E2: 円筒形ダイオードー解答

設問の式 1 の両辺の対数を取ると，

$$\log I_\infty = \log G + \alpha \log R_c + \beta \log L_e + \gamma \log V$$

となる．

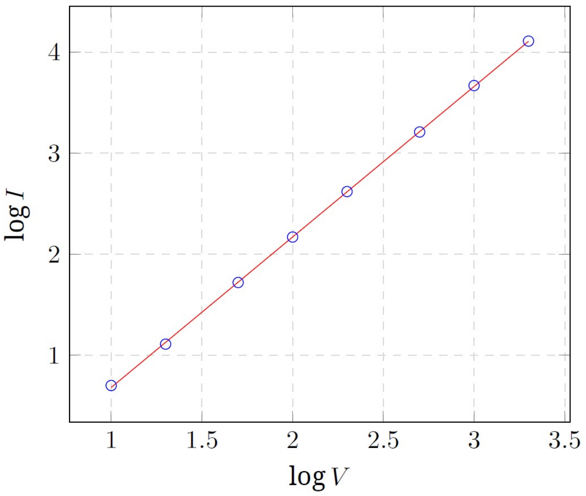
A.1（V の指数 γ）**:** 電圧 V を変化させてデータを収集する．不確かさを最小にするため，全ての固定変数の最大値を選ぶ．つまり，$L_e = 99$ cm，$R_c = 10$ cm，$R_e = 1.0$ cm とする．電圧は，10 V から 2000 V の間で対数的に設定する．

V (V)	I (mA)	$\log V$	$\log I$
10	5	1.0	0.70
20	13	1.3	1.11
50	52	1.7	1.72
100	147	2.0	2.17
200	415	2.3	2.62
500	1620	2.7	3.21
1000	4630	3.0	3.67
2000	12900	3.3	4.11

これをグラフにプロットする．回帰直線の式は，

$$\log I = 1.490 \log V - 0.8095$$

である．



したがって，$\gamma = 1.49$.

傾きの不確かさを統計的に評価すると，

$$\gamma = 1.490 \pm 0.005$$

と求まる．

測定値の不確かさの範囲を通るように視覚的にフィッティングした線によって傾きの不確かさを評価するには，常用対数軸での不確かさが次の式で与えられることを考慮する必要がある．

$$\delta(\log y) = \delta\left(\frac{\ln y}{\ln 10}\right) = \frac{1}{\ln 10}\frac{\delta y}{y}$$

値が最小の場合に不確かさの相対値が最大になるため，$V = 10$ V に対する $\delta V / V$，$I = 5$ mAに対応する $\delta I / I$ に注目する．それらの点での両対数プロットでの不確かさは，

$$(1.00 \pm 0.02,\ 0.70 \pm 0.04)$$

であり，他の測定点での不確かさはこれらより小さい． これらの点にのみ注目して，傾きが最大および最小となる2本の直線をグラフに描いて傾きの不確かさを評価すると，

$$\gamma = 1.485 \pm 0.025$$

と求まる．

いずれの方法で求めても構わない．

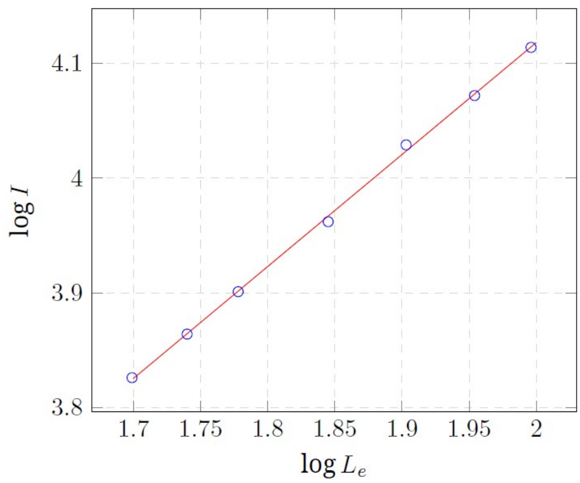
A.2（L_e の指数 β）**:** エミッタの長さ L_e を変化させてデータを収集する． 不確かさを最小に抑えるには，すべての固定変数の最大値を選択する．すなわち，$V = 2000$ V，$R_c = 10$ cm，および $R_e = 1$cm とする．

L_e (cm)	I (mA)	$\log L_e$	$\log I$
99	13000	1.996	4.144
90	11800	1.954	4.072
80	10700	1.903	4.029
70	9170	1.845	3.962
60	7960	1.778	3.901
55	7310	1.740	3.864
50	6700	1.699	3.826

これをグラフにプロットする．回帰直線の式は，

$$\log I = 0.9767 \log L_e + 2.1649$$

である．



したがって，$\beta = 0.9767$.

傾きの不確かさを統計分析で評価すると，$\beta = 0.98 \pm 0.02$ と求まる．

傾きの不確かさをグラフ上の最大の傾きと最小の傾きから評価すると，$\beta = 0.97 \pm 0.02$ と求まる．

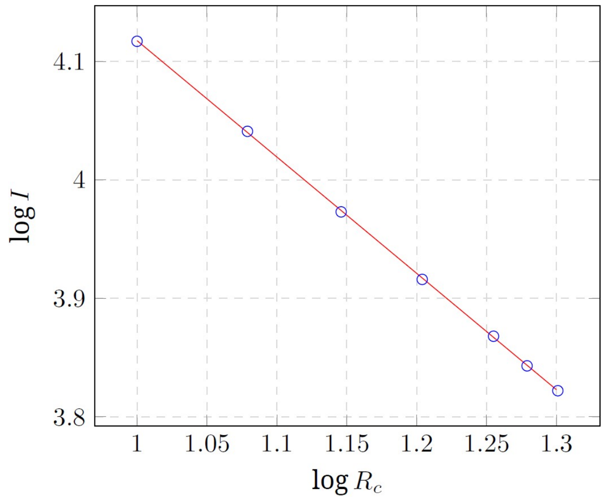
A.3（R_c の指数 α）**:** コレクタの半径 R_c を変化させてデータを収集する．不確かさを最小にするため，すべての固定変数の最大値を選択する．すなわち，$V =$ 2000 V，L_e = 99 cm，$R_e = R_c$/10 cm.

R_c (cm)	I (mA)	log R_c	log I
20	6640	1.301	3.822
19	6970	1.279	3.843
18	7380	1.255	3.868
16	8240	1.204	3.916
14	9390	1.146	3.973
12	11000	1.079	4.041
10	13100	1.000	4.117

これをグラフにプロットする．回帰直線の式は，

$$\log I = -0.9816 \log R_c + 5.1000$$

である．



したがって，$\alpha = -0.9824$.

傾きの不確かさは統計分析から，$\alpha = -0.98 \pm 0.01$ と求まる．

グラフ上に最大と最小の傾きの線を描くことで，傾きの不確かさは，$\alpha = -0.97 \pm 0.02$ と求まる．

B.1（式 1 の係数 G）**:** 3つのすべてのデータ，および得られた指数を用いて，

$$\log G = \log I - 1.495 \log V - 0.9854 \log L_e + 0.9781 \log R_c$$

の平均をとると，

$$G = (0.0146 \pm 0.0003)\ \mathrm{mA/V^{3/2}}$$

を得る．Gの単位については，指数の値を $\gamma = 1.5$，$\beta = 1.0$，$\alpha = -1.0$ として，ここでは説明を進める．

理論的な値は，およそ，

$$\frac{8\pi\varepsilon_0}{9}\sqrt{\frac{2e}{m}} \approx 1.47\times10^{-5}\ \mathrm{A/V^{3/2}}$$

である．

単位として $\mu\mathrm{A/V^{3/2}}$ を用いると，

$$G = 14.6$$

となる．

C.1（変数の影響）**:** L_e が重要であると仮定することから始め，R_c の近くの値に注目する．他の変数についても繰り返す．G は比 R_c/R_e に依存することを忘れずに，R_c と R_e を同時に変更する．設問の式 1 は，前問までの指数として半整数に近い値を採用すると，次のように展開できる．

$$I_\infty = G\frac{L_e}{R_c}V^{3/2}$$

したがって，

$$F = \frac{I_{measured}}{G\dfrac{L_e}{R_c}V^{3/2}}$$

となる.

R_c	R_e	L_e	V	I	I_∞	F
cm	cm	cm	V	mA	mA	
10	1	10	1000	535	500	1.071
12	1.2	10	1000	470	416	1.129
8	0.8	10	1000	647	624	1.036
10	1	12	1000	630	599	1.051
10	1	8	1000	451	400	1.129
12	1.2	12	1000	537	500	1.075
8	0.8	8	1000	537	500	1.075
10	1	10	1100	617	576	1.071
10	1	10	900	457	426	1.072

これより，R_c↑で F↑，L_e↑で F↓，V↑で F は「変化無し→」と結論される．R_e↑ では，F↑，もしくは「変化無し→」も許容される．

C.2（x の関数）**:** 設問で提示した式は次の通り．

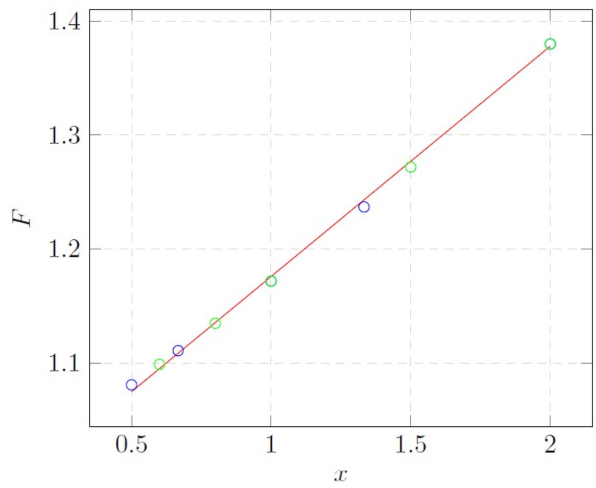
$$F = A + Bx$$

ここで，$x = R_c/L_e$ である．

C.3（A と B）**:** 仮説による先入観を持たずに，R_c と L_e を個別に変化させてデータを収集することが重要である．また，パート B.1 の定数による他の影響を回避するために，$R_c / R_e = 10$ の比率を維持する．以下のすべての測定で，電位は一定の 2000 V に維持する．

R_c (cm)	L_e (cm)	I (mA)	I_∞	x	F
20	10	898	654	2.000	1.380
20	15	1210	981	1.333	1.237
20	20	1520	1308	1.000	1.172
20	30	2160	1962	0.667	1.111
20	40	2810	2616	0.500	1.081
6	10	2420	2180	0.600	1.099
8	10	1840	1635	0.800	1.135
10	10	1520	1308	1.000	1.172
15	10	1100	872	1.500	1.272
20	10	902	654	2.000	1.380

結果をプロットすると下のグラフになる．青点は R_c を一定にしたときの値，一方，緑点は L_e を一定にしたときの値である．



結果は，おおよそ，

$$F(x) = 0.974 + 0.202\,x$$

となる．

測定を，R_e を一定，もしくは，R_c/R_e を一定にして行うことも許容される．