

シュテルン・ゲルラッハの実験

シュテルン・ゲルラッハの実験は1922年に行われ、それによって電子の磁気モーメントが決定された。

この実験では、質量 $m = 1.80 \times 10^{-25}$ kg の銀原子が、温度 $T = 1.20 \times 10^3$ K に保たれたオーブンから飛び出してくる (図1を見よ)。オーブンから飛び出してくる原子は進行方向 (z 方向) にすべて同じ運動量を持っているとしよう。重力は無視する。

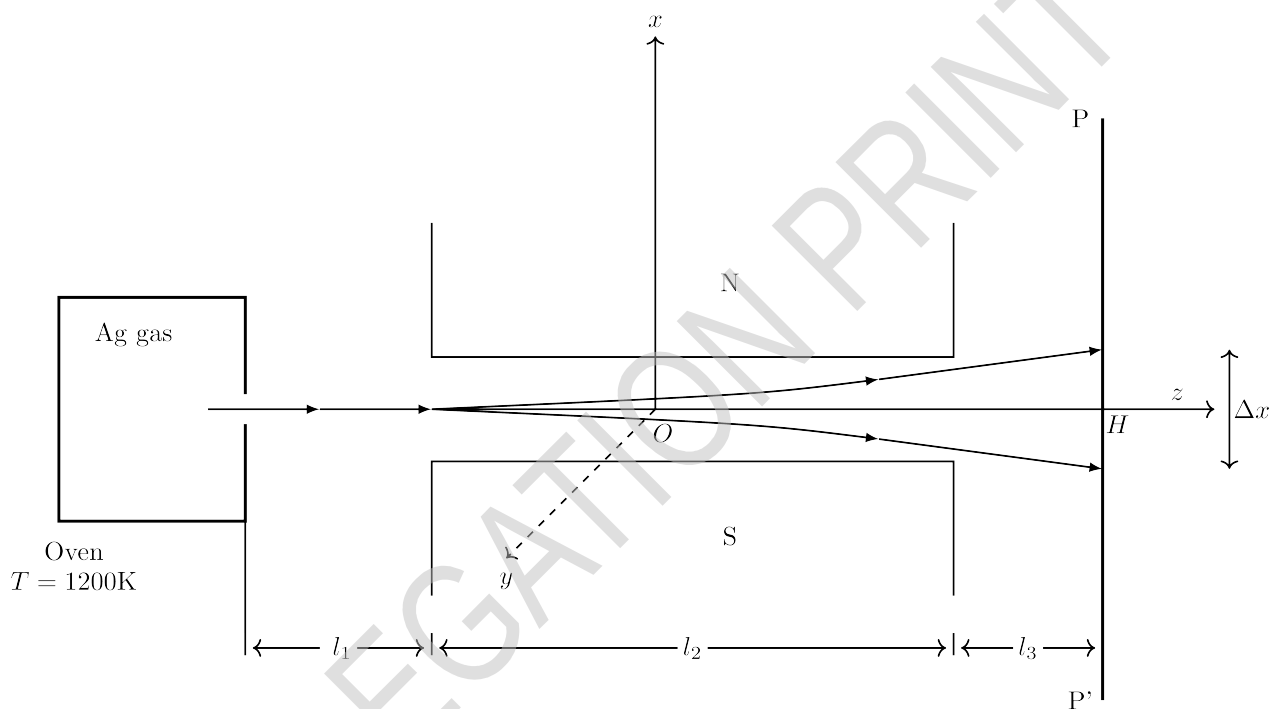


図1：シュテルン・ゲルラッハの実験の概念図。

A.1 銀原子の速さ：

オーブンから飛び出してくる銀原子の速さ v_z は、等分配則を用いて $\sqrt{3k_B T/m}$ と見積もられる。この値を計算せよ。

0.5pt

B.1 基本的表式：

2pt

オープンから飛び出した銀原子は、 z 方向に距離 $l_1 = 0.25$ m 進む。次に、銀原子は2つの磁石の間を距離 $l_2 = 0.5$ m 移動する。この磁石は x 方向に変化する非一様な磁場 B を生じ、その傾き dB/dx は一定である。銀原子の磁気モーメント $\vec{\mu}_s$ は $+x$ 方向または $-x$ 方向を向いている、すなわち、 $\vec{\mu}_s = \pm\mu_s\hat{i}$ としよう。磁石の間を通り抜けた後、銀原子は更に距離 $l_3 = 0.25$ m 移動し、スクリーン PP' に到達する。ビームは2つに分かれて、スクリーンに到達する。その間の距離を Δx とする。距離 Δx に対する表式を求めよ。

非一様な磁場：

ここでは、非一様な磁場 ($dB/dx \neq 0$) を生成する装置の配置について議論する。装置はいくつかの部分からなる。2本の非常に長い電線が、 z 軸に平行に $A_1(0, -a, z)$ と $A_2(0, a, z)$ に置かれており、その中を大きさ I_0 の電流が流れている。 $y = -a$ を通る電線を通る電流の方向は $-\hat{k}$ で、 $y = a$ を通る電線の電流の方向は \hat{k} である。装置全体は大きな比透磁率 μ_r をもつ媒質中にあり、 $\mu = \mu_0\mu_r$ とする。電線は絶縁されており、媒質への漏電はない。

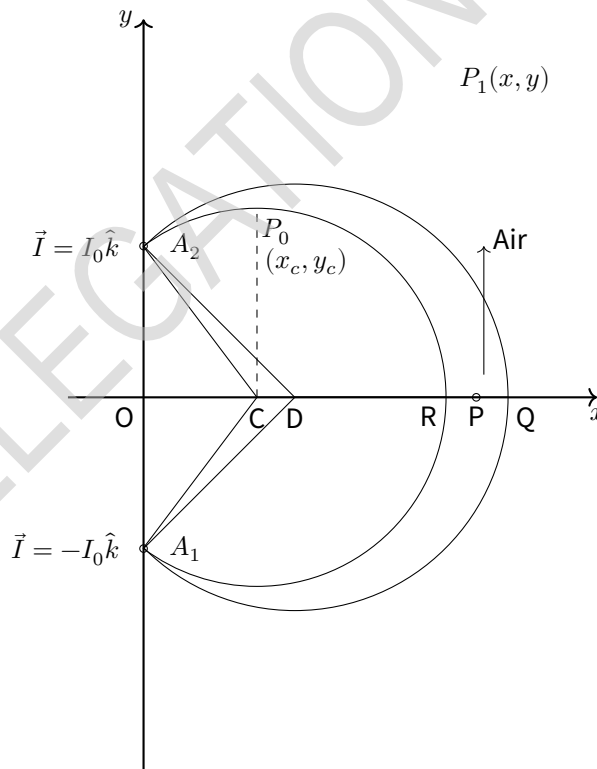


図2：非一様な磁場を生成する装置の配置

C.1

1.5pt

$x - y$ 平面上の点 $P_1(x, y, 0)$ における磁場ベクトルの表式を導け (図2参照)。

C.2

0.5pt

中心 C が x 軸上の点 $(x_c, 0)$ で、半径が距離 AC に等しい円を考えよう (図 2 参照)。2 つの円周上の点 R および P_0 における磁場の方向を求めよ。ただし、点 R は x 軸上にある円周上の点、 P_0 は CP_0 が y 軸に平行となる円周上の点である。

C.3

0.5pt

さて、 AC および AD を半径とする 2 つの円の間の、透磁率の大きな媒質の薄片を取り除いて、低い圧力の空気置き換えた (図 2 参照)。連続性の議論より、その空隙における磁場は、磁性媒質を取り除かなかった時と同じ表式で与えられることを示せる (ここではこれを仮定し、示す必要はない)。このことより、空隙中の点 $(x, 0)$ における磁場の表式を求めよ。

D.1

力:

0.5pt

すでに述べたように、銀原子は $(x, 0, z)$ 面を z 軸に平行に速度 $\vec{v} = v_z \hat{k}$ で移動する。また、銀原子の磁気双極子は $\vec{\mu}_s = \pm \mu_s \hat{i}$ であった。銀原子に働く x 方向の力の大きさ F_x に対する表式を、 μ_s, I_0, a, μ および関連する座標を用いて求めよ。

E.1

磁場とその勾配:

2.0pt

この力 F_x が z 軸に沿った短い距離 l_2 進む間、働くとする (図 1)。また、銀原子は RQ の中点 P を通り抜けるとしよう (図 2)。以下の実験値が与えられている:

$$\mu/\mu_0 = 10^4, \quad a = 0.60 \text{ cm}, \quad OC = 0.60 \text{ cm}, \quad OD = 0.80 \text{ cm}, \quad I_0 = 2.00 \text{ A}.$$

ここで、 μ_0 は真空の透磁率である。この中点 P における、磁場の大きさ B_P 、および、その勾配 dB_P/dx の値を、S.I. 単位で求めよ。

F.1

銀原子の磁気モーメント:

1.5pt

$v_z = 500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ で、磁場が上で計算したものの時、このシュテルン・ゲルラッハの実験ではスクリーン上の 2 つのビームの分裂距離は $\Delta x = 0.20 \text{ cm}$ となる。銀原子の磁気モーメントの値 μ_s を S.I. 単位で求めよ。

G.1 ラインの広がり：

0.5pt

銀原子は全て同じ速さとはかぎらない。ビームの速さに 20% の広がりがあったとしよう。
その場合、スクリーン上の点の広がり δx はいくらか。

H.1 磁気モーメントの見積もり誤差：

0.5pt

その場合、磁気モーメントの見積もりの誤差の大きさ $\delta\mu_s$ はいくらか。

DELEGATION PRINT