	1.25	0.391	0.0675	0.229
135.05	48.74	1.64	0.442	0.0675	0.257
135.05	54.35	1.74	0.493	0.0675	0.284
135.05	59.96	1.75	0.544	0.0675	0.309
135.05	65.57	2.23	0.594	0.0675	0.333
163.1	15.08	0.07	0.137	0.0815	0.044
163.1	20.69	0.281	0.188	0.0815	0.0849
163.1	26.3	0.454	0.238	0.0815	0.124
163.1	31.91	0.789	0.289	0.0815	0.160
163.1	37.52	0.836	0.340	0.0815	0.195
163.1	43.13	1.00	0.391	0.0815	0.228
163.1	48.74	1.34	0.442	0.0815	0.259
163.1	54.35	1.41	0.493	0.0815	0.288
163.1	59.96	1.49	0.544	0.0815	0.316
163.1	65.57	1.95	0.594	0.0815	0.342
191.15	15.08	測定不能	0.137	0.0955	0.0311
191.15	20.69	0.169	0.188	0.0955	0.0737
191.15	26.3	0.35	0.238	0.0955	0.114
191.15	31.91	0.652	0.289	0.0955	0.152
191.15	37.52	0.693	0.340	0.0955	0.189
191.15	43.13	0.903	0.391	0.0955	0.223

191.15	48.74	1.00	0.442	0.0955	0.256
191.15	54.35	1.17	0.493	0.0955	0.288
191.15	59.96	1.27	0.544	0.0955	0.318
191.15	65.57	1.42	0.594	0.0955	0.347
219.2	15.08	測定不能	0.137	0.110	0.0183
219.2	20.69	0.0544	0.188	0.110	0.0618
219.2	26.3	0.242	0.238	0.110	0.103
219.2	31.91	0.395	0.289	0.110	0.143
219.2	37.52	0.565	0.340	0.110	0.181
219.2	43.13	0.683	0.391	0.110	0.217
219.2	48.74	0.883	0.442	0.110	0.252
219.2	54.35	1.03	0.493	0.110	0.285
219.2	59.96	1.10	0.544	0.110	0.317
219.2	65.57	1.24	0.594	0.110	0.348
247.25	15.08	測定不能	0.137	0.124	0.005
247.25	20.69	測定不能	0.188	0.124	0.049
247.25	26.3	0.147	0.238	0.124	0.092
247.25	31.91	0.314	0.289	0.124	0.133
247.25	37.52	0.393	0.340	0.124	0.172
247.25	43.13	0.551	0.391	0.124	0.209
247.25	48.74	0.702	0.442	0.124	0.245
247.25	54.35	0.871	0.493	0.124	0.280
247.25	59.96	0.947	0.544	0.124	0.314
247.25	65.57	0.998	0.594	0.124	0.346

「物理 改訂版」によると力を F 、加速度を a 、質量を m とすると $F[N]=m[\text{kg}]a[\text{m/s}^2]$ の関係が成り立つ。この式から理論値を求め、誤差となる抵抗力を考えない場合の実験値、抵抗力相当を補正した場合の実験値、比較のための理論値をグラフとして以下に示す。

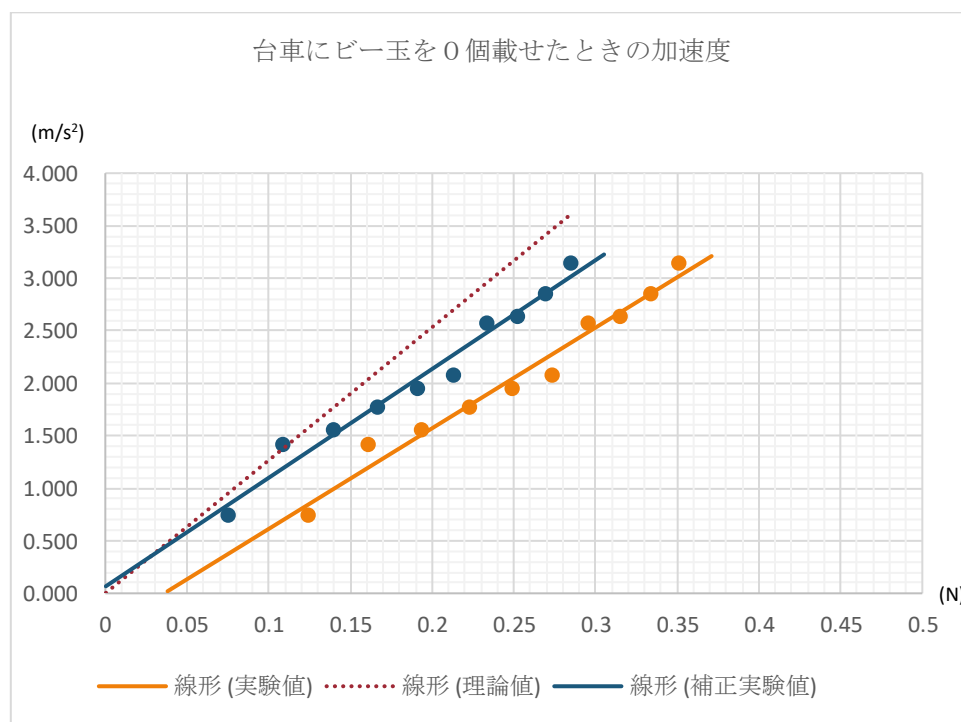


図 2 7 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

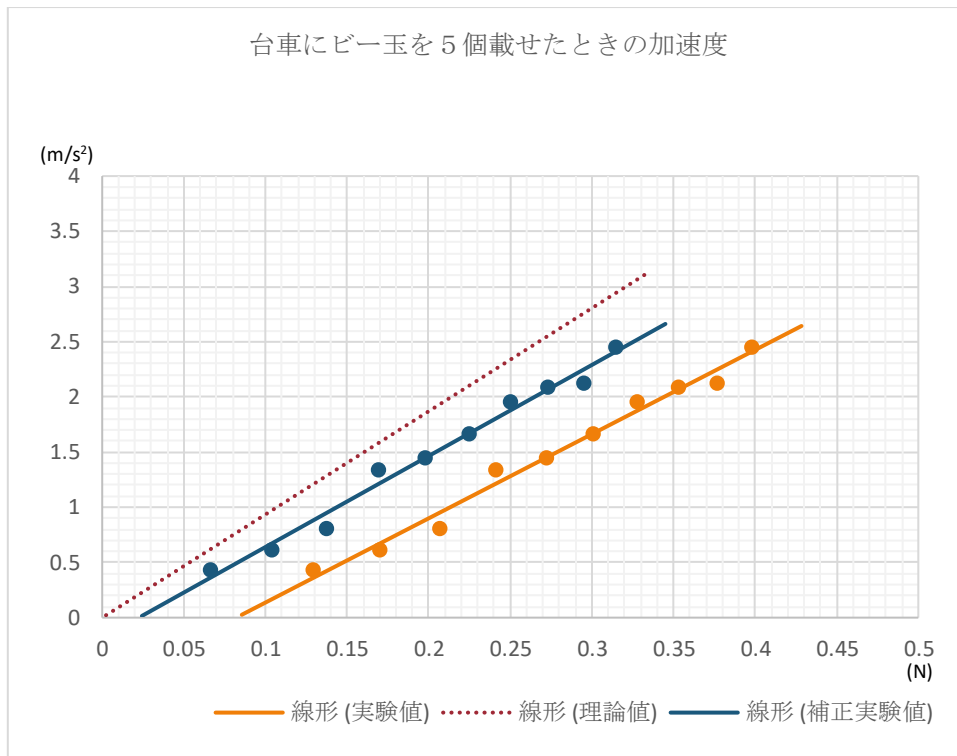


図 2 8 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

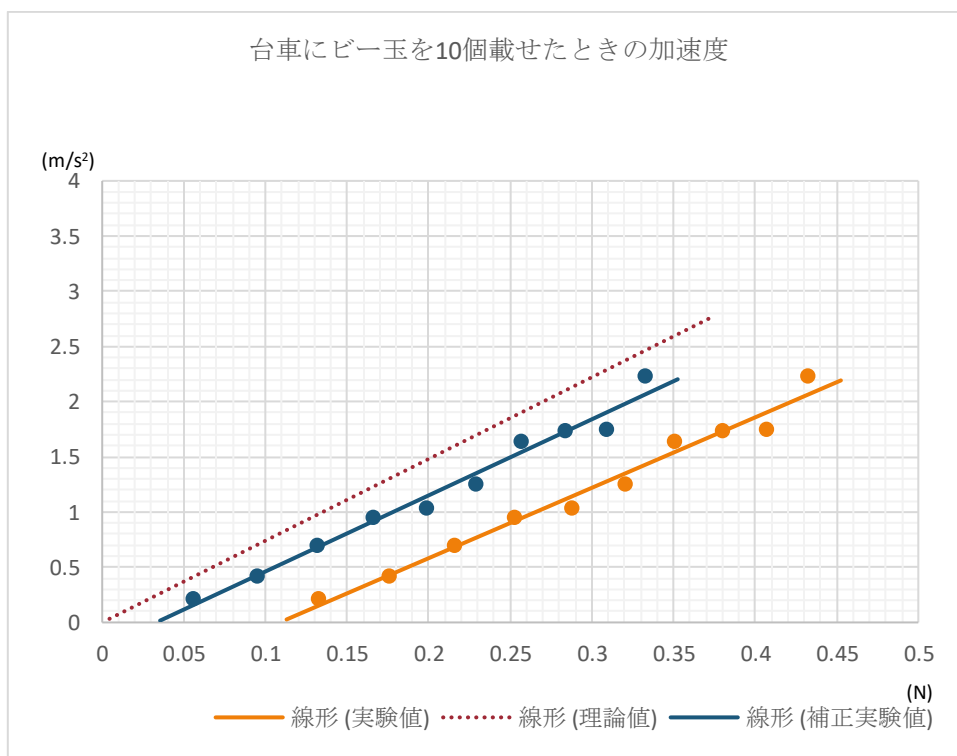


図 2 9 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

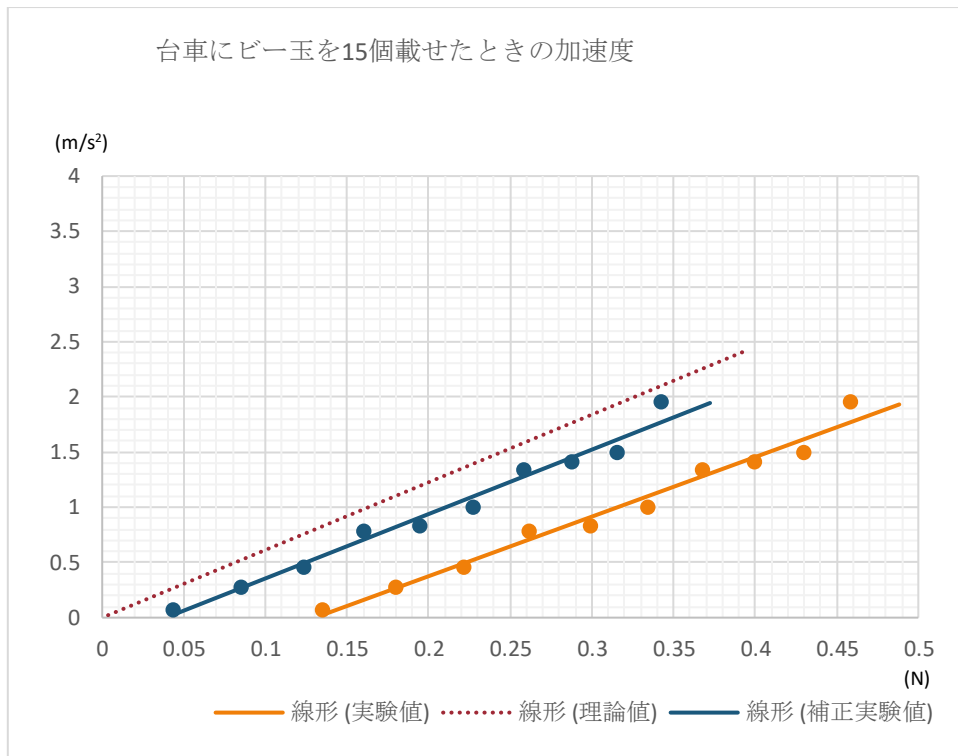


図 3 0 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

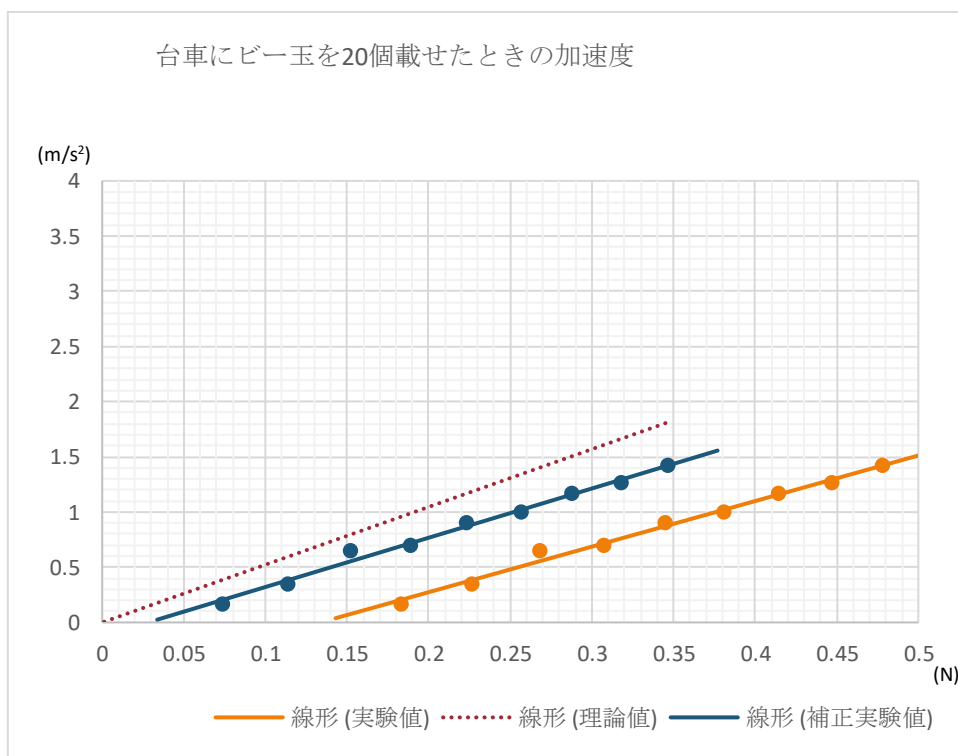


図 3 1 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

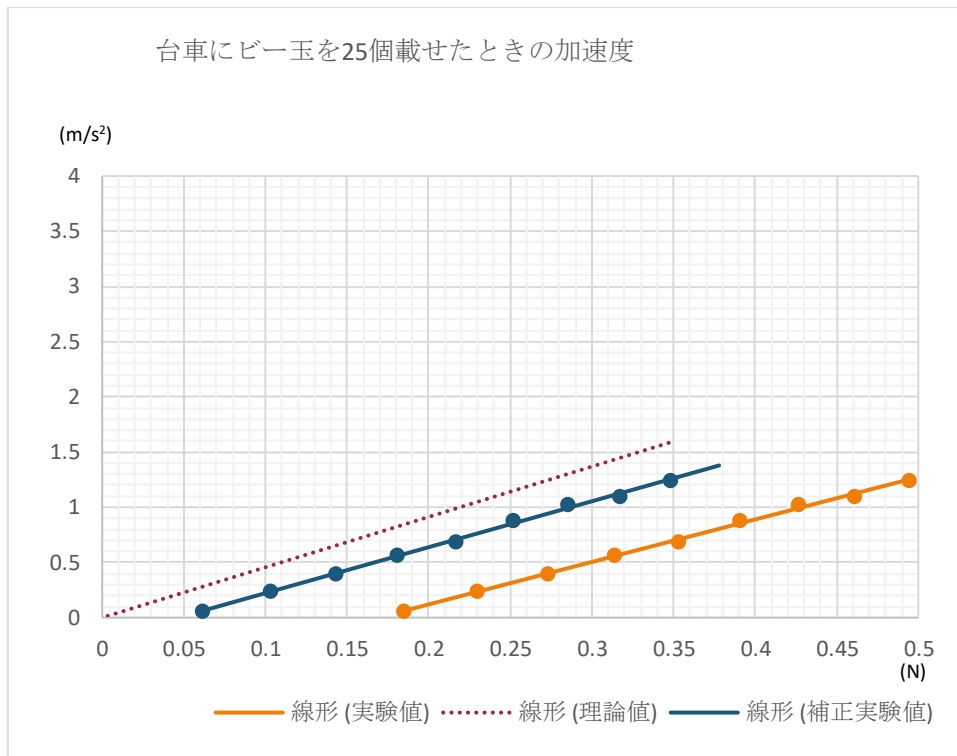


図 3 2 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

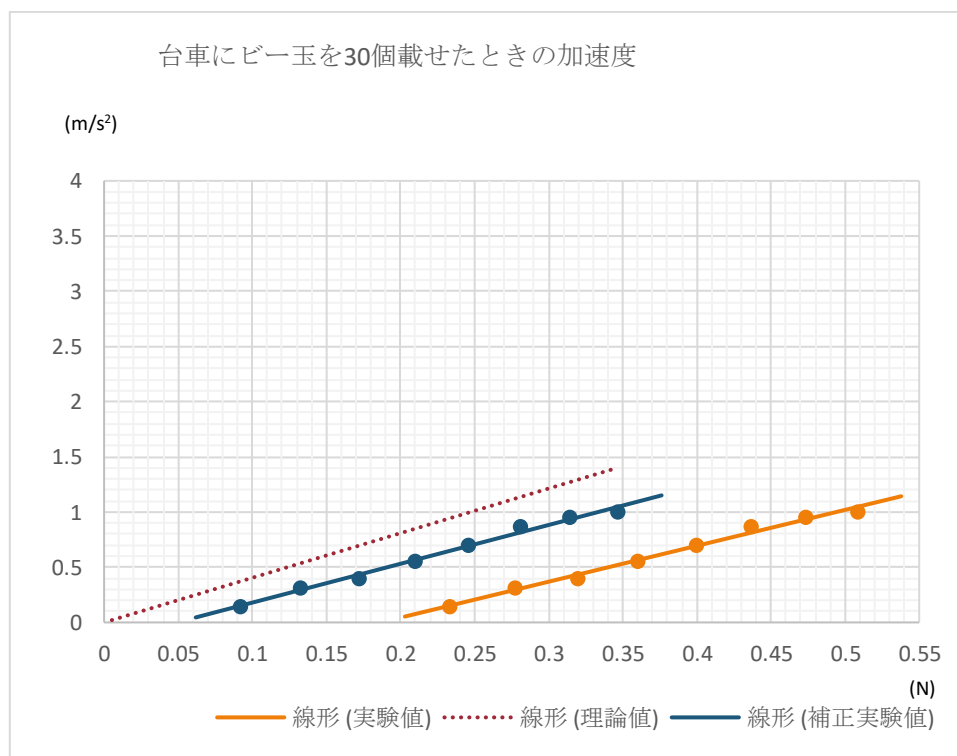


図 3 3 横軸は糸の張力、縦軸は加速度

滑車と台車の抵抗力を補正することにより、理論値で示される直線にかなり近づいたことを確認できた。

補正した実験値であっても僅かに理論値のグラフからずれている原因を考察する。補正実験値の直線は、理論値の直線に比べ、常に下側にあり、若干傾きが小さく、台車の質量が大きくなるにつれて原点から遠ざかっている。これらのことから誤差が発生している原因として、以下の2つが考えられる。

1. 図のように糸の張力の作用線が台車の重心を通っていない。

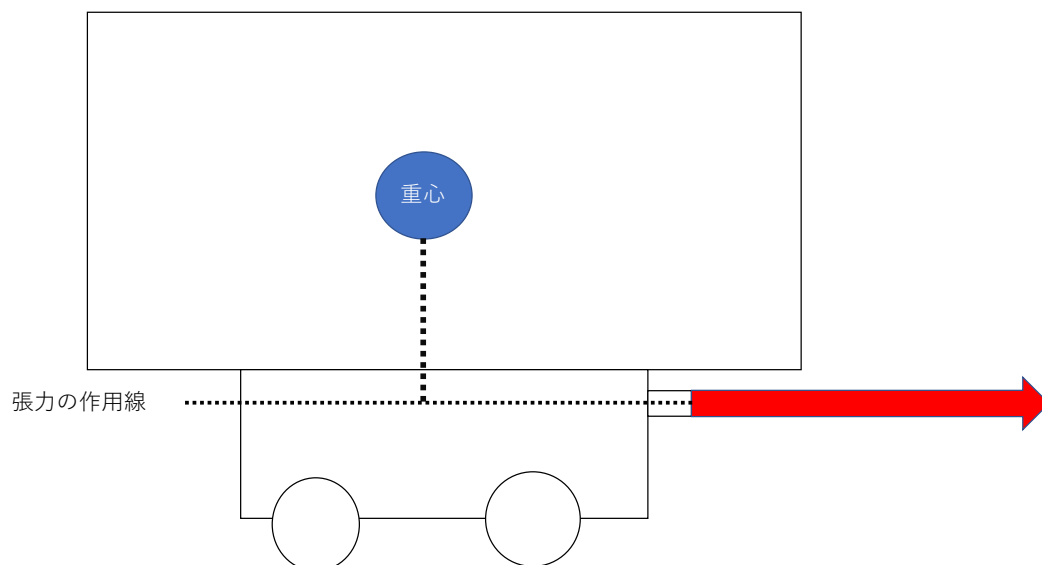


図34 ビー玉の個数が多い場合の誤差の原因

台車の重心はビー玉の個数によって変わり、すべての場合で糸の張力の作用線上に重心があるわけではないと考えられる。特にビー玉個数が多い場合に、この作用線からのズレが大きくなる。このとき、糸の張力は回転運動としても働くため並進運動として働く力が小さくなる。よって加速度が理論値に比べて僅かながら小さくなったと考えられる。

2. ビースピを通過している間も台車はレールからの摩擦力を受けるため減速してしまう。特に台車の質量が大きいときはその影響が大きいため、加速度が小さく算出されてしまう。よって台車の質量が大きくなるにつれて原点から遠ざかる。

実験 2 円運動と内心力の関係

実験 2 の手法

物体が等速円運動をするとき、速さは変わらないが物体の運動の向きは変わる。つまり速度は継続して変化している。実験 1 で速さを変化させる力と直線運動の関係を調べた。実験 2 では運動の方向を変える力の大きさと円運動の関係を調べた。

円運動として円錐振り子を考える。下図のように物体が糸につながれて等速で安定して回転している時、物体には重力と張力がかかっている。物体は垂直方向には動かないため張力の垂直方向の成分と重力は釣り合っているといえる。張力の水平成分が円運動を引き起こしており、糸の角度を計測することにより、張力の水平成分の大きさを算定することができる。この手法により、向心力と円運動の速度の関係を調べた。

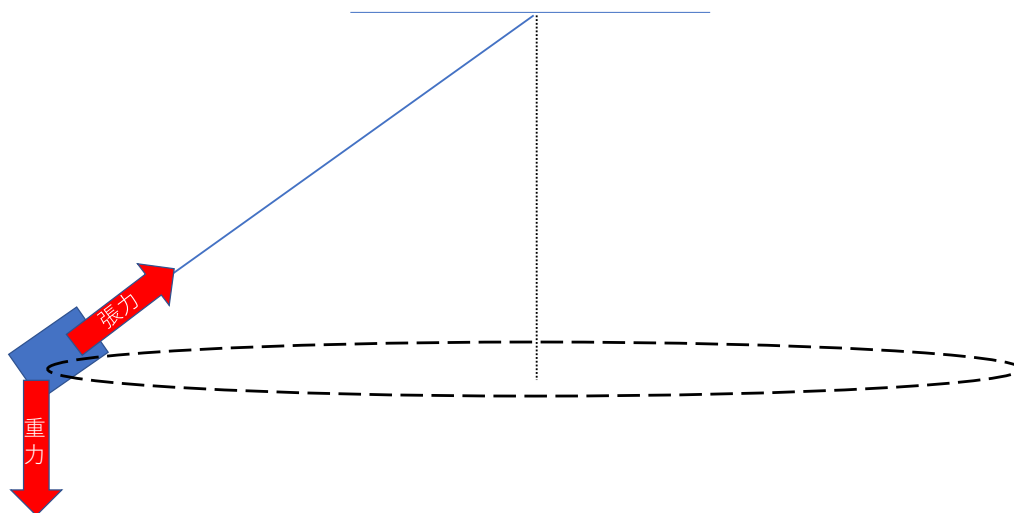


図 3 5 実験 2 の手法

実験のために下図に示す装置を準備した。継続的な動力を加えない自然な円錐振り子では、糸のかかる摩擦力や空気抵抗により次第に減速してしまうため、モーターによって一定速度で回転を継続できるようにした。リング 1 をモーターのプーリーに固定してリング 2 をリング 1 につなぎ自由に動けるようにした。モーターを回すと最初は物体が加速されていくが、次第に安定し、等速で動くようになる。この時の円運動の半径 (b cm) と周期を計ることによって円運動の速度が分かる。又、物体の質量から鉛直方向の重力とリング 1 の中心から物体の重心までの距離 (a cm) は事前にわかっていることから、 b (cm)を計測することによって角度 θ が分かり、リングと糸の重さを無視するとおもりにかかる重力から回転に要する向心力 (糸の張力の水平方向への力) が分かる。

又、「物理 改訂版」によると、円運動の加速度 a は、角速度を ω 円運動の半径を r とすると $a=r\omega^2$ で算出される。直線運動の時、加速度と力は比例した。円運動でも同じ関係性があるか調べた。

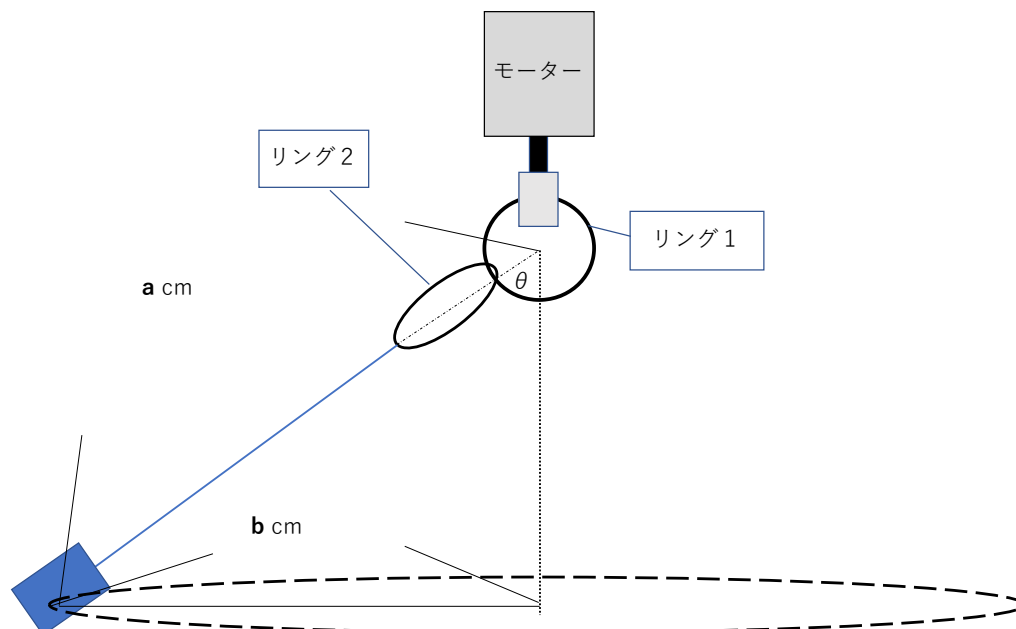


図 3 6 実験 2 の装置

このような原理の環境下で、変化パラメータとして、おもりの質量、およびモーターに流す電流を変えることによって回転速度を変え、それぞれの場合の物体の速度と糸の張力の水平成分を測定した。又、「物理 改訂版」によると、円運動の加速度 a は、速度を v 、時間を t とすると、加速度の定義より $a=\Delta v/\Delta t$ 、 Δt 秒間に角 $\Delta \theta$ だけ回転したとすると、 $a=v \Delta \theta / \Delta t$ 、角速度を ω とすると $\Delta \theta / \Delta t = \omega$ より $a=v \omega$ 、円運動の半径を r とすると $v = r \omega$ となり、 $a=r \omega^2 = v^2 / r$ となる。この式から加速度を算出した。

実験 2 で使ったもの

- マブチモーター FA-130-RA
- プーリー FA-130-RA に付属していたものを使用
- ミシン糸
- かご 3D プリンターで作成

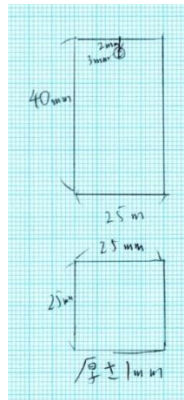


図 3 6 かごの寸法

- 百円玉 おもりとして使用
- カードリング 金属製でつけ外しが可能 内径 32mm
- リングをつける連結部品 3D プリンターで作成

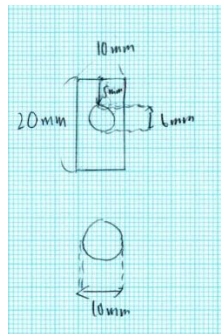


図 3 7 連結部品の寸法

- ブレッドボード
- ニクロム線 抵抗として使用
- 単三マンガン電池
- 電池ボックス 単三 二本用
- ジャンパー線
- 両面テープ
- アロンアルファ
- 30cm定規
- ビデオカメラ
- ストップウォッチ
- 電子天秤

実験2の手順

<装置の組み立て方>

1. ニクロム線をテスターで抵抗を測定して、 1Ω 、 2Ω のところでカットする。
2. ブレッドボード上に下に示す回路図の回路を組む。電池は電池ボックスを使ってその端子で配線した。抵抗はニクロム線を使用した。他の配線についてはジャンパー線を使用した。

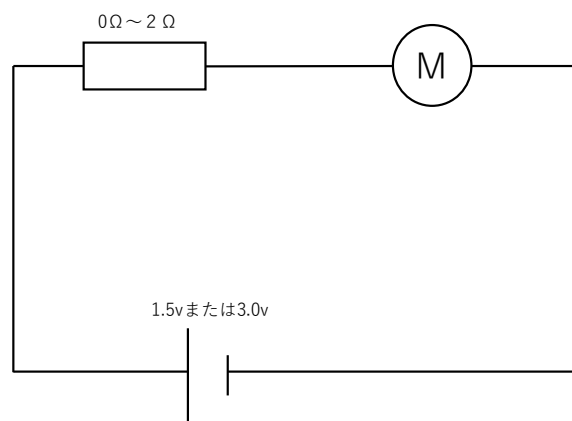


図38 モーター速度を制御する回路

3. モーターを机の側面に両面テープで貼り付け、プーリーをはめる。
4. アロンアルファでリングをつける連結部品をくっつけ、部品の穴にリングをはめた。



図の赤丸の部分が連結部品の穴のなかに来るようにアロンアルファで固定した。

5. もう一つのリングに糸を上図の赤丸のところに括り付けた。理由としては赤丸の部分が回転時に干渉しないようにするためである。
6. かごの2つの穴に糸を通し、結んでリングとの間の糸の長さが **18cm** になるように調節した。

実験の再現性のため実験装置の寸法を以下の図に記録した。

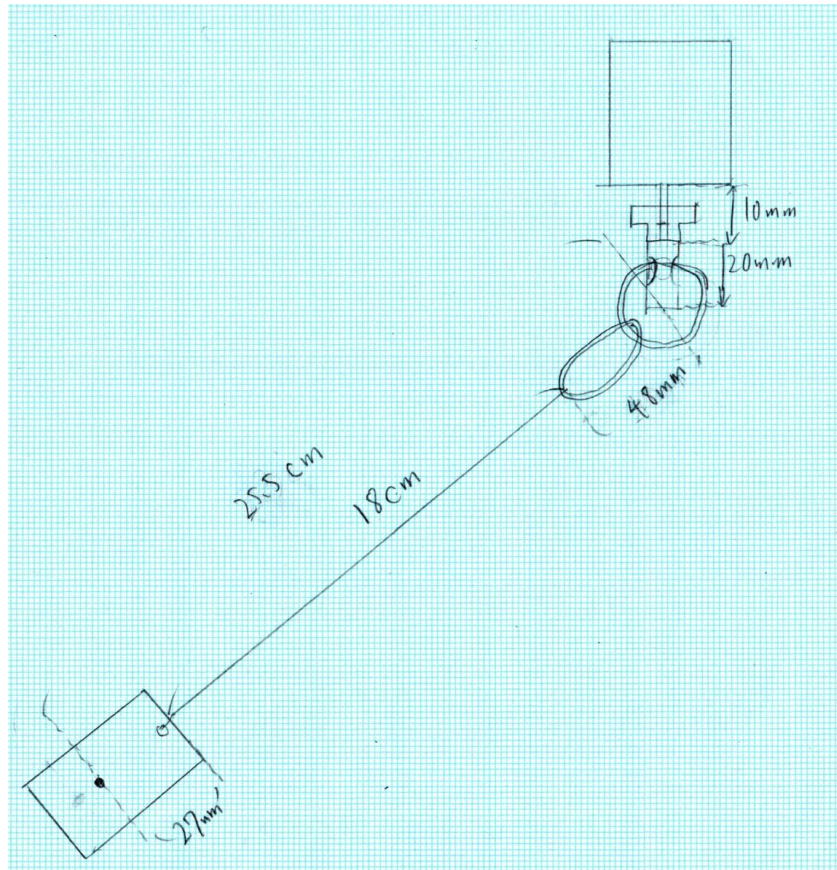


図 3 9 実験装置の寸法

<測定方法>

1. 机の上に定規を置き、モーターの軸からの長さが分かるようにした。
2. かごの中に百円玉を1枚入れた。
3. 電池ボックスに電池を入れモーターを回転させた。
4. かごの運動が安定し一定の速度となったのを確認してモーターの軸の真上からビデオカメラで撮影した。
5. 10回転する時間をストップウォッチで測った。1回転にかかる時間の誤差を小さくするためである。
6. 撮影したビデオから円運動の半径を読み取った。
7. おもりの質量を電子天秤で測った。

以上の作業を、100円玉の数（1～6枚）、乾電池の本数（1～2本）、抵抗（0Ω、1Ω、2Ω）を変えて行い、円運動の周期と半径を測定した。

実験2の結果

電子天秤で測った百円玉とかごの質量を表にまとめた。

表 8

	百円玉	かご
質量(g)	4.80	7.24

リング 1 の中心から物体の重心までの距離は百円玉がかごの底にたまるので重心はほぼ変わらないものとし一律 25.5 cm とした。実験手法の図の θ の値で測定した円運動の半径の値を 25.5 cm で割ったものは $\sin \theta$ であり、そこから算出した。内心力はおもりにかかる重力を F とすると $F \tan \theta$ で算出した。速度は、半径を r 、10 周にかかった時間を t として、 $20\pi r/t$ で算出した。加速度は速度を v として v^2/r で求めた。有効数字が一番少ない半径に合わせて各値を計算した。

表 9 実験 2 の測定結果

おもりの質量 (g)	百円玉の個数	電池の本数	抵抗 (Ω)	角度(rad)	内心力 (N)	半径(cm)	時間(s)	速度 (cm/s)	加速度 (m/s^2)
12.04	1	1	2.0	0.403	0.0503	10.0	10.53	59.6	3.56
12.04	1	1	1.0	0.450	0.0570	11.1	10.38	67.2	4.06
12.04	1	1	0.0	0.586	0.0783	14.1	9.53	92.9	6.12
12.04	1	2	2.0	0.735	0.107	17.1	9.03	119	8.27
12.04	1	2	1.0	0.767	0.114	17.7	8.62	129	9.39
12.04	1	2	0.0	0.982	0.177	21.2	6.99	190	17.1
16.84	2	1	2.0	0.420	0.0737	10.4	10.86	60.1	3.48
16.84	2	1	1.0	0.429	0.0754	10.6	10.69	62.3	3.66
16.84	2	1	0.0	0.653	0.126	15.5	8.66	112	8.15
16.84	2	2	2.0	0.658	0.128	15.6	9.01	109	7.58
16.84	2	2	1.0	0.740	0.151	17.2	8.50	127	9.39
16.84	2	2	0.0	0.921	0.217	20.3	7.41	172	14.6
21.64	3	1	2.0	0.437	0.0992	10.8	10.62	63.9	3.78
21.64	3	1	1.0	0.450	0.103	11.1	10.82	64.4	3.74
21.64	3	1	0.0	0.624	0.153	14.9	8.94	105	7.35
21.64	3	2	2.0	0.663	0.166	15.7	8.78	112	8.03
21.64	3	2	1.0	0.663	0.166	15.7	8.81	112	7.98
21.64	3	2	0.0	0.914	0.275	20.2	7.70	165	13.4
26.44	4	1	2.0	0.344	0.093	8.6	9.96	54	3.42
26.44	4	1	1.0	0.450	0.125	11.1	11.10	62.8	3.55
26.44	4	1	0.0	0.521	0.149	12.7	9.15	87.2	5.98
26.44	4	2	2.0	0.567	0.165	13.7	9.49	90.7	6.00
26.44	4	2	1.0	0.704	0.220	16.5	9.45	110	7.29
26.44	4	2	0.0	0.858	0.300	19.3	8.41	144	10.8
31.24	5	1	2.0	0.282	0.089	7.1	10.09	44	2.75
31.24	5	1	1.0	0.327	0.10	8.2	11.23	45.9	2.56
31.24	5	1	0.0	0.472	0.156	11.6	9.72	74.9	4.84
31.24	5	2	2.0	0.508	0.170	12.4	9.33	83.5	5.62
31.24	5	2	1.0	0.648	0.232	15.4	10.05	96.2	6.01
31.24	5	2	0.0	0.762	0.292	17.6	8.71	127	9.15
36.04	6	1	2.0	0.262	0.095	6.6	11.40	36	2.00
36.04	6	1	1.0	0.348	0.13	8.7	10.98	50	2.85
36.04	6	1	0.0	0.477	0.182	11.7	9.70	75.7	4.90

36.04	6	2	2.0	0.481	0.184	11.8	9.81	75.5	4.84
36.04	6	2	1.0	0.709	0.303	16.6	9.22	113	7.70
36.04	6	2	0.0	0.817	0.377	18.6	9.03	129	9.00

おもりの質量が一定の時の内心力と加速度の関係についてグラフで表した。横軸は向心力 (N) で縦軸は加速度 (m/s^2) である。

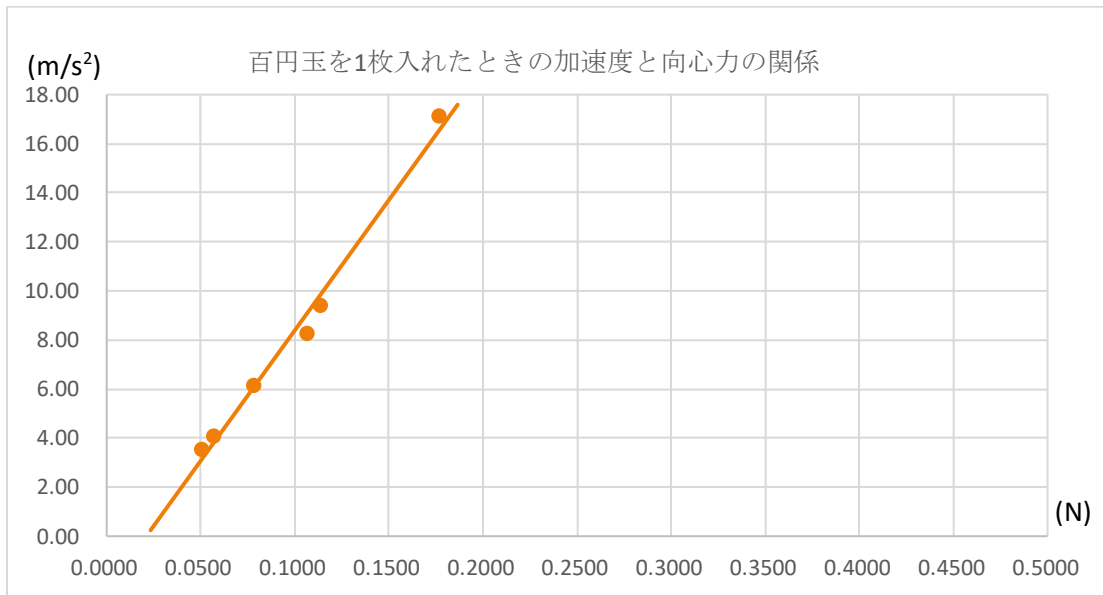


図 4 0 横軸が向心力、縦軸が加速度

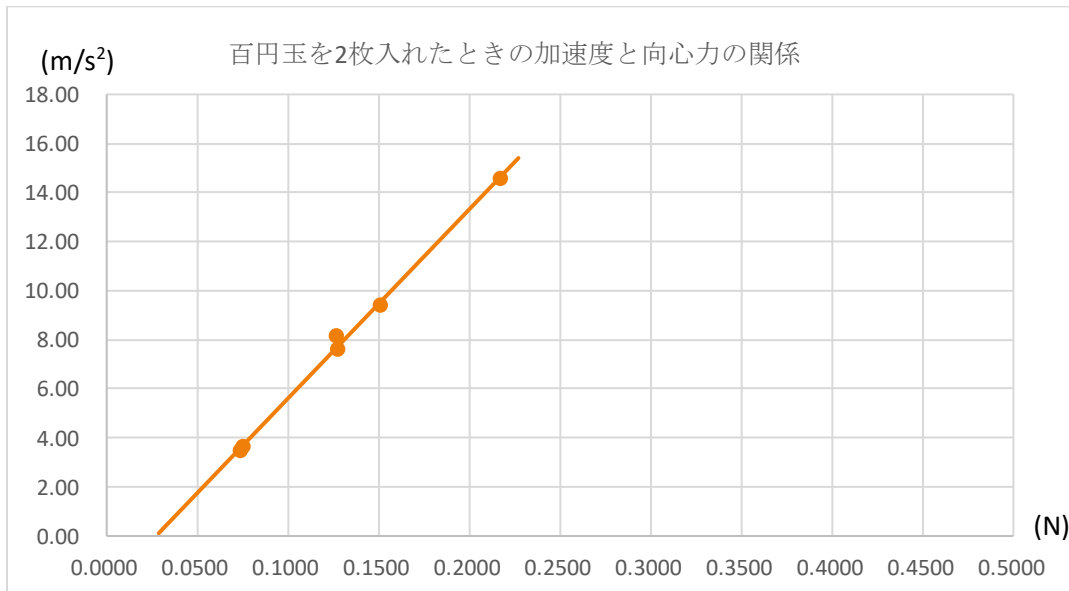


図 4 1 横軸が向心力、縦軸が加速度

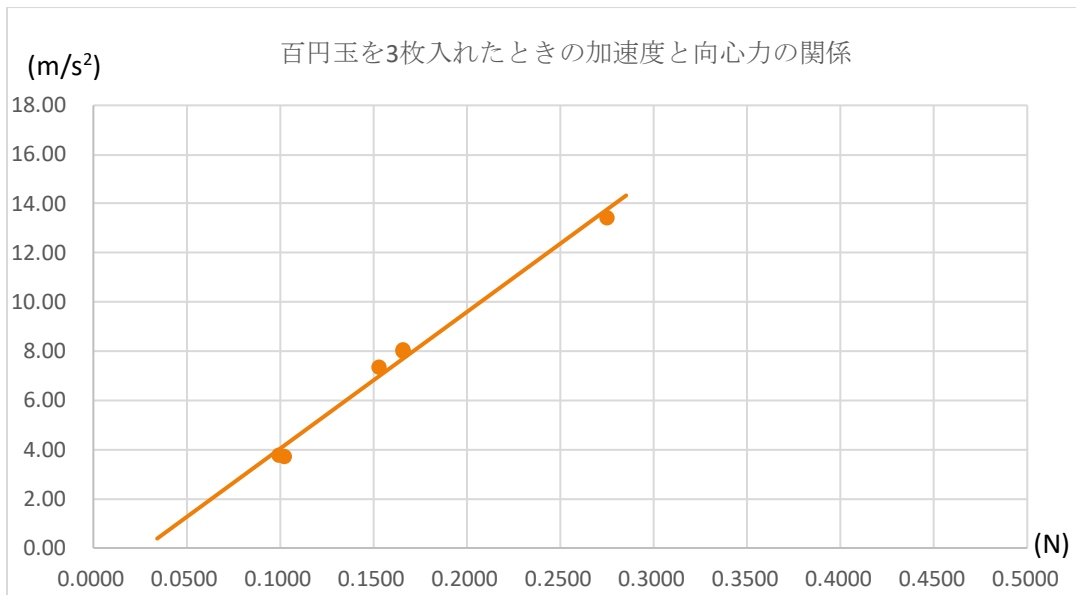


図 4 2 横軸が向心力、縦軸が加速度

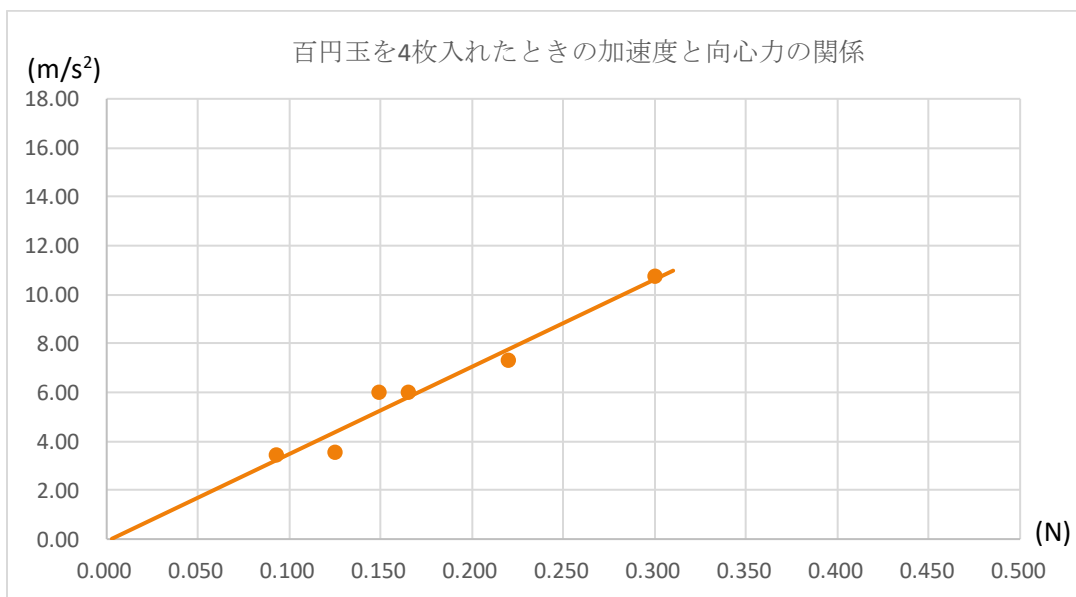


図 4 3 横軸が向心力、縦軸が加速度

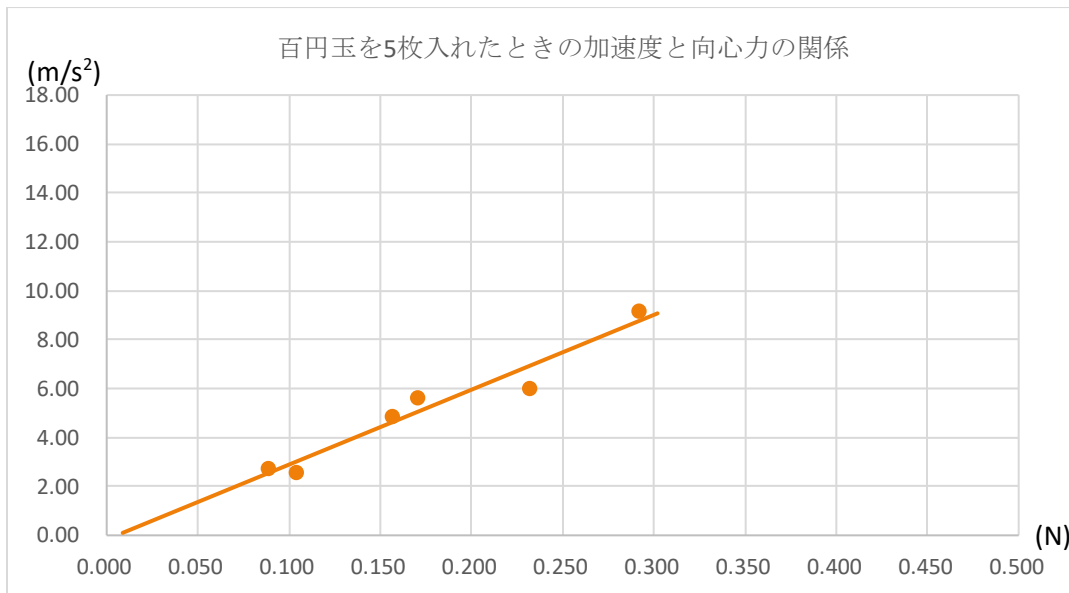


図 4 4 横軸が向心力、縦軸が加速度

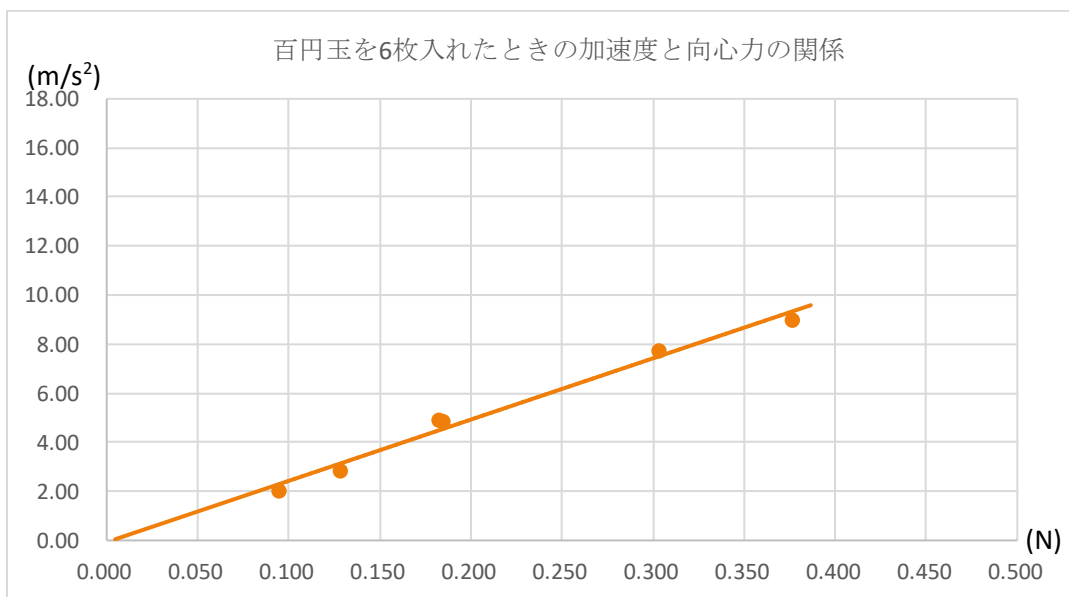


図 4 5 横軸が向心力、縦軸が加速度

考察

百円玉を4枚以上入れた場合、向心力と加速度のグラフはおおむね原点を通る直線になっている。つまり、加速度は向心力と比例している。よって直線運動と同じように円運動でも加速度と力が比例していることが分かった。ただし、百円玉が3枚以下、つまりおもりの質量が小さいとき原点を通っておらず、誤差が大きくなっている。おもりの質量が十分でないとき、リングや糸の質量が無視できない比率となり、原点からずれたと考えられる。一方、おもりの質量が大きくなると、そういった影響が小さくなり、原点に直線が近づいたと考えられる。

直線運動では力を F 、加速度を a 、質量を m とすると、概ね $F=ma$ という関係があることが実験 1 で確認できたが、円運動でも同じことが言えるのか、物体の質量と力や加速度といったほかのパラメータとの関係を調べた。この実験では力と加速度は変化し、質量は一定であるので F/a と m との関係を調べる。

おもりのかごに入れた百円玉の枚数ごとに f/a の値の平均値を下表に示す。

表 1 0

$f/a(N*s^2/m)$	質量(g)
0.0158	12.04
0.0212	16.84
0.0283	21.64
0.0342	26.44
0.0399	31.24
0.0486	36.04

f/a の値と質量の関係性についてグラフにした。横軸が $f/a(N*s^2/m)$ で縦軸は質量 (g) である。

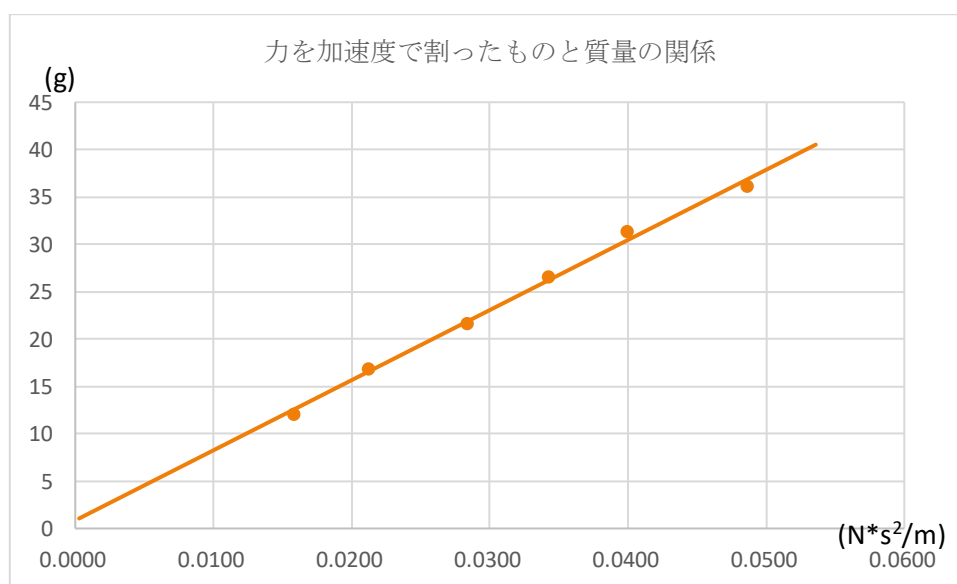


図 4 6 横軸は f/a 、縦軸は質量

このように f/a と質量は比例しているのので、円運動においても $F=kma$ が成り立つことが分かる。

次にこの比例定数 k を求めることを考えた。実験 2 で行ったすべての場合において ma を計算し、質量と加速度の積と向心力の関係をグラフにした。この時グラフの傾きが比例定数 k に値する。縦軸は向心力[N]で横軸はおもりの質量と加速度の積[$kg*m/s^2$]である。

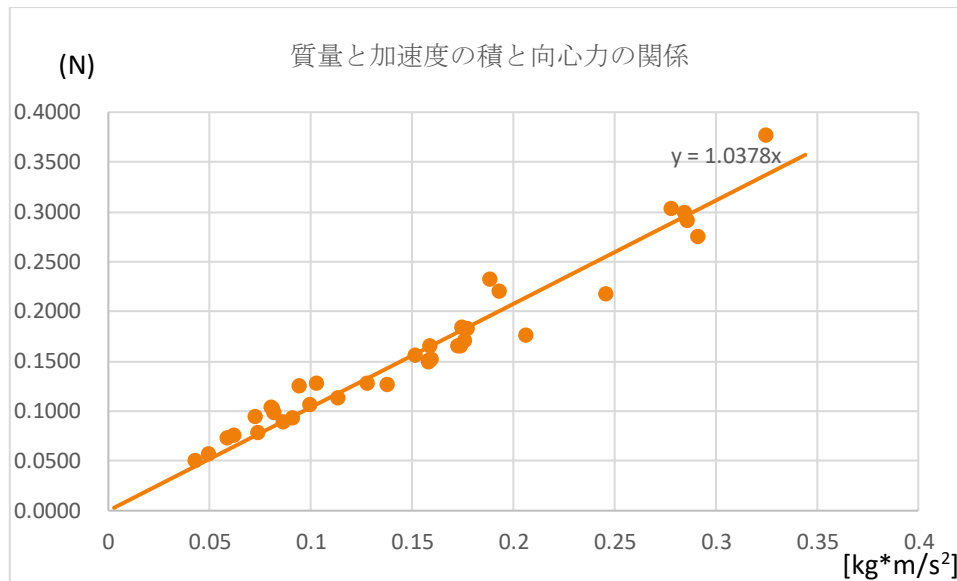


図 4 7 横軸は ma 、縦軸は F

このグラフから、 $k \doteq 1.04$ となっており、ほとんど 1.0 であるが僅かにそれより大きくなることがわかった。「物理 改訂版」によると円運動においても直線運動のときと同じように $F[\text{N}] = m[\text{kg}]a[\text{m/s}^2]$ が成り立つ。実験の結果においても、この式が、ほぼ成り立っているといえる。

なお、様々な状態で計測を行うため、抵抗や乾電池の本数を変えることによってモーターにかかる電圧を変えたが、あまり回転速度が変わらず測定した周期と円運動の半径が似通ったデータが存在している。マブチモーター FA-130RA 性能表によるとモーターにかかる電圧と回転数は比例しているわけではないので、電圧を変えてもあまり回転数が変わらなかったためと考えられる。

結論

- 直線運動のとき、物体にかかる力が一定であれば物体の質量と加速度は反比例する。
- 直線運動のとき、物体の質量が一定の時、物体にかかる力と加速度は比例する。
- 円運動のとき、物体の質量が一定の時物体にかかる内心力と加速度は比例する。
- 直線運動、円運動のとき物体の質量を $m[\text{kg}]$ 加速度を $a[\text{m/s}^2]$ 力を $F[\text{N}]$ 、比例定数 k とすると $F = kma$ で表すことができた。
- 理論では比例定数 $k = 1$ だが、全ての実験において、僅かながら k は常に 1 より大きくなった。なぜなら実験では摩擦などの抵抗力が発生するからである。
- 力と速度の実験において、地球上では、摩擦力や空気抵抗といった抵抗力をゼロにすることは難しく、その影響を小さくするために、質量などのパラメータを適正なものに調整したり、摩擦力を別途計測しデータを補正したりといった作業が重要になる。

参考資料

1. 理科年表2020 国立天文台編
2. 速度測定玩具「ビースピ」を用いた理科実験と生徒の理解に関する実践研究 福島大学総合教育研究センター紀要第16号
3. マブチモーターFA-130RA 性能表 http://xn--mabuchi-motor-of5l3a94ate2c00ab.co.jp/motorize/branch/motor/pdf/fa_130ra.pdf
4. 物理 改訂版 啓林館 出版
5. 運動の第二法則検証実験の工夫と検討 日本物理教育学会誌 第30巻第2号
6. 高校物理でのニュートンの運動の第2法則の検証実験に関する考察 広島工業大学紀要教育編 第17巻
7. ニュートンの運動の第2法則 -- 『プリンキピア』の基本原理の二つの解釈 科学哲学科学史研究 (2020)

謝辞

実験をするにあたって、ビースピや電子天秤といった、測定機器を貸してくださり、実験する理科室もあけてくださった、学校の物理科の先生、実験の作業を手伝ってくれた電子工作部の後輩、レポート作成のためパソコンを貸してくれた両親に感謝します。