

カンチレバーの弾性 (10 points)

この問題を始める前に、別の封筒に入っている概要説明書 (General Instructions) を確認せよ。

I. Introduction

カンチレバー梁 (片持ち梁) は、一般的な機械構造の 1 つである (図 1 参照)。カンチレバー梁は、構造設計において、せん断曲げに抵抗するための主要な構造として利用されるだけでなく、ナノエンジニアリングの分野でもよく見られる。ナノカンチレバー梁の弾性応答を解析し、応力とひずみの関係を明らかにすることは、応用物理学において重要である。しかし、ナノ材料の機械的特性を直接測定することは非常に困難である。それは、マクロスケールでの一軸引張試験とは異なり、インデンテーション試験からしか得られないためである。原子間力顕微鏡やナノインデンテーションを用いて力を加えたナノカンチレバー梁の曲げ変形を観察し、そのヤング率を推定することは、マイクロスケールで材料の機械的特性を測定するための最も重要なツールの一つとなっている。

(A)



(B)

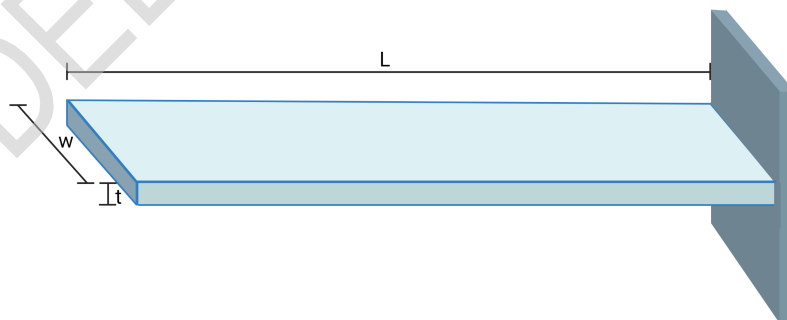
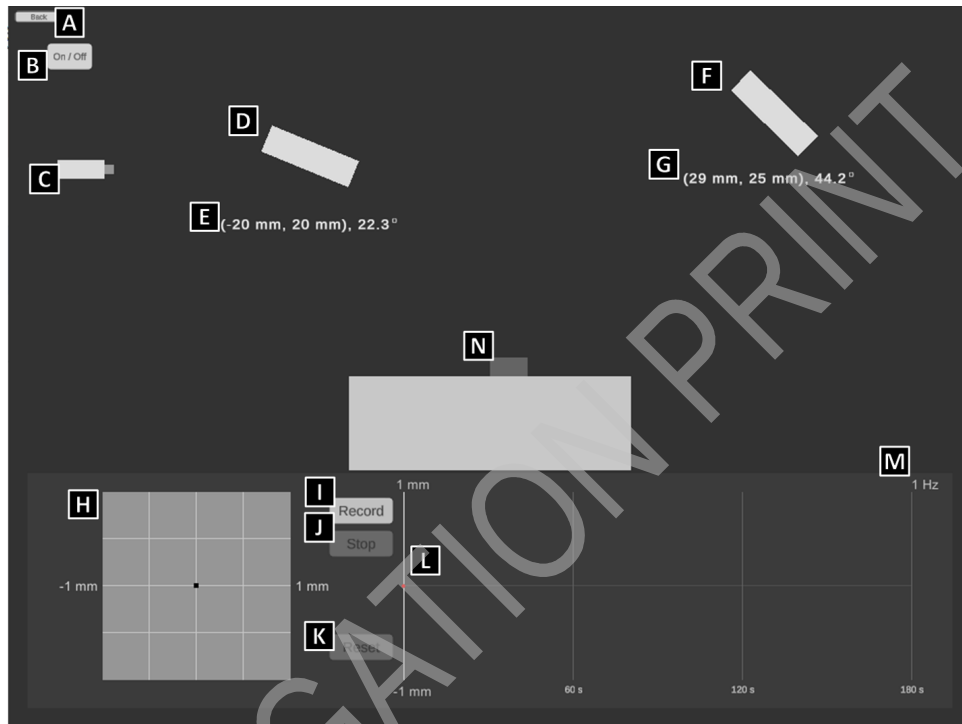


図 1 (A) ナノカンチレバー梁の SEM 像 (B) ナノカンチレバー梁の図。長さ L 、幅 w 、厚さ t である。

II. 機器の紹介

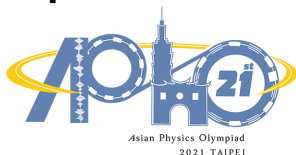
1A



共通

- A. 前のページに戻る
- B. レーザースイッチ
- C. レーザー射出機 (エミッター)
- D. 反射板 (リフレクター) : このデバイスの横にある矢印をクリックして正確にコントロールするか、マウスの左ボタンで直接ドラッグして移動させることができる。
- E. リフレクターの位置 : 位置は 1×10^{-3} mの精度、角度は 0.1° の精度である。
- F. 位置検出機、PSD
- G. 位置検出機の位置 : 位置の座標は 1×10^{-3} mの精度、角度は 0.1° の精度である。
- H. PSD 記録システム : このデバイスの横にある矢印をクリックして正確にコントロールするか、直接マウスの左ボタンで水平方向に移動するようにドラッグすることができる。このシステムの領域は、縦方向・水平方向に $\pm 1 \times 10^{-3}$ mの範囲。
- I. PSD レコーダー : 録画開始ボタン
- J. PSD レコーダー : 録画停止ボタン
- K. PSD レコーダー : リセット録画ボタン
- L. PSD の記録履歴 : 測定値は 0.0001×10^{-3} mの精度を持ち、最長で 180 秒の記録が可能。チャート上でマウスの左ボタンを押すか、キーボードの矢印キーをクリックすると、データを照会することができる。

Experiment

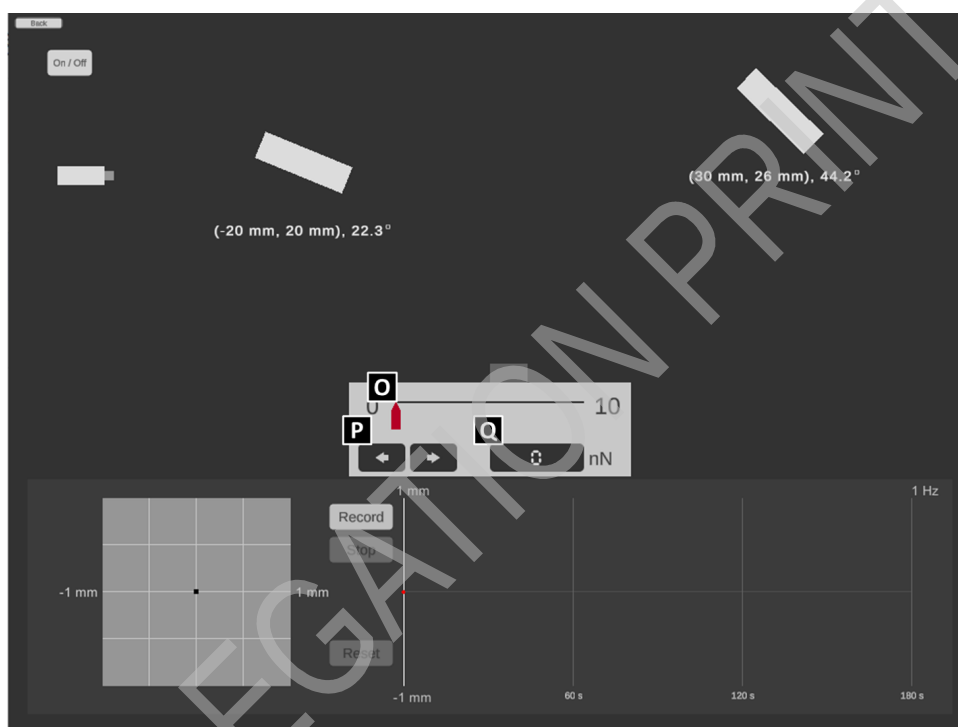


Q1-3

Japanese (Japan)

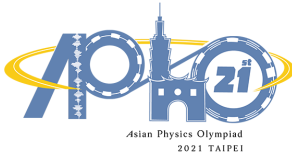
- M. PSD 記録周期：1Hz
- N. 片持ち梁の保持器：キャリアの左上隅の座標は (0, 0) であり、片持ち梁は左上端に設置されている。

1B



- O. 点荷重のコントローラ：赤いカーソルをドラッグして水平方向に移動することで力をコントロールできる。
- P. 点荷重のマイクロコントローラ：マウスの左ボタンで矢印ボタンをクリックすることで、力を正確にコントロールすることができる。
- Q. 点荷重の表示：精度は最大で 0.01×10^{-9} N。

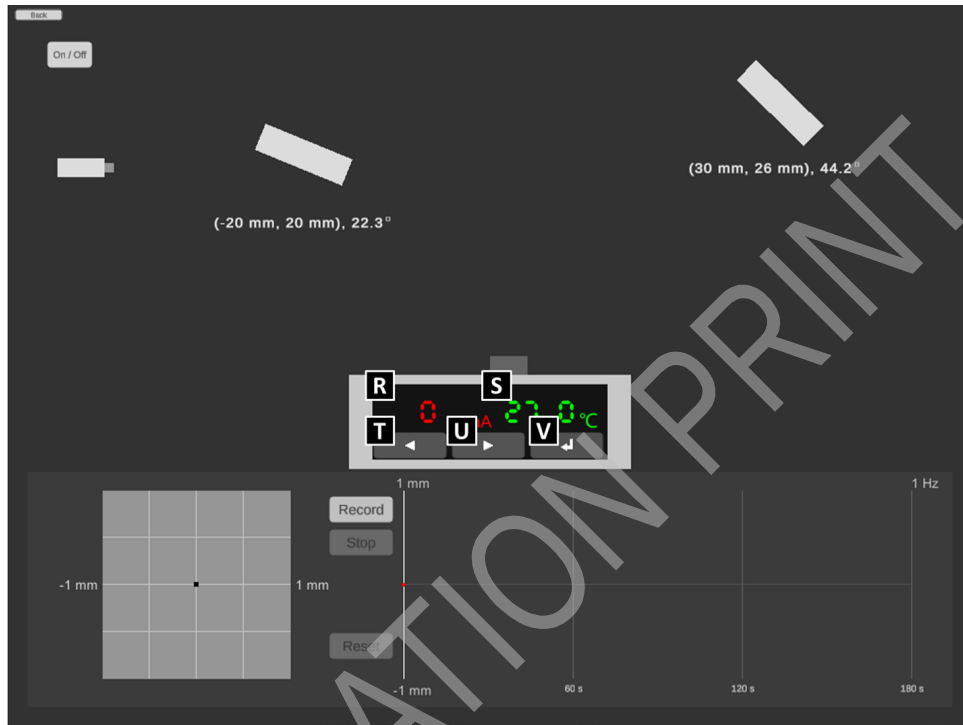
Experiment



Q1-4

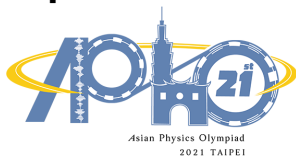
Japanese (Japan)

1C



- R. ヒーターの電流を最高 $1 \times 10^{-3} \text{A}$ 精度で表示する。
- S. ヒーターの温度は、最大 0.1°C の精度で表示する。
- T. ヒーターの電流を減らすためのボタン：一度のクリックあたり $2 \times 10^{-3} \text{A}$ 。
- U. ヒーターの電流を増やすためのボタン：一度のクリックあたり $2 \times 10^{-3} \text{A}$ 。
- V. 電流の変化を設定するボタン：サンプルを加熱したり冷却したりする時間は、現実と同じように必要であり、任意に温度をリセットすることはできない。従って、サンプルを過剰な電流（過電流）で加熱し過ぎると冷却に必要な時間が増大するので注意せよ。

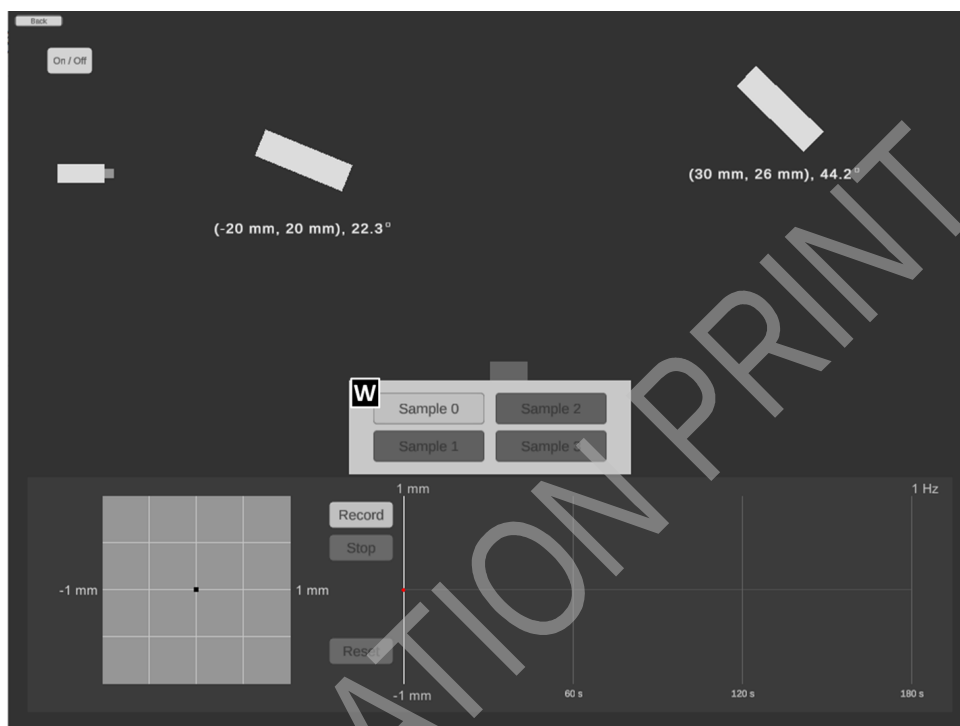
Experiment



Q1-5

Japanese (Japan)

1D



- W. サンプルスイッチ：マウスの左ボタンで直接クリックしてテストサンプルを切り替える。

III. Experiment

注：データと答は必ず指数表記と SI 単位で表すこと。長さの単位はメートルを用いること。

パート A. 光路の調整

ナノカンチレバー梁のたわみを光学顕微鏡で直接計測することは容易ではない。そこで、レーザーの直進性と反射性を利用して、位置検出センサー（PSD）で反射を測定することにする。本実験で使われるナノカンチレバーの長さ L は約 $100 \times 10^{-6} \text{m}$ である。プログラム 1A を使用し、質問 A.1~A.3 に答えよ。

- | | | |
|-----|---|-------|
| A.1 | レーザースポットがカンチレバー梁の反射領域の真ん中に当たるように光路を設計せよ。レーザースポットが PSD 表示画面の原点付近に安定して現れることを確認し、各部分の相対的な位置関係（座標と角度）を解答用紙に記入せよ。 | 0.6pt |
| A.2 | 装置の電源を入れるとカンチレバー梁が乱れるため、安定した状態になるまで時間がかかることがある。装置の電源を入れた後、プログラムの右下に PSD 上の光点の位置と時間の図が表示される。"Record" ボタンを押した後、外乱の下で、PSD 上の交点の位置 d を 3 秒ごとに記録せよ。少なくとも 40 点記録した後 "Stop" ボタンを押してデータ取り込みを停止せよ。 | 0.8pt |
| A.3 | A.2 で得られたデータのうち、安定した区間を利用して、実験環境の変動下でのこのカンチレバー梁の測定の基準値を求めよ。（ \bar{d} は d の平均値） | 1.0pt |

注：測定の便宜上、カンチレバーは環境擾乱の影響下で安定状態に達していると仮定している。つまり、光学部品の振動は測定値に影響を与えない。

注：データと答えは必ず指数表記と SI 単位で表すこと。また、長さの単位はメートルを用いること。

注：パート B では、データ解析における標準偏差の算出は必要ない。

パート B. カンチレバー梁の変形とヤング率の算出

カンチレバー梁の材料のヤング率は、原子間力顕微鏡やナノインデンテーション試験機を用いてカンチレバー梁の自由端に外力を加えることで求めることができる。その時の変形量を測定することで、ヤング率の大きさが得られる。ナノカンチレバーに力を加えたとき、その変形量が材料の弾性限界を超えなければ、力と自由端の変形量の相関関係は次のように定式化できる。

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} \quad (1)$$

ここで F は端点にかかる力、 E はヤング率、 I はカンチレバー梁部分の断面二次モーメント、 L はカンチレバー梁の長さ、そして δ は曲げ変形の大きさである。断面二次モーメント I は、曲げ変形を受ける物体の断面の大きさが曲げ変形に与える影響を反映した物理量である。断面二次モーメントの値は、単純な積分によって算出することができる。図 2 に示すように、カンチレバー梁があり、その断面高さが t 、幅が w であるとき、その断面二次モーメントは次のように積分で計算できる。

$$I = \int_A y^2 dA = \frac{1}{12}wt^3 \quad (2)$$

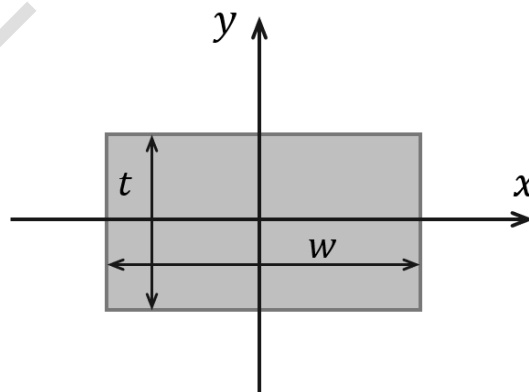


図 2 カンチレバー梁断面の模式図。

この実験で使われるカンチレバーの L は 100×10^{-6} m、 w は 35×10^{-6} m、 t は 0.20×10^{-6} m である。基板材料にはシリコンが使用され、その標準的なヤング率 E は 280×10^9 Pa である。

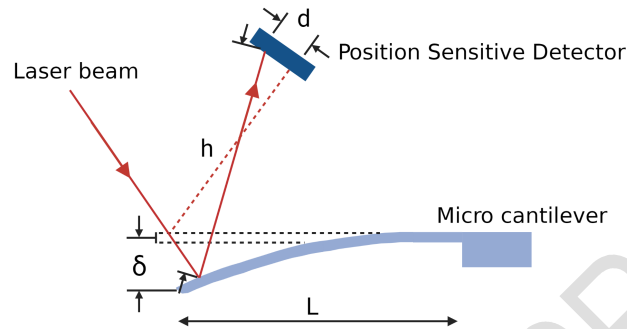


図 3. 光テコの配置を示す図。

プログラム 1B を使用し、質問 B.1~B.3 に答えよ。

B.1 外力が 0 N の時の光路を設定せよ。1.0pt
 カンチレバーの反射領域の中央にレーザースポットが当たるようにして、PSD 表示画面の中央付近にレーザースポットが安定して現れることを確認せよ。このデータを表に記録して、測定基準値 d_0 を求めよ。この時の PSD 上のレーザースポットの位置を変位量 $\Delta d = 0$ とする。続いて、カンチレバーに大きさの異なる 5 つの外力を加え、実験結果を解答用紙の表に記入せよ。

B.2 表を埋めよ。曲げ変形の大きさ δ を y 軸、PSD 上のレーザースポットの位置の平均 Δd を x 軸としてグラフを描け。1.0pt

B.3 図 3 に示されているように、光テコの関係式 $\delta = C_1 \overline{\Delta d}$ から C_1 の値を算出せよ。0.4pt

注：測定の便宜上、カンチレバーは環境擾乱の影響下で安定状態に達していると仮定している。つまり、光学部品の振動は測定値に影響を与えない。

注：データと答えは必ず指数表記と SI 単位で表すこと。また、長さの単位はメートルを用いること。

注：パート C では、データ分析における標準偏差の算出は必要ない。

パート C. 二重層カンチレバー梁

二重層カンチレバー梁は、ナノエンジニアリングアプリケーション（IC プリント基板やナノブレーキなど）によく使われる構造体である。この構造体は、加熱されると異なる速度で膨張する異なる材料の 2 つの層で構成されている。

ティモシェンコの梁理論では、曲げ剛性の違いが考慮されている。図 4 は、2 つの層からなる複層カンチレバー梁で、厚さは t_1 と t_2 、熱膨張係数は α_1 と α_2 、ヤング率は E_1 と E_2 である。

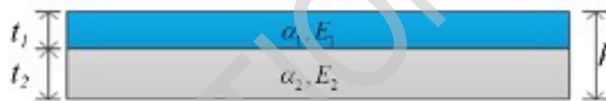


図 4. カンチレバーとして使用する二重層材料の模式図。

梁理論によれば、この 2 つの層のひずみは次のように書かれる。

$$\gamma_1 = \alpha_1 \Delta T + \frac{P_1}{w t_1 E_1} + \frac{t_1}{2r} \quad (3)$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 \Delta T + \frac{P_2}{w t_2 E_2} + \frac{t_2}{2r} \quad (4)$$

ここで、 P_i は正味の力、 ΔT は温度差、 w は幅、 r は曲率半径である。図 4 に示すように、正味の力がバランスする必要がある。合成モーメント M と正味の力 P_i の関係は次のように書ける。

$$M = \sum_i P_i \frac{h}{2} \quad (5)$$

合成モーメント M は曲げ剛性 $E_i I_i$ と曲率半径 r の関数として次のように書ける。

$$M = \sum_i \frac{E_i I_i}{r} \quad (6)$$

E_i はヤング率で I_i は断面二次モーメント。境界条件では、ひずみが連続していることが必要であり、 $\gamma_1 = \gamma_2$ である。この境界条件により、以下の式が得られる。

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(T - 300)}{\frac{2}{hw} \left(\frac{t_1 E_1 + t_2 E_2}{t_1 E_1 t_2 E_2} \right) (E_1 I_1 + E_2 I_2) + 0.5h} \quad (7)$$

$$\delta = \kappa L^2 \quad (8)$$

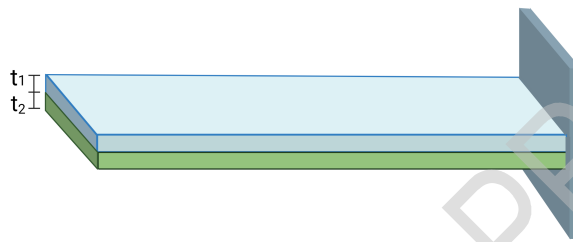


図5：2層構造の梁（上層は金属X、下層はシリコン）。

二重層梁の構造を図5に示す。この実験のパラメータは以下の通りである。 L は 100×10^{-6} m、 w は 35×10^{-6} m、 t_2 は 0.2×10^{-6} m、 t_1 は 0.04×10^{-6} m、熱膨張係数 α_1, α_2 は $14.2 \times 10^{-6}/\text{K}, 0.8 \times 10^{-6}/\text{K}$ 、断面二次モーメント I_1, I_2 は 1.867×10^{-28} m⁴, 2.333×10^{-26} m⁴。下層はシリコンベースで、シリコンのヤング率 E は 280×10^9 Pa。プログラム1Cを使用し、質問C.1~C.3に答えること。

- | | | |
|------------|--|-------|
| C.1 | 光路を含んだ簡単な実験図を設定せよ。レーザー光が反射領域の中央付近を示すようにする。室温のデータを記録し、測定基準 d_0 を求めて、 $\Delta d = 0$ の基準とする。その後、温度を上げていき、二重層梁が安定するまで待ってからデータを記録せよ。少なくとも5つの異なる温度で実験し、解答用紙の表にデータを記録せよ。 | 1.0pt |
| C.2 | 表に値を記入せよ。曲げ変形の大きさ δ を y 軸とし、温度 T を x -軸とするグラフをプロットせよ。データ解析により、傾きを求めよ。B.3の δ と Δd の相関関係を利用してよい。 | 1.0pt |
| C.3 | C.2のデータを使用して、上層部の材料のヤング率を計算せよ。 | 0.6pt |

注：測定の便宜上、カンチレバーは環境擾乱の影響下で安定状態に達していると仮定している。つまり、光学部品の振動は測定値に影響を与えない。

注：データと答えは必ず指数表記と SI 単位で表すこと。また、長さの単位はメートルを用いること。

注：パート D では、データ分析における標準偏差の算出は必要ない。

パート D. カンチレバー梁の分子吸収による曲げのテスト

合成型カンチレバー梁は、ナノ駆動装置としてだけでなく、ナノスケールセンサーとしても利用できる。例えば、図 6 は、2 層構造のカンチレバー梁の表面にマイクロ流路を設け、その上にタンパク質層をコーティングしたナノタンパク質センサーである。カンチレバーに別のバイオタンパク質を吸着させると、分子間のファンデルワールス相互作用により、タンパク質の固有の特性に応じた表面応力が発生し、その結果、梁の曲がりを検出することができる。

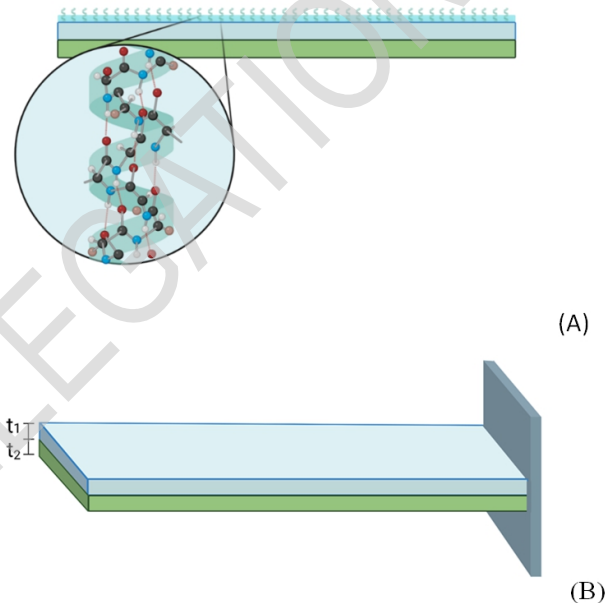


図 6. A) ナノセンサーに用いられる 2 層構造のカンチレバー梁。上層はタンパク質層でコーティングされている。B) カンチレバー構造の模式図（大きさは正確ではない）。上の層は金属 X、下の層はシリコンでできている。

今回の実験で使用した2層構造のカンチレバー梁の模式図を図6(B)に示す。長さ L はおよそ $\sim 100 \times 10^{-6}$ m, $w \sim 35 \times 10^{-6}$ m, $t_2 \sim 0.2 \times 10^{-6}$ m, $t_1 \sim 0.04 \times 10^{-6}$ m. 下の層は基板としてシリコンを使用している。シリコンのヤング率は 280×10^9 Pa で、被覆率 (CR) はサンプル0が ~ 0 、サンプル1が $\sim 1\%$ である。コーティングされた分子の厚さやヤング率がカンチレバー梁に与える影響は、その量や CR が小さいため無視することができる。有効な曲げ剛性を $EI^* \approx 1.84 \times 10^{-13}$ N·m² とせよ。プログラム 1D を使用し、質問 **D.1**~**D.4** に答えてよ。

D.1	反射したレーザースポットが反射ゾーンの中心に位置するように、つまり PSD 画面の原点にレーザースポットが安定して現れるように、サンプル0の光路を設定すること。測定した基準値 d_0 をデータシートの表に記録せよ。この点でレーザースポットの変位 Δd はゼロ、すなわち $\Delta d = 0$ である。その後、サンプル1で実験を繰り返せ。解答をデータシートの表に記録せよ。なお、サンプル1は被覆率 CR がすべてのサンプルの中で最も高いことに注意すること。	0.6pt
D.2	曲げ変形の大きさ δ と被覆率 (CR) の関係は、次のように表せると仮定する： $\delta = C_2 \frac{CR}{EI} L^4$ 。D.1 で得られたデータをもとに C_2 を評価せよ。B.3 の δ と Δd の相関関係を利用してもよい。	0.6pt
D.3	ここでは同じ分子だが CR が異なるサンプル2とサンプル3を使う。両サンプルの PSD 画面に示されたスポット変位 Δd を測定せよ。答えをデータシートに記録せよ。	0.8pt
D.4	サンプル2とサンプル3の CR を評価せよ (%で表示)。	0.6pt