

第17回全国物理コンテスト 物理チャレンジ2021

第1チャレンジ 実験課題レポート

レポート表題

加える力と物体の運動の関係

第1チャレンジ番号 : 2117022

氏名 : 西尾 朋人

学校名または

学校のある

卒業校名 : 石川県立金沢泉丘高等学校

都道府県名 : 石川県

学年 : 高等学校3年生 (中等教育学校6年生、高等専門学校3年生)

実験をした

補足

主な場所 : 学校・施設など (公的な場所)

(その他の場合) :

共同実験者1 氏名

第1チャレンジ番号

西尾朋人

2117022

共同実験者2 氏名

第1チャレンジ番号

実験課題に取り組んだ感想

普段は受動的に実験をしたり、物理の問題を解いたりしていたのですが、今回のチャレンジをきっかけに自分だけの実験をデザインする楽しさに気づき、以前にもまして物理が好きになりました。また、論文の書き方など、高校のSSHの課題研究で培った力を活用できたのもとても良い体験でした。

方法を考え始めた時期

3月

実験を始めた時期

4月

実験に取り組んだ期間

約 70 日間

# 加える力と物体の運動の関係

石川県立金沢泉丘高等学校 3年 西尾 朋人

## 【1】 要約

加える力と物体の運動の関係を調べるために、以下の4つの実験を行った。

実験1は斜面を下る小球についての実験で、物体に加わる力が変化しない時、物体は力の方向に等加速度運動をすることを確かめた。

実験2a, 2bは力学台車と滑車を使った実験で、加速度は力の大きさに比例し、物体質量に反比例することが分かった。

実験3は小球の自由落下の実験であり、以上により運動方程式  $ma=f$  が成り立つことが示された。これを用いて実験2a, 2bの測定値の理論値とのずれについて、摩擦の果たす要因を考察した。

さらに、実験1において、運動方程式だけでは説明できなかった回転運動を説明するため、実験4で滑車とひもを使った実験を行った。これにより、角運動量  $J$  と物体の慣性モーメント  $I$ 、角速度  $\omega$  の間に  $J=I\omega$  の関係が成り立つことが示された。以上を用いて実験1における小球の回転、滑りに関する考察を行った。

## ▼概要

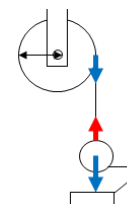
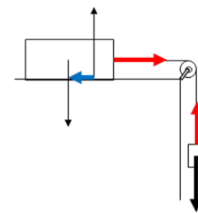
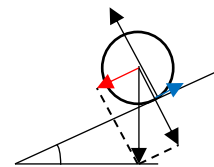
実験1 斜面を下る小球  
力が一定の時、等加速度運動をする。

実験2a 力学台車と滑車  
加速度は力の大きさに比例する。

実験2b 力学台車と滑車  
加速度は物体質量に反比例する。

実験3 自由落下  
運動方程式  $ma=f$  が成り立つ。

実験4 滑車とタコ糸  
 $J=I\omega$  が成り立つ。



## 【2】実験1

目的：物体に加わる力が変わらない時、物体は力の方向に等加速度運動を示す。変わらない力として重力を利用し([補足1])、斜面を下る小球について、斜面の角度を変えることで、斜面に沿った向きに働く力の大きさを調整した。

実験手法：

### 【使用した道具】

小球(質量 5.46g、直径 1.00cm、金属製)、ビースピ(株式会社ヤガミ 大きさ 50×50×60 mm、測定範囲 0～999.9 cm/s)、アプリ「水平器」(©Tatsuki Sasaki)、レール(金属製、全長 1.00m、幅 6.0 mm)、可変支持台

### 【方法】

- ① レールに、スタート地点から 10cm おきにビースピを取り付ける。この時、ビースピの中央をビースピの位置とする。
- ② レールの両端を可変支持台に乗せて一方の台の高さを上げ、レールの水平面からの角度を固定する。この時、アプリ「水平器」を利用する。
- ③ 小球をスタート地点から静かに離し、各地点での速度を計測する。
- ④ ③を 10 回繰り返す。
- ⑤ 各地点の速度から各地点における加速度を求める([補足2])。
- ⑥ 以上の行程を、レールの角度  $2.5^\circ$  から、 $2.5^\circ$  ごとに  $30^\circ$  まで変えながら行う。

### 【補足1】

重力加速度  $g$  の値について、web 版「重力値推定計算サービス」(国土地理院)を用いて、 $9.80\text{m/s}^2$  とした。なお、実験は本校舎 4 階で行ったが、地球半径に比べ高さが十分に小さいので、地上からの高さの影響は無視できるとして進める。

### 【補足2】

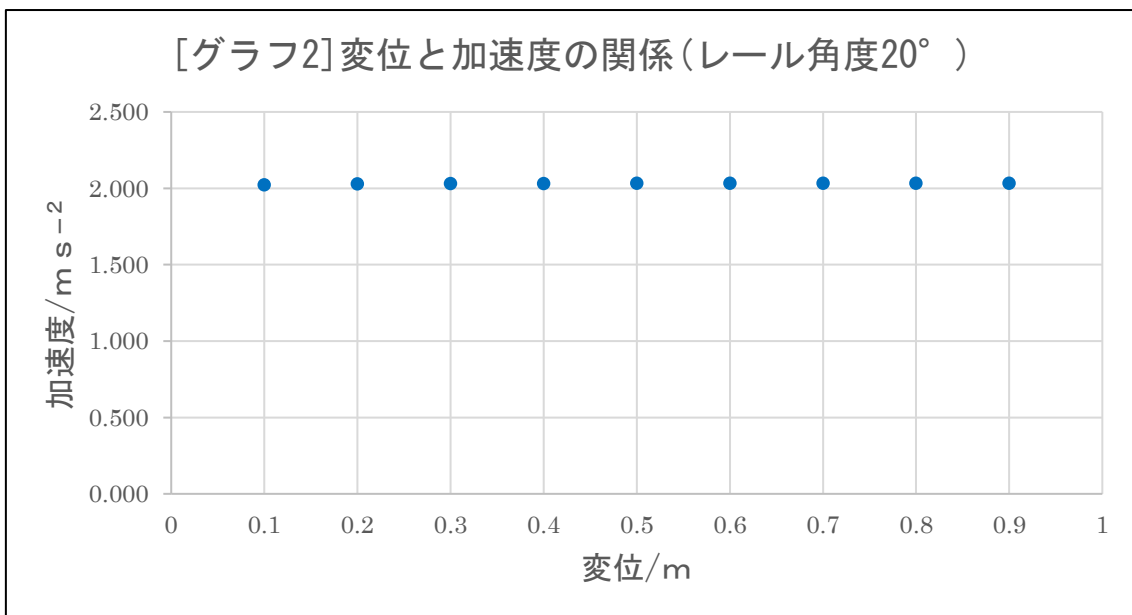
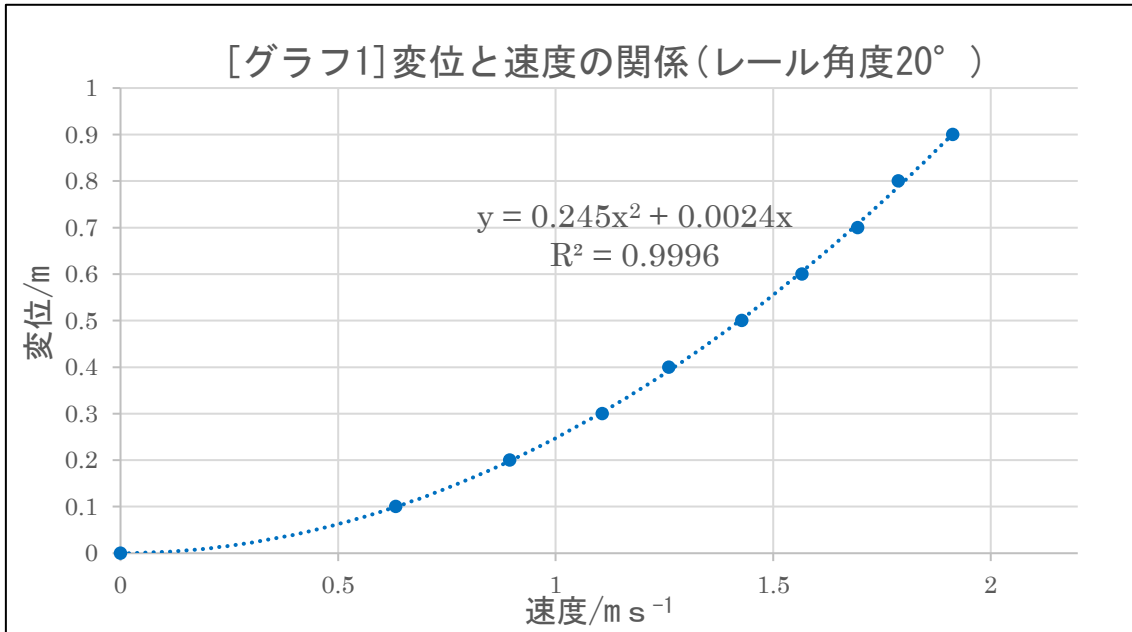
加速度について、以下の式が成り立つ。

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot v$$

よって、得られたデータから  $x-v$  グラフを描き、その近似曲線の傾きを求めることで、各変位における加速度を算出した。この手法では、時間を計測する必要がないため、ストップウォッチなどでの手動での時間計測による誤差をなくせると考えた。

結果：

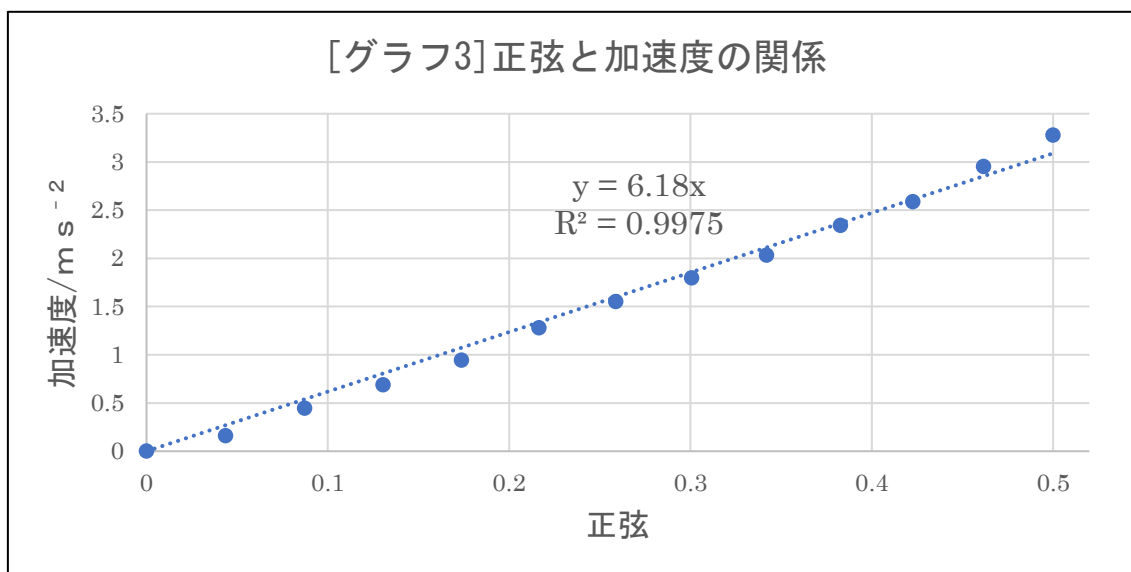
いずれの角度においても、 $x-v$  グラフは二次関数により近似できた。この近似曲線から[補足2]の手法で加速度を算出すると、その値は変位によらずほぼ一定であることが分かった。下に一例を示す。(レール角度  $20^\circ$  の時のもの [グラフ1]、[グラフ2])



**考察1:**

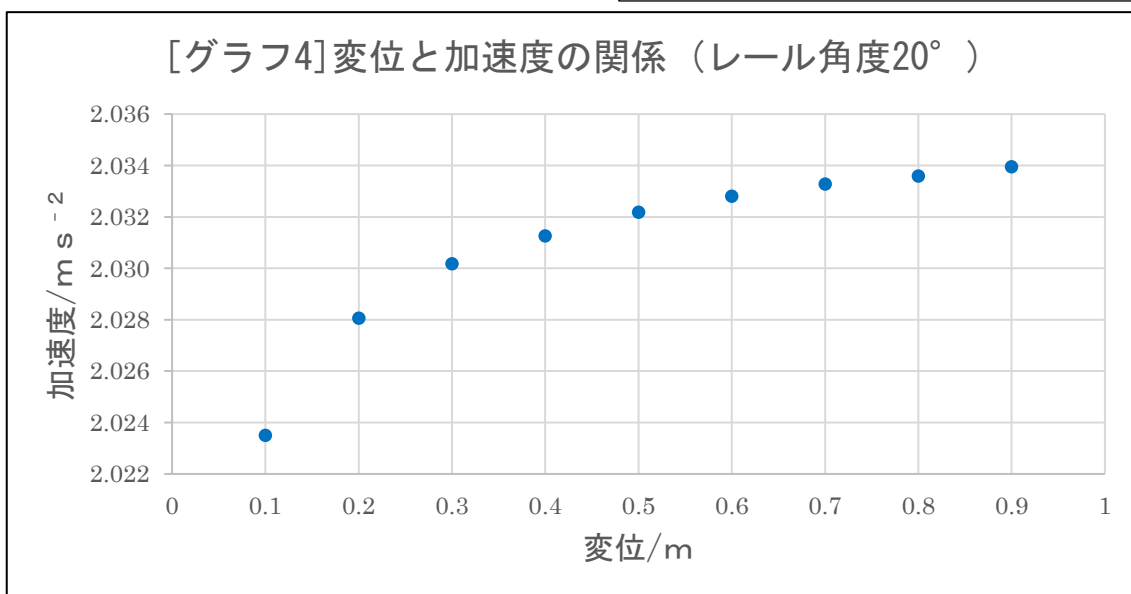
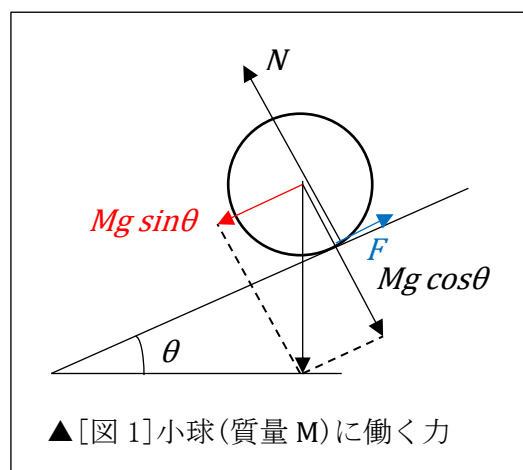
小球はいずれの角度においても等加速度運動をした。ここで各角度の正弦と加速度の関係は[グラフ 3]のようになった。正弦の値を横軸にとったのは、小球に働く重力のレールに沿った成分の大きさは正弦に比例するからである([図 1])。しかしこのグラフからは、小球に働く力の大きさに小球の加速度が比例するとは言えないと考えた。なぜなら、小球は並進運動とともに、球の中心軸回りの回転運動もしているからである。この回転はレールと小球の間の摩擦力によって起きるが、この実験では小球の質量がかなり小さく、回転も速いため、回転運動の影響を無視することができないと考えた。回転に必要な力が、小球質量に比べて無視できないほど大きければ、摩擦力を無視した場合の

小球の加速度の理論値に比べて、加速度の測定値が小さくなってしまっている可能性がある。（【6】で考察している。）



考察 2 :

先ほどのグラフを拡大すると、わずかながら初めに加速度の増加がみられるものの、その後はほぼ一定の値に落ち着いていることがわかる（[グラフ 4]）。空気抵抗の大きさが十分に大きい時、加速度は次第に減少していくはずであるから、本実験における小球の速度や断面積程度では、空気抵抗は無視できるほど小さいと考えられる。以降、空気抵抗は無視して実験を進める。



### 【3】 実験 2a, 2b

**目的:** 実験 1 では小球の質量が非常に小さかったために摩擦による回転運動を考慮せざるを得なかった。そこで、実験 2a, 2b では、車輪径が小さく、車輪質量が車体質量に比べて無視できるほど小さい力学台車を使用した。実験 2a では物体に働く力と加速度の関係、また、実験 2b では質量と加速度の関係を調べた。

**実験手法 2a :**

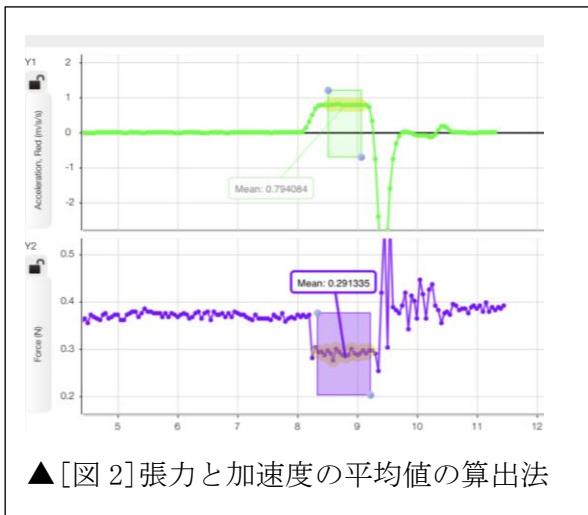
#### 【使用した道具】

スマートカート(株式会社 島津理化、101-350ME-1240)、アプリ「SPARKvue」(©PASCO scientific)、重り、定滑車、タコ糸

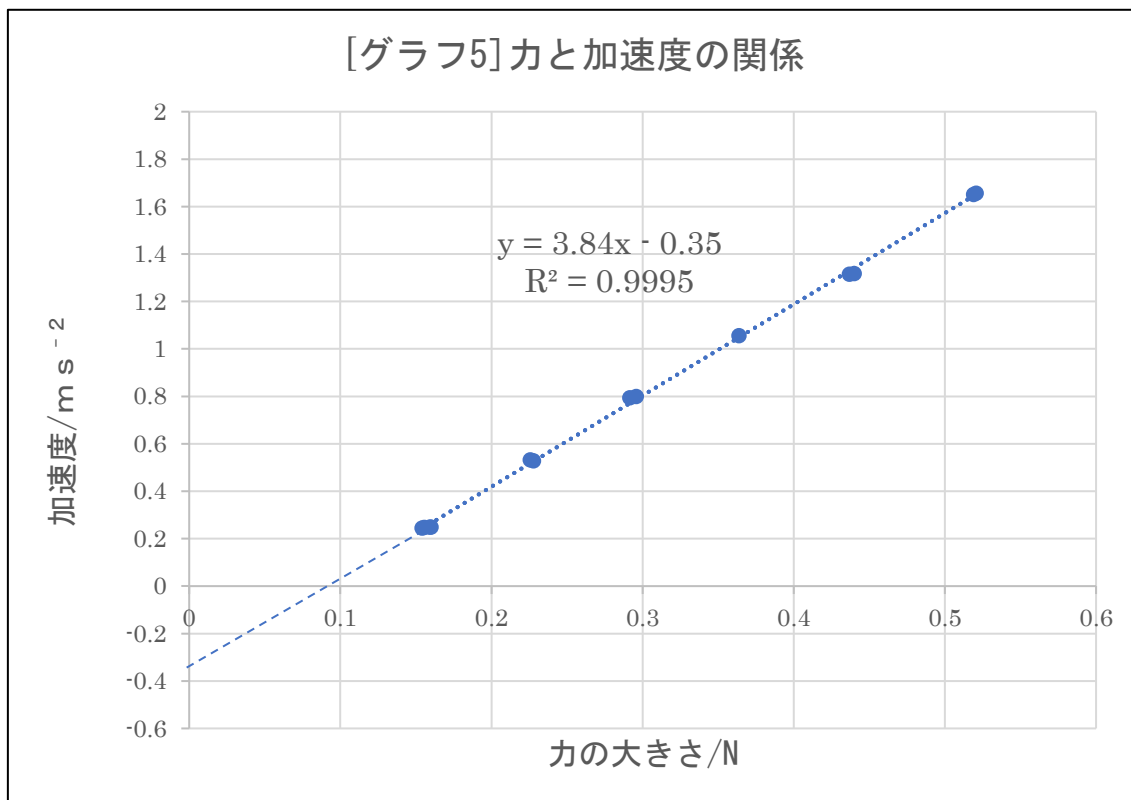
#### 【方法】

- ① 机の角に滑車を取り付け、机と平行にタコ糸を渡す。
- ② タコ糸の一端をスマートカートの力センサー部につなぎ、もう一方に重りをつなぐ。
- ③ スマートカートを机上で静かに離し、アプリ「SPARKvue」でタコ糸の張力と、加速度を測定し、平均値を算出する([補足 3])。
- ④ 以上を重りの重さを変えて繰り返す。

**[補足 3]** 張力と加速度の平均値の算出法について、アプリ「SPARKvue」で描いたグラフ上で範囲を指定して求めた。[図 2]はその一例である。上が加速度、下が張力の大きさを表している。



結果：



考察：

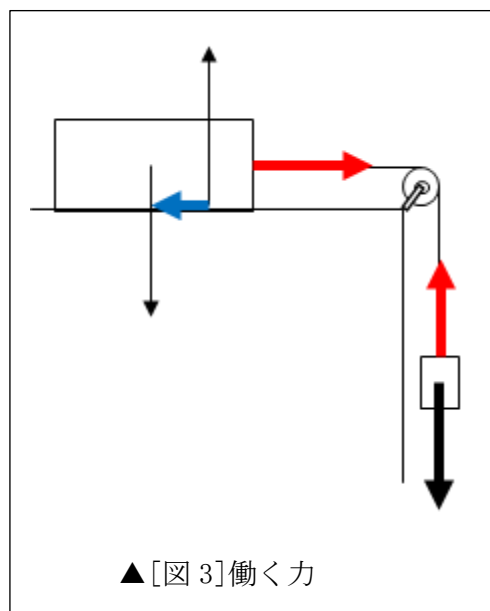
[グラフ 5]から、加速度はほぼ力の大きさに比例すると言える。近似直線の y 切片が負となったのは、摩擦力の影響だと考えられる（【6】で考察している。）。また、x 切片の値は摩擦力と力の大きさが等しくなっている値と考えられ、動いている机上の物体にこの大きさの力を加え続けると等速度運動をすると考えられる。

実験手法 2b：

【使用した道具】 実験 2a と同じ

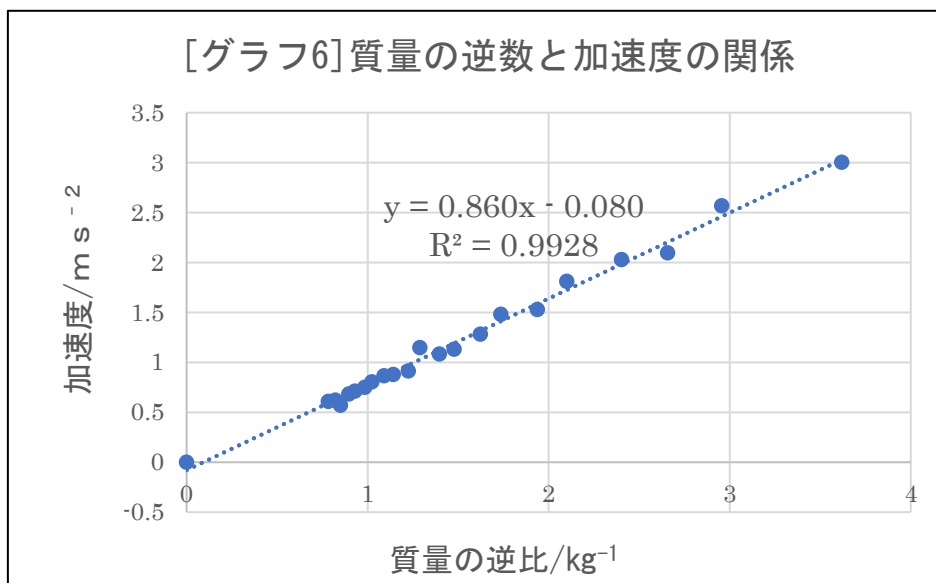
【方法】

- ① 実験 2a ①～③まで同じ。
- ② スマートカートに載せる重りの重さを変えて繰り返す。乗せる重りの重さは 50g から 50g ごとに 1000g までの 20 種類。
- ③ 実験で求めた各張力の下での加速度を、1N の力での加速度に換算する。（[補足 4]）



[補足 4] 実験 2a で力の大きさと加速度が比例することが分かっているため。

結果：



考察：

加速度はほぼ質量の逆比に比例することがわかる。しかし一方で、これも未だ摩擦力の影響を免れていない。台車質量が大きくなったことで、摩擦力の大きさも同様に大きくなっている可能性があるからだ(【6】で考察している。)

#### 【4】実験3

目的：これまでで、加速度は力の大きさに比例し、物体質量に反比例することが分かった。つまり、 $kma=f$  が成り立つ( $k$ は比例定数)。実験3では、小球の自由落下における加速度を求めることで、この比例定数  $k$  を求める。

実験手法：

【使用した道具】 小球(同実験1)、ビースピ(同実験1)

【方法】

- ① ビースピを鉛直方向に 6.0cm ごとに 5 つ並べ、小球を静かに離してその中を自由落下させ、各位置での速度を計測する。
- ② 各ビースピ間での加速度を算出する([補足5])。
- ③ 以上を 10 回繰り返し、加速度の平均値を算出する。

[補足5]

自由落下で小球に働く力は主に重力と空気抵抗であるが、空気抵抗は実験1・考察2より、無視できるほど小さいとみなせる。この時、働く力の大きさは一定であるので、小球は等加速度運動をする。そこで、次式が成り立つ。

$$V^2 - v^2 = 2ax$$



( $V$ と $v$ はある2地点での速度、 $a$ は加速度、 $x$ は変位)

この式を用いて加速度を算出した。

**結果：** 加速度の大きさの平均値は $a=9.64 \text{ m/s}^2$ であった。

**考察：**

$kma=f$ と $f=mg$ により、 $k=1.02$ となり、これはほぼ運動方程式  $ma=f$  が成り立つことを示している(+2.0%のずれ)。正確に  $k=1.0$  とはならなかった理由としては、やはりわずかながら空気抵抗の影響を受け、重力と逆向きの力が働いていたこと、また、ビースピ内部を小球がわずかに斜めに横切った可能性などが挙げられる。

これまでで導かれた運動方程式を使い、さらに考察をした。

ここで、実験1では、並進運動とともに無視できないほどの回転運動も起きているため、これを説明することを目的として、物体に働く力と角速度の関係を以下の実験により調べた。

#### 【5】実験4

**目的：** 滑車と小球をタコ糸でつなぎ、小球の加速度を調べることで、物体に働く力と角速度の関係を調べる。

**実験手法：**

**【使用した道具】** 重り(同実験2)、ビースピ(同実験2)、定滑車、タコ糸

**【方法】**

- ① 定滑車にタコ糸を固定し、もう一方の端に小球をつなぐ。
- ② 一周分タコ糸を巻取り、垂直に設置したビースピの中を小球が通るように落とす。
- ③ ビースピの測定値から、小球が等加速度運動をすることを利用して、加速度を算出する。([補足5])
- ④ 以上を、様々な重さの重りにについて行う。

**仮定：** 物体に働く力と角速度の間に下の式が成り立つと仮定した。

$$J = I\omega \quad \dots(*)$$

( $J$ は角運動量、 $I$ は物体の慣性モーメント、 $\omega$ は角速度)

また、角運動量の定義と運動方程式、滑車の角速度と小球の速度の関係から、以下の3式が成り立つ。

$$\frac{dJ}{dt} = RT$$

$$ma = mg - T$$

$$a = R \frac{d\omega}{dt}$$

これらを解くと、

$$a = \frac{mgR^2}{mR^2 + I}$$

また、滑車の慣性モーメントについて、滑車を一様な円盤と見なすと、

$$I = \frac{1}{2}MR^2$$

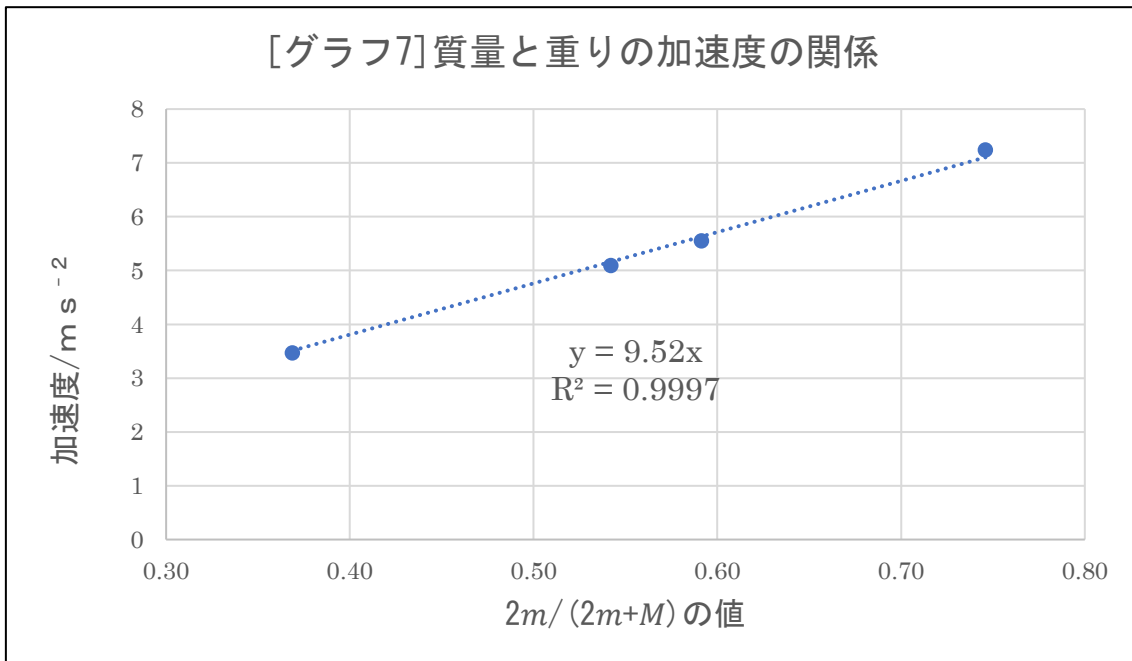
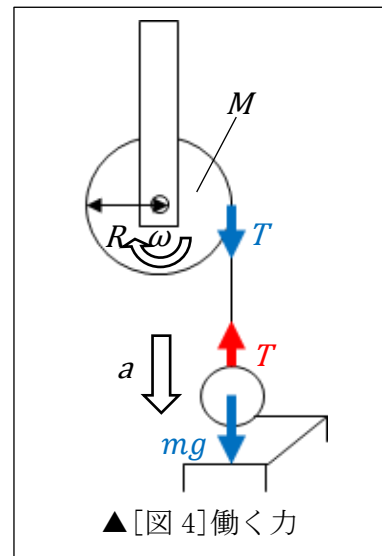
すると

$$a = \frac{2m}{2m + M}g$$

となると予想できる。各文字は[図 4]参照。

結果：

近似直線は原点を通る比例のグラフとなり、その傾きはほぼ重力加速度の値に一致した(-2.86%のずれ)。



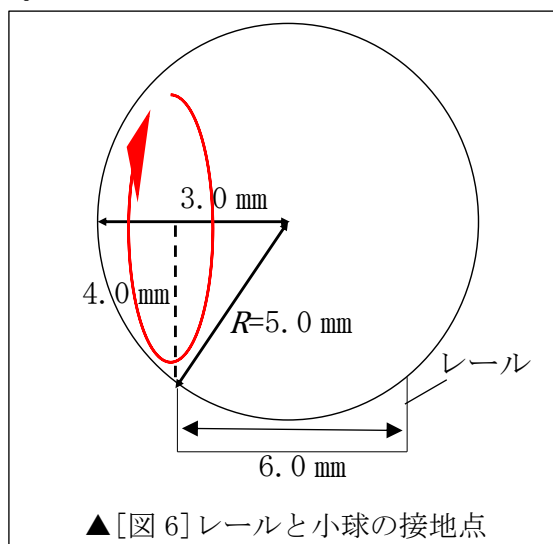
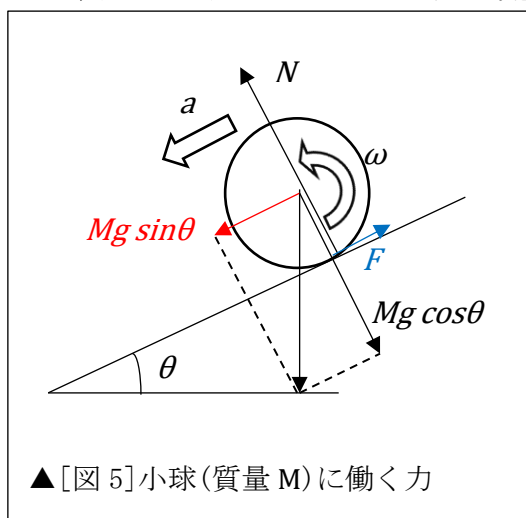
考察：

仮説が成り立ったことから、角運動量  $J$  と物体の慣性モーメント  $I$ 、角速度  $\omega$  の間に(\*)の関係が成り立つことが示された。わずかに加速度が理論値を下回った理由としては、タコ糸と滑車の間の摩擦、滑車とその軸の間の摩擦、空気抵抗などが考えられる。

【6】 以上を踏まえての考察

〈実験 1 について〉

実験 4 と同様に、角運動量の定義と運動方程式、小球の角速度と小球の重心速度の関係について立式する。ここで、レールと小球の接地点について、[図 6] のように、摩擦力の作用線の、回転軸からの距離(回転軸と接地点の距離)が小球半径  $R$  の  $4/5$  になっている事を考慮する。



$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} = \frac{4}{5} R \cdot F$$

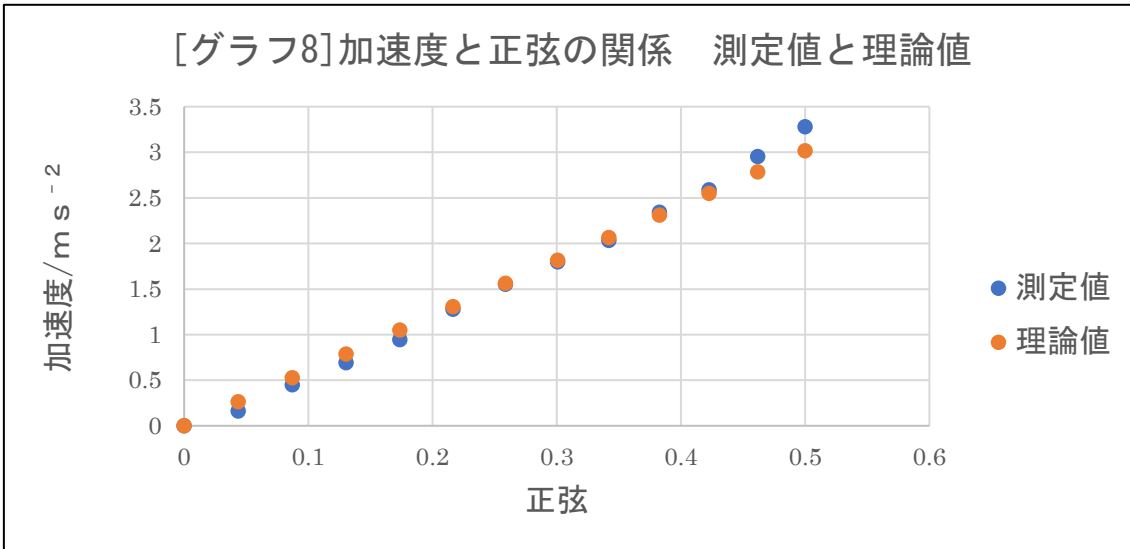
$$ma = mg - F$$

$$a = \frac{4}{5} R \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

これを解くと、

$$a = \frac{8}{13} g \sin\theta \quad \dots (\text{式 1})$$

ここで実験 1 の[グラフ 3]と比較する。



グラフより、ほとんど一致することがわかる。よって、運動方程式と(\*)はおおよそ成立することがわかる。なお、グラフ右端を見ると、測定値がやや理論値を上回っているが、これはわずかながら小球の滑りが始まったためと考えられる。これについて詳しく考える。

上の[グラフ 8]を正弦の値が 1、つまりレールの角度が  $90^\circ$  の垂直状態まで拡張すると、その加速度は、自由落下における加速度と等しく  $9.80\text{m/s}^2$  となっているはずである。しかし、(式 1)に従うと、 $6.03\text{m/s}^2$  と大幅に小さくなっている。これは(式 1)が、小球の滑りが起きないことを前提としているからである。そこで、実験 1 のレールと小球間の静止摩擦係数を求め、小球の滑りの条件について考察した。

#### [補足実験]

目的：レールと小球間の静止摩擦係数を求める。

実験手法：

##### 【使用した道具】

小球 2 個(同実験 1)、アプリ「水平器」(同実験 1)、  
レール(同実験 1)、可変支持台(同実験 1)、テープ

##### 【方法】

- ① 2 個の小球をテープで固定する([補足 6])。
- ② 可変支持台の上にレールを置き、その上に①を置いて、ゆっくりとレール角度を大きくする。
- ③ 小球が滑り出したところの角度を計測する。
- ④ 以上を 20 回繰り返す。

[補足 6] 小球の回転を防ぐためである。

結果：滑りの起こり始めの角度の平均値は  $18.6^\circ$  であった。

考察：

この角度はいわゆる摩擦角であり、この角度における正接の値がレールと小球間の静止摩擦係数  $\mu$  に一致する。

$$\mu = \tan 18.6^\circ \approx 0.336$$

これを踏まえ再び実験 1 の考察に戻る。滑りが起こり始める角度  $\theta$  について、(式 1) と運動方程式、最大摩擦力の性質より、

$$F = mg - ma = \frac{5}{13} mgsin\theta$$

$$F = \mu N = \mu mg \cos\theta$$

この 2 式の値が等しいから、

$$\tan\theta = \frac{5}{13}\mu \approx 0.873$$

$$\theta \approx 41.1^\circ \quad \sin\theta \approx 0.657$$

これが小球の滑り始める条件である。よって、実験 1 の測定範囲 ( $2.5^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$ ) では滑りは起こっていないと考えられる。測定値のグラフ右端がわずかに理論値を上回っているのは、誤差的に滑りが起き始めたことが一因と考えられる。

〈実験 2a について〉

水平方向に運動方程式を用いると、[図 7] から、

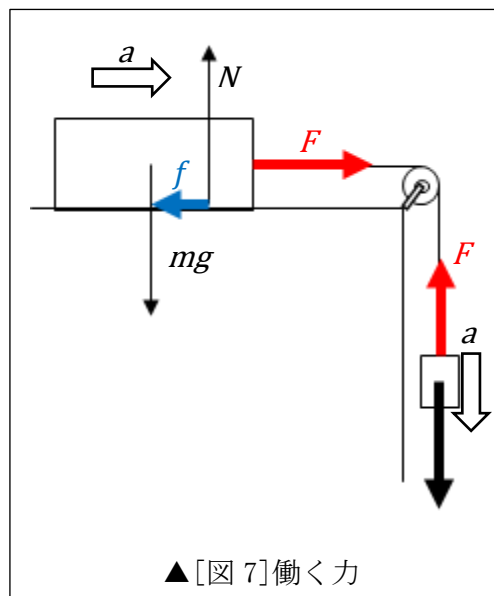
$$ma = F - f \quad \dots(\text{式 2})$$

$$a = \frac{1}{m}F - \frac{f}{m} \quad \dots(\text{式 3})$$

これと実験 2a[グラフ 5]の近似式を比較する。  
 $m$ は台車質量で 0.276 kg。 $f$ については、 $F$ が  
 0.154N の時、 $a$ が 0.245 m/s<sup>2</sup> というデータを代  
 入すると、(式 3)は下のように表せる。

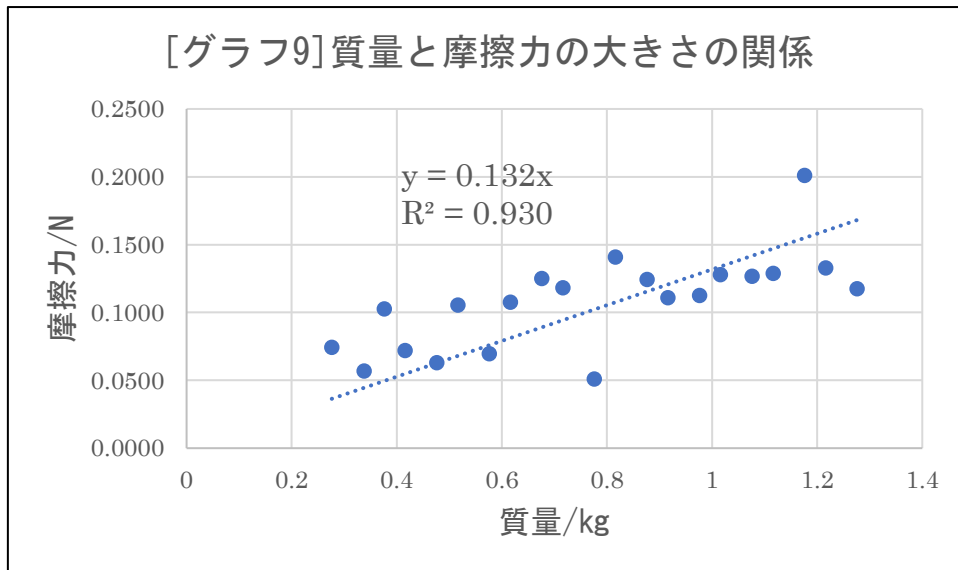
$$a = 3.62 \times F - 0.326$$

これは、実験 2a[グラフ 5]の近似式にほぼ一  
 致するといえる(傾きのずれ +6.0%、y 切片の  
 ずれ +1.0%)。以上より、実験 2a[グラフ 5]で  
 近似直線が原点を通らないのは摩擦力による  
 ためであると、運動方程式を用いて説明でき  
 る。



### 〈実験 2b について〉

(式 2)を利用し、各データについて摩擦力の大きさ算出しグラフ化する。



$$f \approx 0.132 \times m \quad \dots(\text{式 4})$$

また、実験 2b では  $F=IN$  に換算して加速度を求めているため、(式 3)は以下の  
 ように表せる。

$$a = \frac{1}{m} - \frac{f}{m}$$

(式 4)を代入すると、

$$a \approx 0.868 \times \frac{1}{m}$$

これは実験 2b[グラフ 5]の近似式にほぼ一致する(傾きのずれ +0.1%)。以上により、実験 2b における摩擦力の影響が運動方程式により説明できた。

#### 【7】 結論

- ・運動方程式  $ma=f$  が成り立つ。
- ・角運動量  $J$  と物体の慣性モーメント  $I$ 、角速度  $\omega$  の間に  $J=I\omega$  が成り立つ。

#### 【8】 参考資料

[1]国土地理院. “重力値推定計算サービス” .

[https://www.gsi.go.jp/buturisokuchi/grageo\\_index.html](https://www.gsi.go.jp/buturisokuchi/grageo_index.html),

(参照 2021-4-28).

[2]Casio. “三角関数高精度計算” .

<https://keisan.casio.jp/exec/system/1260261251>, (参照 2021-5-2).

[3]MIKI PULLEY. “慣性モーメントの計算式・公式一覧” .

[https://www.mikipulley.co.jp/JP/Services/Tech\\_data/tech24.html](https://www.mikipulley.co.jp/JP/Services/Tech_data/tech24.html),

(参照 2021-6-2).

#### 【9】 謝辞

石川県立金沢泉丘高等学校の、前田学先生には、研究の進め方や枠組みについて有益な助言をいただきました。心より感謝申し上げます。