

永久磁石 (10 点)

NdFeB 合金から作られる強力な永久磁石は、非常に幅広のヒステリシスループをもつため、広い応用範囲にわたって磁化 J が一定であるとみなすことができる。以下では $J \equiv 1.5 \text{ T}/\mu_0$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$. 全ての永久磁石の磁化は一樣と仮定する。磁化は、物質の単位体積あたりの磁気双極子モーメントと定義される。

ヒント 1. あとで次の等式が有用になるであろう:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = \frac{\pi^4}{90}.$$

ヒント 2. 球形の磁石が作る磁場は、点状双極子の磁場と同じである。他の形状の磁石が作る磁場は、その直径よりはるかに大きな距離で初めて点双極子の磁場と等価になる。

ヒント 3. 電気双極子と磁気双極子の電場と磁場は座標の関数として相似であり、定数因子を乗じることで一方から他方を得ることができる。

ヒント 4. 境界条件によって生ずる磁場は、常に与えられた境界の外側の磁場源で置き換えることができる。

Part A. 磁石の間の相互作用 (4.5 点)

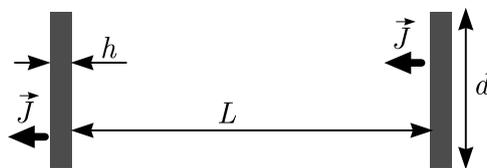
磁石からの距離が磁石の大きさより十分大きい場合、磁石による磁場は磁石の双極子モーメントの磁場で近似することができる。

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (2\vec{m}_{\parallel} - \vec{m}_{\perp}).$$

ここで $r = |\vec{r}|$ であり、磁気モーメントを双極子から観測点にひいた動径ベクトル \vec{r} に対し垂直な部分と平行な部分に分解してある。

$$\vec{m} = \vec{m}_{\perp} + \vec{m}_{\parallel}$$

- A.1** 直径 $d = 20 \text{ mm}$ 、厚さ $h = 2 \text{ mm}$ の円筒形 (円板) 磁石が軸に平行に磁化している。0.6pt
このような磁石 2 つを軸を一致させ、距離 $L = 20 \text{ cm}$ だけ離れた時、両者の間にはたらく力を求めよ。ただし、 $L \gg d, h$ を仮定してよい。



- A.2** $\frac{h}{2}$ よりずっと離れたところでは、課題 A.1 の磁石がつくる磁場は円周を流れる電流 I がつくる磁場と同じになる。この電流 I を求めよ。0.4pt

- A.3** 課題 A.1 で $L = 5 \text{ mm}$ の場合、磁石の間にはたらく力はいくらになるか。この場合、不等式 $d \gg L \gg h$ が成立すると仮定してよい。1.0pt

- A.4** 同一の直径 $\delta = 5 \text{ mm}$ の球形磁石が磁氣的引力で多数結合して鎖状になっている。このとき、最上部の磁石の下に吊るしたときに自重で壊れない最大長 l を求めよ。ただし、NdFeB 磁石の密度は $\rho = 7500 \text{ kg/m}^3$ である。 1.0pt

- A.5** A.4 の鎖を考え、図の点 P における磁場 B の大きさを求めよ。鎖の端点 O から距離が r で OP と鎖のなす角が θ である。ただし、不等式 $l \gg r$ および $r \sin \theta \gg \delta$ が成立するものとする。 1.5pt



Part B. 強磁性体との相互作用 (3.5 点)

ここで、永久磁石のほかに、トランスのコアに使われているような強磁性体の板があると仮定する。この場合、強磁性体の比透磁率 $\mu_r \sim 10^5$ は一定で非常に大きい値と考えることができる。

ヒント 5. 透磁率が大きいということは、その材料でできた物体の外表面付近の磁力線が、表面に対してほぼ垂直になることを意味する。これは、導体の外表面付近の電界線の挙動と似ている。

- B.1** A.4 の球形磁石が一つ、厚く無限に広い強磁性体板から距離 $s = \delta$ 離れたところにあるとする (解答用紙を見よ)。球体の磁化は板に垂直な方向に向いている。解答用紙の断面の磁力線を描け。この図には、3 つの点 (1、2、3) が記されているが、これらの点を通る磁力線を、解答用紙の図の範囲で、全長にわたって描くこと。 1.0pt

- B.2** ここで、球形の磁石を板に直接接触させる。安定な平衡状態における球形磁石の磁化ベクトルはどの方向を向き、板と磁石の間に働く法線方向の力はいくらになるか。また、解答用紙の該当する欄で、正しい方向を示す図にレ点をつけよ。 1.0pt

- B.3** ここで、A.1の磁石の一つを、直径が $D = 2d$ で分厚い強磁性体の円板2枚の間に挟み、3枚の円板がすべて同軸のかたちにする。この時それぞれの板に作用する磁気的な力 F を求めよ。ヒント：強磁性板の外側と、板と板の間の隙間の外側の磁場は共に無視してよい。 1.5pt

Part C. (反) 強磁性秩序 (2点)

物質の磁气的性質は、電子や原子核の磁気双極子モーメントに起因する。双極子モーメントが互いに平行な方向を向いていれば、それによって生じる磁場は大きくなり、これが強磁性体である。一方、双極子モーメント1つに対して、近くにもう1つ反平行な双極子モーメントがあると、磁場が打ち消される。反強磁性体ではこういう配列が実現されている。

以下では、A.4の球形磁石を非常に多数2次元格子に配置した場合を考える。下に示す実物の写真を参照せよ。すべての磁化ベクトルが図の平面上にあると仮定する。計算では、最近接の相互作用だけを考えることにする。(C.1の図では、各磁石は4つの最近接磁石を持ち、C.2の図では6つの最近接磁石を持つ)。

- C.1** 下の図に磁石の磁化の向きを示せ。あなたが示す配置が唯一の可能性であることを示す必要はないが、その配置が実際に安定である事を示せ。また、他の磁石を静止させたまま、この格子の中央付近から1個の磁石を引き抜くのに必要なエネルギーを求めよ。この磁化の配置は、強磁性体、反強磁性体のどちらに対応しているか？ 0.8pt



- C.2** 下図について課題 C.1と同じ質問に答えよ。 1.2pt

