

## EQ1: 模範解答

### A.1 (1.0点)

それぞれの軸に沿って磁石を動かし、磁場の変化を測定する。例えば、もし磁石のN/Sの向きをスマートフォンの長手方向にして、磁石を長さ方向に動かすと、磁石が磁気センサーのある高さを通過するときに磁場の符号が変化する。

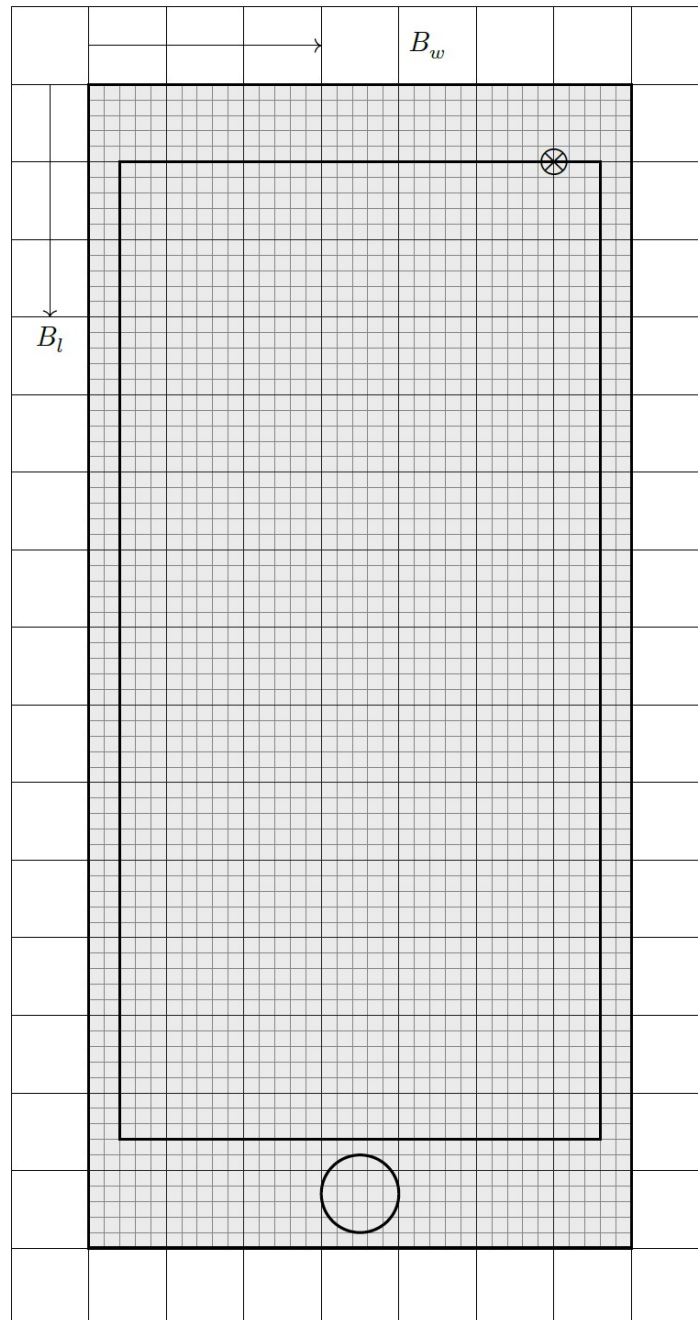


図 1

## A.2 (2.3点)

双極子モーメントを測定するための部品配置の例

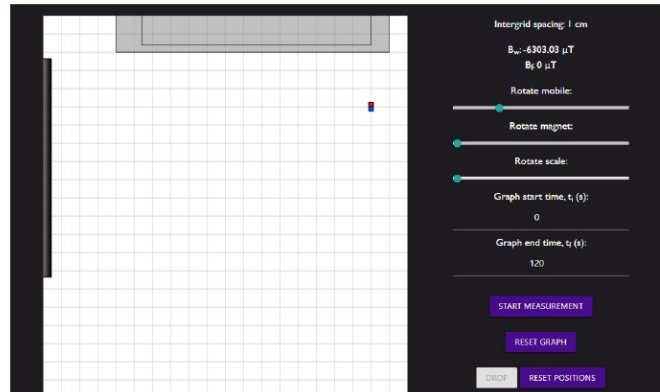


図 2

双極子の中心から距離  $x$  ( $x \gg d$ ) の位置における点双極子の磁場  $B_w$  は次式のように近似できる。

$$B_w = \frac{\mu_0 M}{2\pi x^3} \quad (1)$$

式を変形すると、次式が得られる。

$$B_w = \frac{\mu_0 M}{2\pi} \times \frac{1}{x^3} \quad (2)$$

(2) 式から、 $B_w$  を  $1/x^3$  に対してプロットすると、原点を通る直線が得られることが分かる。傾きを求めることで、磁石の双極子モーメントが得られる。

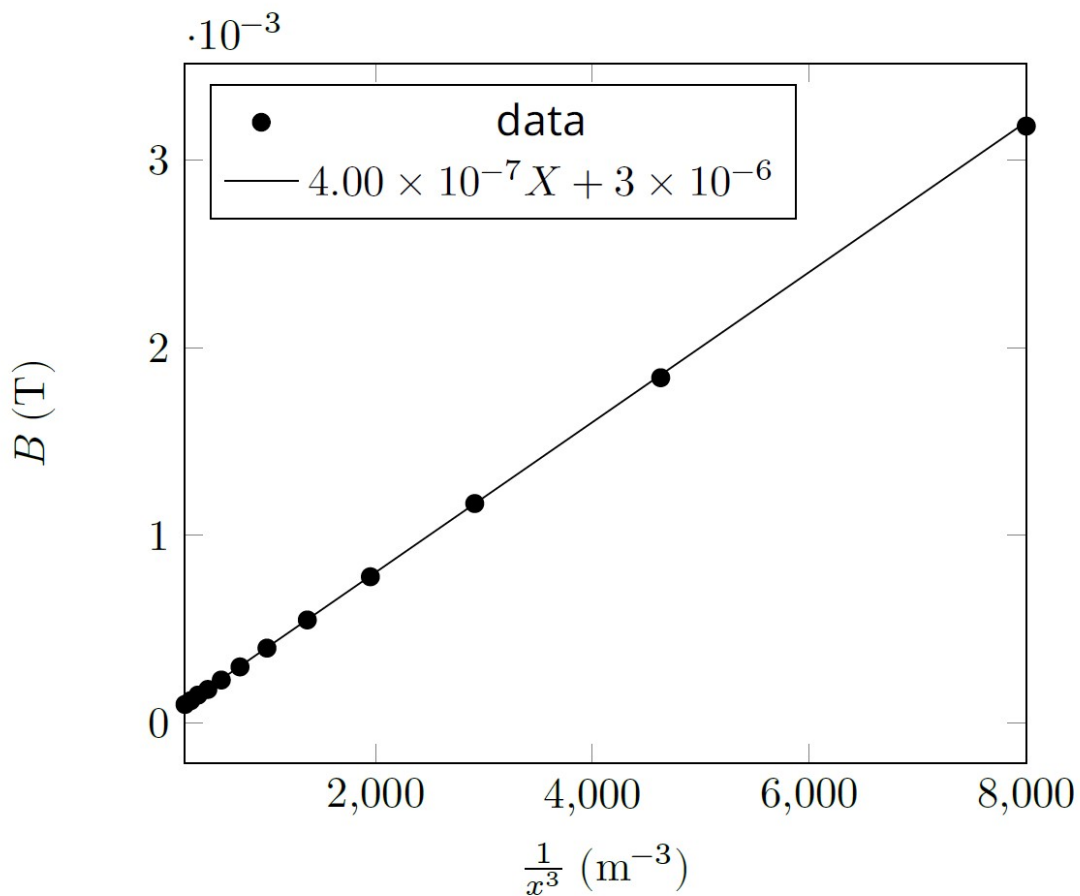
**A.2 (続き) 磁石の双極子モーメント:**

適切な物理量を表に記入する。

Sr.No	$x$ (cm)	$B_w$ ( $\mu\text{T}$ )	$\frac{1}{x^3}$ ( $\text{m}^{-3}$ )	$B_w$ (T)
1	5	3177.63	8000	0.00317763
2	6	1841.06	4629.63	0.00184106
3	7	1170.34	2915.45	0.00117034
4	8	783.69	1953.13	0.00078369
5	9	550.22	1371.74	0.00055022
6	10	403.42	1000	0.00040342
7	11	301.21	751.31	0.00030121
8	12	231.96	578.7	0.00023197
9	13	181.58	455.17	0.00018158
10	14	146.03	364.43	0.00014603
11	15	118.72	296.3	0.00011872
12	16	98.18	244.14	0.000099

(2) 式から、 $B_w$ を $1/x^3$ に対してプロットすると、原点を通る直線が得られることが分かる。磁石の双極子モーメントは傾きから計算される。

A.2 (続き)

 $B_w$  vs  $\frac{1}{x^3}$  のグラフ


グラフの傾き:  $4.00 \times 10^{-7} \text{Nm}^2/\text{A}$

磁石の双極子モーメント:  $2.00 \text{Am}^2$

**B.1 (0.3点)**

下図のように、スマートフォンを回転し、磁石とパイプをスマートフォンの幅方向に沿って配置する。

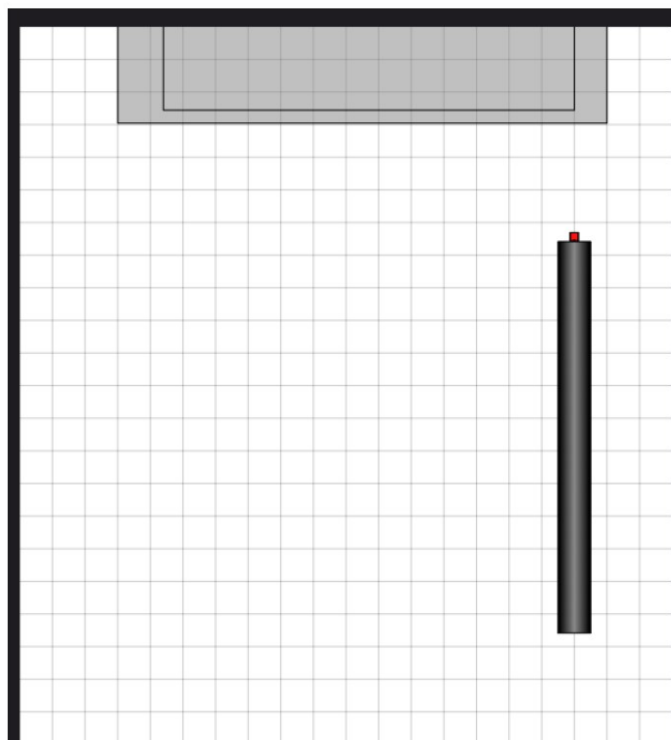


図 3

磁気センサーの位置を原点とし、そこから  $x_0$  の距離に磁石を静止して置く場合を考える。パイプの軸に沿って磁石を離すと、磁石はパイプの中を落ちて始める。パイプの導電性のある部分においては、渦電流による抵抗によって、磁石は短時間加速された後に終端速度  $v$  に到達する。この場合、磁気センサーにより測定される磁場  $B_w$  の時間変化は次式のようなになる。

$$B_w(t) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{(x_0 + vt)^3} \quad (3)$$

(3) 式を変形すると (4) 式になる。

$$\left( \frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)} \right)^{1/3} = vt + x_0 \quad (4)$$

### B.1 (続き)

得られた磁場の時間変化の様子は、磁石の運動に3つの領域 (AB, BC, 及びCD) が存在することを明確に示している (図4参照)。

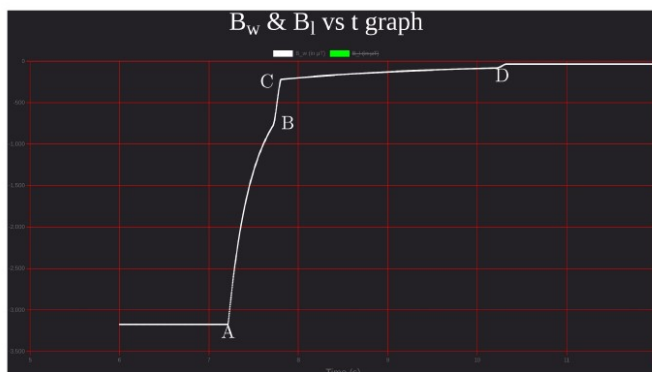


図4

3つすべての領域に対して ( $B_w$ と $t$ ) のデータを収集し、式 (4) にしたがってプロットする。パイプの加速領域 (木の部分) では、グラフは直線ではなく、パイプの導電性の部分 (アルミニウム (Al)と銅 (Cu)) では、磁石は終端速度で運動し、グラフは直線となる。パイプの導電性の部分で終端速度に達するまでに加速するのに要する時間はほぼ無視できる。

次ページ以降の解答に示すグラフから、明らかに次のような順番であることが分かる。

Section	Section number
Aluminium	1
Copper	3
wood	2

導電性は銅の方がアルミニウムよりも高いため、終端速度は銅の部分の方がアルミニウムの部分よりも遅い。

**B.2 (2.6点)**

アルミニウム部分における磁石の終端速度:

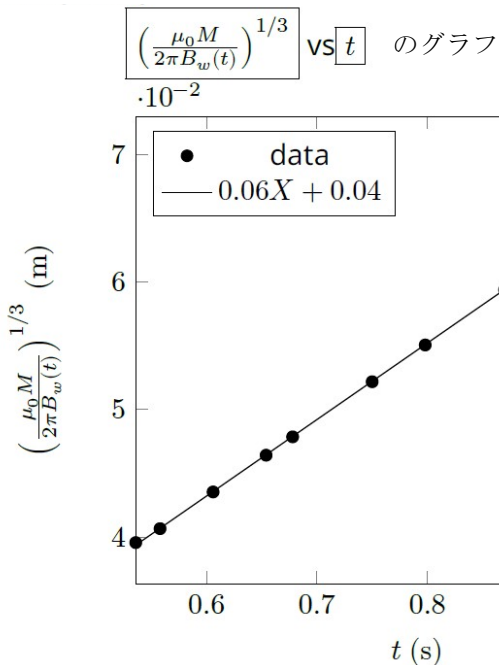
適切な物理量を表に記入する。

Sr.No	$B_w$ ( $\mu\text{T}$ )	$t$ (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	$v$ (m/s)
1	6462.28	0.534	0.0396	0
2	6462.28	0.536	0.0396	0.01
3	5954.24	0.558	0.0407	0.06
4	4850.05	0.606	0.0435	0.06
5	4002.02	0.654	0.0464	0.06
6	3651.48	0.678	0.0478	0.06
7	2817.43	0.75	0.0522	0.06
8	2397.97	0.798	0.055	0.06
9	1911.68	0.87	0.0594	0.06
10	1548.47	0.942	0.0637	0.06
11	1448.01	0.966	0.0651	0.06
12	1356.06	0.99	0.0666	0.06
13	1194.26	1.038	0.0694	0.06
14	1188.09	1.04	0.0696	0.14
15	1142.95	1.05	0.071	

速度  $v$  の列は前方差分で得られる。 $\frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$ .

(4) 式から  $\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$  を  $t$  に対してプロットすると、直線になる。直線の傾きから終端速度が得られる。

## B.2 (続き)



グラフの傾き： 6 cm/s

アルミニウム部分における磁石の終端速度： 6 cm/s

アルミニウム部分の長さ：

グラフの傾き： 使用しない

グラフの y 切片： 使用しない

[訳者注： 別解 使用する (傾きから速度を求め、通過時間を乗じてアルミニウム部分の長さを求める)]

上の表の第4列の値は、実際には磁気センサーから磁石までの距離を表している。速度(第5列)は前方差分により計算した。0.536 sにおいて磁場の変化が始まったことに注意しよう。これは、磁石が落ち始めた時間を表している。磁石は直ちに終端速度 6 cm/s に到達している。速度の変化(もしグラフをプロットすると速度と時間のグラフが直線から外れる)が1.040 sで起きている。これは、この時点で磁石がパイプのアルミニウムの部分から外に出たことを示唆している。

アルミニウム部分の長さ =  $(1.040 - 0.536) \times 6 \text{ cm} = 3.024 \text{ cm}$

[訳者注： 原文では長さを4桁で表示されているが、速度の有効桁(グラフから2~3桁)を考慮すると2桁が妥当]



## B.3 (2.2点)

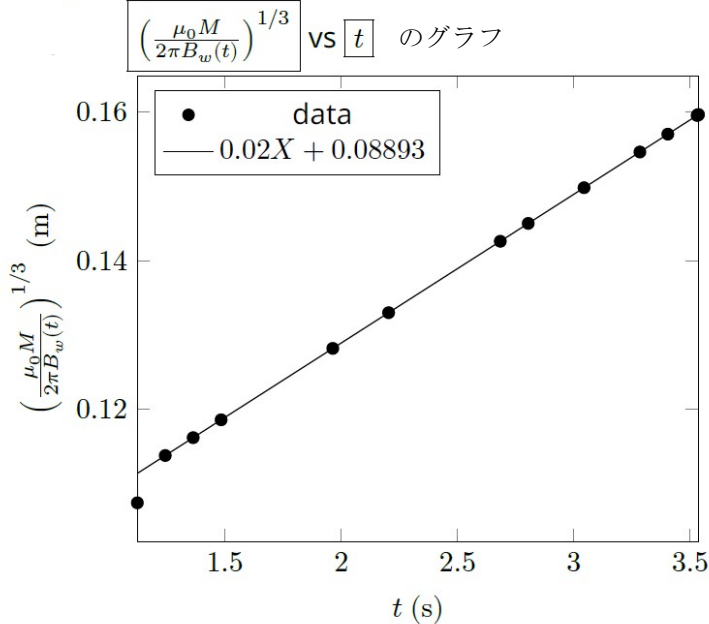
銅部分における磁石の終端速度：  
適切な物理量を表に記入する。

Sr.No	$B_w$ ( $\mu\text{T}$ )	$t$ (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	$v$ (m/s)
1	338.23	1.122	0.106	0.85
2	322.39	1.124	0.1075	0.87
3	271.32	1.244	0.1138	0.02
4	254.86	1.364	0.1162	0.02
5	239.70	1.484	0.1186	0.02
6	189.79	1.964	0.1282	0.02
7	169.97	2.204	0.1330	0.02
8	137.91	2.684	0.1426	0.02
9	131.17	2.804	0.1450	0.02
10	118.96	3.044	0.1498	0.02
11	108.22	3.284	0.1546	0.02
12	103.34	3.404	0.1570	0.02
13	98.52	3.53	0.1595	0.02
14	98.44	3.532	0.1596	0.02
15	98.37	3.534	0.1596	0.02
16	98.30	3.536	0.1597	0.05
17	98.22139	3.538	0.1597	

速度  $v$  の列は前方差分で得られる。  $\frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$ .

(4) 式から  $\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$  を  $t$  に対してプロットすると、直線になる。直線の傾きから終端速度が得られる。

## B.3 (続き)



グラフの傾き： 2 cm/s

銅部分における磁石の終端速度： 2 cm/s

## 銅部分の長さ：

グラフの傾き： 使用する

グラフの y 切片： 使用しない

[訳者注： 別解 使用しない (磁場の大きさから距離を求め、入る時刻、出る時刻での距離の差から銅部分の長さを求める) ]

パイプの銅部分の長さは  $v_c t_c$  で計算される。ここで、 $v_c$  はパイプの銅部分における磁石の終端速度、 $t_c$  はパイプの銅部分を磁石が通過するのにかかる時間である。

上の表から、磁石は銅部分に 1.124 s において入り、急激な速度変化が見られる 3.536 s に出ている。

$$\text{銅部分の長さ} = (3.536 - 1.124) \times 2 \text{ cm} = 4.842 \text{ cm}$$

[訳者注： 原文では長さを 4 桁で表示されているが、速度の有効桁 (グラフから 2~3 桁) を考慮すると 2 桁が妥当]

## B.4 (1.6点)

木製部分の長さ：

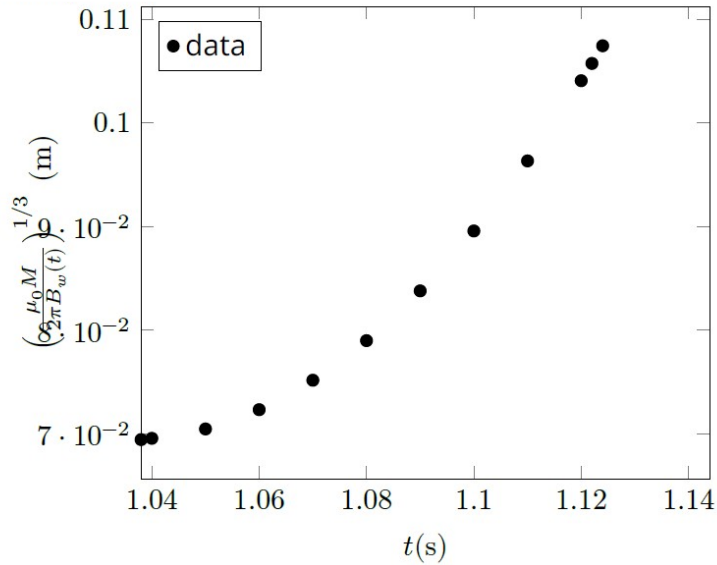
適切な物理量を表に記入する。

Sr.No	$B_w$ ( $\mu\text{T}$ )	$t$ (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	$v$ (m/s)	$a$ ( $\text{m/s}^2$ )
1	1194.26	1.038	0.0694	0.06	4
2	1188.09	1.04	0.070	0.14	5.66
3	1142.95	1.05	0.071	0.15	9.8
4	1056.94	1.06	0.072	0.25	9.8
5	941.55	1.07	0.075	0.34	9.8
6	811.40	1.08	0.079	0.44	9.8
7	679.75	1.09	0.084	0.54	9.8
8	556.44	1.1	0.090	0.64	9.8
9	447.31	1.11	0.096	0.74	9.8
10	354.74	1.12	0.104	0.83	9.8
11	338.23	1.122	0.106	0.85	-334.92
12	322.39	1.124	0.108	0.18	0.31
13	271.32	1.244	0.114		

と  $\frac{v_{n+1} - v_n}{t_{n+1} - t_n}$  の前方差分で得られる。

速度  $v$  と加速度  $a$  の列は、それぞれ  $\frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$

## B.4 (続き)



木製部分はパイプの中央の部分である。既にアルミの部分についての解析で、アルミ部分を 1.040 s に出ていること分かっている。ここでは、速度と時間の表を作成する。磁石の速度が 1.124 s で急激に遅くなることに注意する。この時点で、磁石は胴の部分に入り、渦電流による抵抗の影響を受けている。パイプの長さは、

$$\left( v_{Al} t_w + \frac{g t_w^2}{2} \right)$$

により計算される。ここで、 $v_{Al}$  は、パイプのアルミニウム部分での磁石の終端速度であり、 $t_w$  は、パイプの木製部分を磁石が通過するのにかかる時間である。

パイプの木製部分を通過するのにかかる時間は、 $t_w = (1.124 - 1.040) \text{ s} = 0.084 \text{ s}$

パイプの木製部分の長さ = 3.96 cm

[訳者注：原文では長さを3桁で表示されているが、重力加速度や通過時間の有効桁を考慮すると2桁あるいは小数点以下1桁(0.1 cmの桁)が妥当]