はじめに

図1にジャイロスコープを示す。ジャイロスコープとは、方位や角速度を測定したり、維持したりするための装置である。回転する車輪がジンバルに取り付けられ、軸がどの方向にも自由に向くようになっている。回転しているときは、角運動量保存則に従い、回転軸の向きは取り付け部の傾きや回転の影響を受けない。

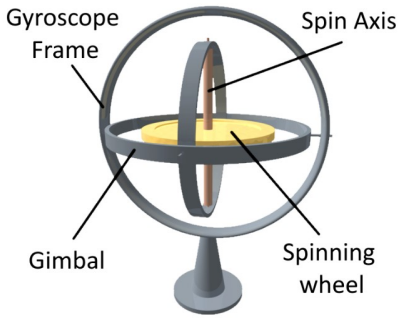


図1.ジャイロスコープ

ジャイロスコープの背後にある物理学は、角運動量保存の原理に基づいている。角運動量保存の原理とは、ある系に外的なトルクが加わらない場合、その系の角運動量は一定に保たれるというものである。ジャイロスコープでは、回転する車輪が大きな角運動量を生み出す。外力がジャイロスコープの軸を回転させようとすると、ジャイロスコープはその角運動量によって方向転換に抵抗する。この挙動は、ジャイロ効果によってバランスを取りながら軸を中心に回転し、傾きを安定させるコマ（または鞭打ちコマ）のようなものである。

ジャイロスコープの挙動は、剛体回転に関するオイラーの方程式から導かれる運動方程式によって記述される。これらの方程式はトルクと回転速度を説明し、様々な条件下でジャイロスコープがどのように、そしてなぜそのように動作するかを説明する。このため、ジャイロスコープは、航空機、宇宙船、船舶のナビゲーション・システムなど、正確な方位情報が重要な用途に不可欠である。そのほか、セルフ・バランス・スクーターや高度なロボットのようなオート・バランス・ビークルは、ジャイロスコープと加速度計を組み込んで、動的にバランスを調整・維持している。

実験方法

1) ゴムマットをテーブルの上に置く。

2)図1に示すように、A型の鉄製スタンドベースの底面に3つの星形ノブを、側面に手回しノブを、それぞれネジ止めする。

3)

図1

4)鉄製スタンドベースは、振動やノイズを軽減するために使用するゴムマットの上に置く。

5)鉄製スタンドベースに鉛直スタンドを挿入する。

6) アルミ管をピボットに通し、付属のスターノブでしっかりと固定すると図 2 のようになる。

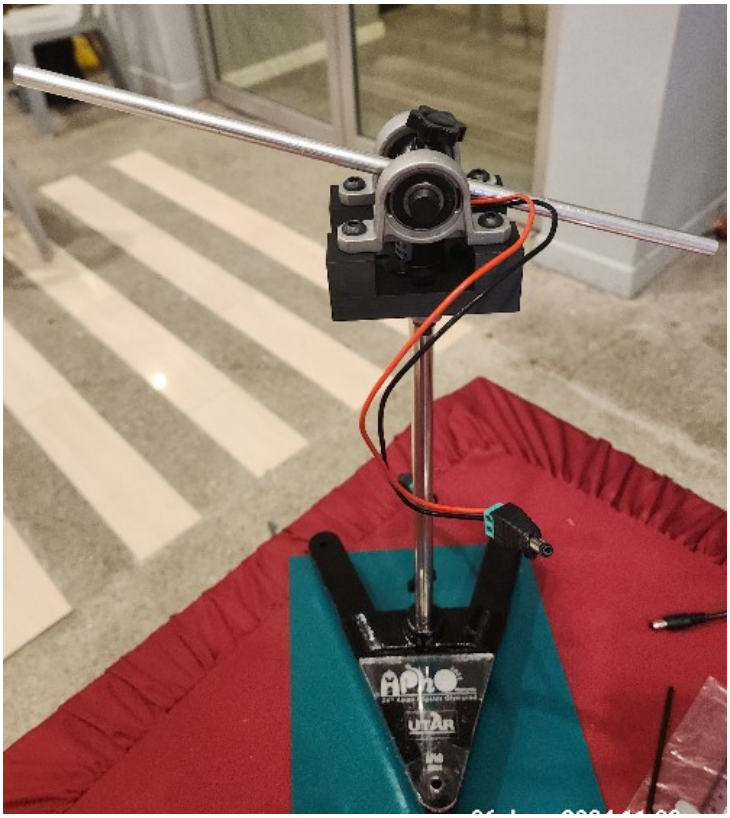


図2

7) 図3に示すように、スタンド下部のコネクターを電圧可変電源に接続する。

図 3.

8) モーターへの電源の極性を変更する場合は、付属のドライバーを使用して、このコネクターのワイヤーを交換する必要がある。

モーターの取り付け

1) モーターをアルミ管にねじ込み、モーターのコネクタを図4に示すように鉛直スタンドのコネクターに接続する。

図4

2) モーターシャフトカプラーは、図 5 に示すように付属の M3 ボルトとナットを使ってディスクに取り付けることができる。

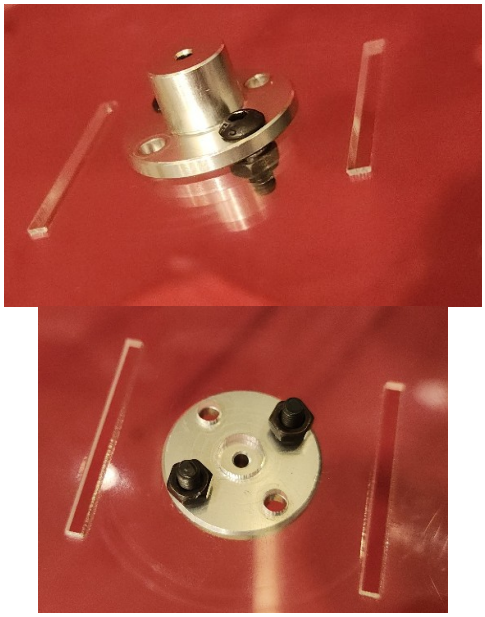


図5

3) カプラーをモーターシャフトに取り付け、図 6 のように横からロックスクリューを六角レンチで回して固定する。

図6

26cmディスクの取り付け

1) 26cmディスクをワッシャー2枚で挟む。

2) 図7に示すように、付属のM6ネジでアルミ管に固定する。

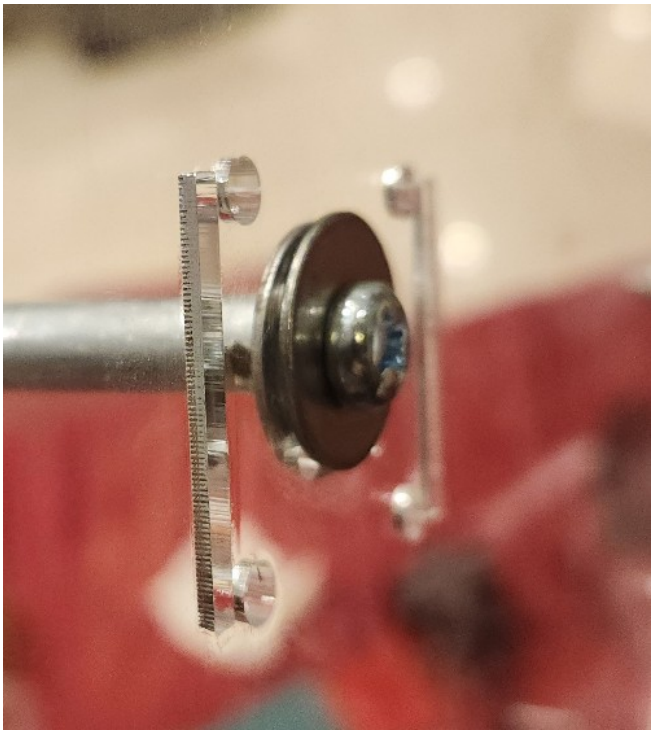
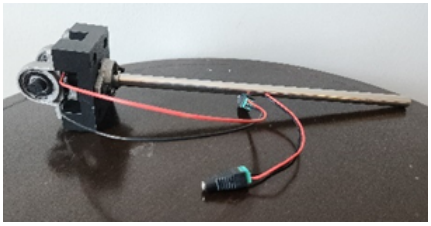
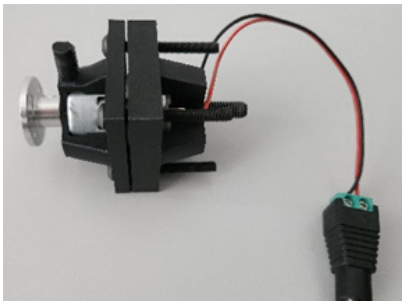
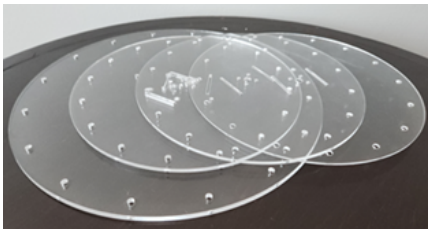
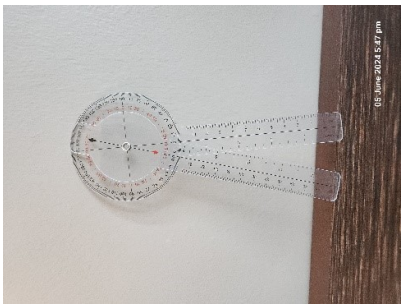
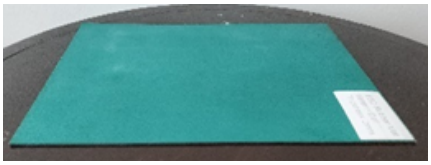
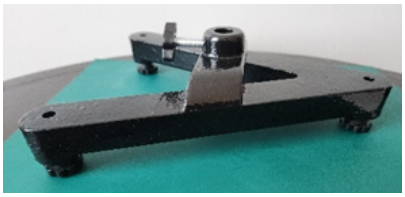
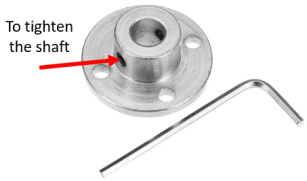


図7

機材/材料

ジャイロスコープ鉛直スタンドx1 	電圧可変電源×1 	DCモーター（ケース、コネクタ付き）×1 
厚さ2mm,3mm,4mmの直径20cm回転円板、直径26cmカウンターウェイト円板。 	ゴニオメーター（角度定規）x1 	ストップウォッチ
ゴム製マット 	アルミ管 	鉄製スタンドベース 
ボルト・ナット、六角レンチ、ドライバー、ねじりっこ、両面テープ、定規、モーターシャフトカプラー		

回転円板をDCモーターに取り付けるには、モーターシャフトカプラーにネジ止めし、モーターシャフトに差し込み六角レンチで締め付ける必要がある。



部品質量

直径20cm×厚さ2mm の回転円板 → 65±1g

直径20cm×厚さ3mm の回転円板 → 89±1g

直径20cm×厚さ4mm の回転円板 → 131±1 g

直径26cm×厚さ4mm のカウンターウェイト円板 → 231±1 g

ケース付きDCモーター → 94 g

アルミ管の質量は、実験全体を通して無視できる。

注意!

1) 電源をコンセントに接続する前に、つまみがオフになっていることを確認すること。DCモーターに高電圧を供給するとモーターが焼損する恐れがある。駆動電圧は6ボルト以下に制限すること。6ボルトを超える電圧で駆動すると、モーターが過熱し、焼損する恐れがある。* **このような場合、ハンダ付けやDCモーターの交換が必要になる。**

2) 長時間(10分以上)連続運転はしないこと。実験終了後はモーターを休ませること。

3) 実験開始時やモーター回転中はスタンドが安定するまでアルミ管を手で保持すること。実験中は強い振動が発生する。

4) 回転している円板は危険なので、素手で触れないこと。

5) DCモーターのワイヤーは細いので、慎重に取り扱うこと。

6) DCモーターのケースは壊れやすいので、大きな力を加えないようにせよ。パーツが破損する恐れがある。

パート A: ベースを水平にし、スタンド棒が正確に鉛直になるようにする。[合計点 = 1.0]

レベル調整機能付きの鉄製スタンドベースが用意されている。実験を行うには、ジャイロスコープテストキットを水準器なしで鉛直スタンドの棒が完全に鉛直になるまでベースの脚を調整する必要がある。付属の機材をすべて使用しても構わない。

*鉛直スタンドの棒を正確に鉛直にすることが、その後の試験のすべてのパートで非常に重要である。

A.1. 水準器なしで鉛直スタンドを鉛直に調整する方法を考え、そのセットアップの概略図を描き、図中のすべての部品に詳細情報をラベル付けせよ。 [0.6]

A.2. セットアップの図を描き、作用する力をすべて描き入れ、名称（あるいは記号）を記入せよ。 [0.2]

A.3. スタンドが鉛直かどうかを最も正確に判断するために必要な要素を次の中から2つ選択せよ。 [0.2]

(a) アームの長さが等しいこと

(b) アームの長さが等しくないこと

(c) 円板の大きさ

(d) 円板の厚さ

(e) 円板の重さ

(f) DCモーターの重量

(g) DCモーターにかかる電圧

パートB：回転速度の影響 [合計点 = 6.5]

目的：ジャイロスコープの角速度がその安定性と歳差運動にどのような影響を与えるかを調べる。

材料：ジャイロスコープ・テスト・キット、電圧可変電源、DC モーター、ゴニオメーター、ストップウォッチ、20 cm (3 mm 厚) の回転円板、定規。

この実験では、アームはバランスを取らず、自由にぶら下がるようにする。

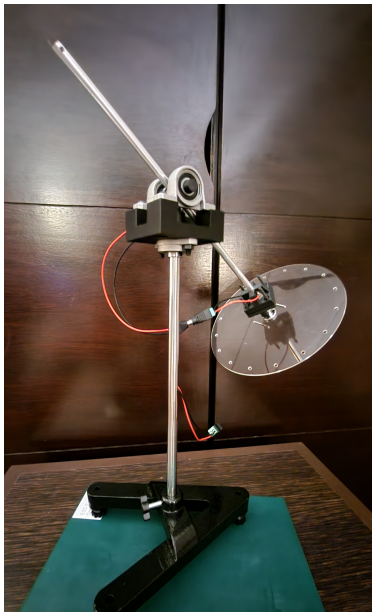


図2

手順：

1. 直径 20 cm、厚さ 3 mm の回転円板を DC モーターに固定し、図 2 に示すようにジャイロスコープアームの片側に垂直に取り付ける。
2. ピボットから円板の中心までの距離が15cmになるようにジャイロスコープアームを調整する。
3. すべての配線と電源を接続する。
4. ジャイロスコープを低電圧で低回転速度に設定し、安定させる。
5. ストップウォッチを使って歳差運動の周期を測定し、記録する。
6. 回転速度を上げるために、電源の電圧を少しずつ上げていき、それぞれの駆動電圧で測定を繰り返す。

注：バランスを良くするために電圧を少し上げてもよい。アルミ管が常に持ち上がっており、スタンドに接触していないことを確認すること。

結果：

B.1. 測定した歳差運動の周期(s)を表にせよ。 [1.5]

B.2. 歳差運動の周期の標準偏差と標準誤差を計算せよ。どのような手順で求めたかを測定されたデータの一組を使って数式で示せ。 [0.8]

B.3. 歳差運動の周期を駆動電圧に対してプロットし、エラーバーと傾向を表す線を描き込め。 [0.9]

分析

B.4. 上記の実験結果を用いて、歳差運動周期とDCモーター駆動電圧の関係を求めよ。 [0.2]

B.5. DCモータの性能特性を表1に示す。歳差運動の角速度とDCモータの回転速度の関係を求めよ。 [1.0]

表1

電圧 (V)	電流 (A)	回転速度 (rpm)
3.7	176 mA	7200
4.8	185 mA	9700
6.0	205 mA	12600
7.4	230 mA	15600
9.6	245 mA	19800
12.0	298 mA	24500

注：6V以上の電圧で駆動しなこと。この表の数値は参考用である。

B.6. 図 2 に示すように、一様なリングの慣性モーメントが $I = mR^2$ であるとする。質量を m、半径を Rとする。

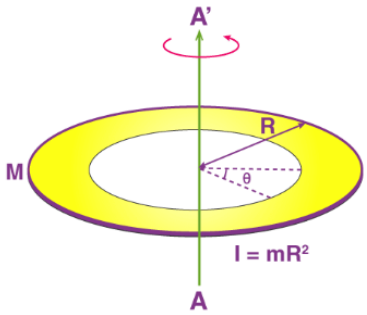


図2.一様なリングの慣性モーメント。

(i) 回転軸 AA' まわりの一様な円板の慣性モーメントの式を導け。 [0.5]

(ii) 直径20cm、厚さ3mmの回転円板の慣性モーメントを計算せよ。 [0.2]

(iii) 歳差運動の角速度は次式で与えられる。 [1.0]

$$\omega_p = \frac{mgr}{I \cdot \omega_s}$$

ここで、

mは関係する質量、

rはピボットからシステムの質量中心までの距離、

I は回転円板の慣性モーメント（慣性モーメントは回転円板のみによるものとする）、

ω_s はジャイロスコープの回転の角速度。

図を描き、この実験に関係するすべての外力をラベル付けせよ。図から、上の歳差運動の角速度の式を導け。

(iv) 表 1 のモーター回転数から、モーターが 6V で駆動しているときの理論的な歳差運動の角速度を計算しなさい。 [0.4]

パートC：ジャイロスコープアームの長さの影響[合計点 = 2.1]

目的：ジャイロスコープのアームの長さを変えることによる歳差運動への影響を調べる。

材料：ジャイロスコープテストキット、電圧可変電源、DCモーター、ゴニオメーター、ストップウォッチ、20cm（厚さ3mm）の回転円板、定規。

手順：

１．ジャイロスコープアームをロックするスターノブを緩める。

２．ピボットから円板中心までの距離が12cmになるようにする。

３．スターノブを締める。

４．ジャイロスコープ駆動電圧を約4.5Vに設定し、安定させる。

５．ストップウォッチで歳差運動の回転周期を測定し、記録する。

６．12cmから22cmの間で距離を変えて実験を繰り返す。

*誤差分析はこの実験では必要ない。

注： アルミ管が常に持ち上がっており、スタンドに接触していないことを確認する。

結果：

C.1. 測定した値と計算で求めた歳差運動の角速度(rad/s)を表にせよ。 [1.2]

C.2. 距離に対する歳差運動の角速度をプロットせよ。 [0.8]

C.3. 腕の長さ（ピボットと円板間距離）に対する歳差運動の変化を選びなさい。 [0.1]

(a) 腕の長さが長くなると、歳差運動の角速度は増加する。

(b) 腕の長さが長くなると、歳差運動の角速度は減少する。

(c) 腕の長さが長くなっても、歳差運動の角速度は変わらない。

パートD：ジャイロスコープの円板の重量の影響 [合計点 = 3.7]

目的：ジャイロスコープの円板の重さを変えることによる歳差運動への影響を調べる。

材料：ジャイロスコープテストキット、調整可能な電源アダプター、DCモーター、ゴニオメーター、ストップウォッチ、20cmの回転円板（厚さ2mm、3mm、4mm）。

この実験では、アームはバランスを取らず、自由にぶら下がるようにする。

手順：

１．ジャイロスコープアームを固定するスターノブを緩める。

２．ジャイロスコープアームの長さを調整し、回転する円板の中心をピボットから15cmの位置に戻す。

３．スターノブを締める。

４．スピニングディスクの厚さを2mmに変更する。

５．パートBのステップ3〜6を繰り返す。

６．厚さ4 mmの回転円板を使用して実験を繰り返す。

注：誤差分析は必要ない。

結果：

D.1. 測定した値と、計算で求めた歳差運動の角速度（rad/s）を表にせよ。 [1.7]

D.2. パートB で測定した結果を含めて、すべての厚さについて、駆動電圧に対する歳差運動の角速度をプロットせよ。 [1.1]

D.3. 円板の重量に対する歳差運動の応答として正しいものを選べ。 [0.1]

(a) ジャイロスコープの歳差運動は、円板の重量が増加しても変化しない。

(b) ジャイロスコープの歳差運動は、円板の重量が増すと速くなる。

(c) ジャイロスコープの歳差運動は、円板の重量が増すと遅くなる。

D.4. 問題用紙に記載された質量値を用いずに、実験による測定に基づいて円板の質量を計算せよ。慣性モーメントは円板のみによると仮定する。 [0.8]

パートE：外力によって誘発されるトルク［合計点＝3.5］

目的：外部トルクがジャイロスコープの挙動にどのような影響を与えるかを理解する。

材料：ジャイロスコープ（モーター付き）、20cm（厚さ2mm）の回転円板、ステンレス製ボルトとナット、ストップウォッチ、ゴニオメーター。

手順：

１．20 cm (2 mm 厚) の回転円板を取り付ける。

２．直径26cmのカウンターウェイト円板をジャイロスコープアームのもう一方の端に取り付ける。

３．スターノブを緩め、アームが水平になるように腕の長さを調整する。

４．この位置で腕の長さが変わらないように、スターノブを締める。

５．DCモーターに5Vを加え、回転が安定するまで待つ。

６．観察し、歳差運動が起こらないことを確認する。

７．電源アダプターのスイッチを切る。

８．カウンターウェイト円板にステンレスボルトとナットを追加する。円板の外周にあけた穴にしっかりと通して固定する。

９．ストップウォッチで歳差運動の回転周期を、ゴニオメーターでアームの傾斜角度を測定し記録する。

１０．ボルトとナットの数を変えて、周期と角度を測定する。

１１．ボルトとナットの数を変えて測定を繰り返す。

１２．結果に誤差の計算を含める。

結果：

E.1. 測定した値から求めた歳差運動の角速度とアームの傾斜角を、誤差の推定も含めて表にまとめよ。 [1.3]

E.2. 測定したボルトとナットのセット数に対する歳差運動の角速度をプロットせよ。直線的な傾向を表す線を入れよ。 [0.8]

E.3. 測定したボルトとナットのセット数に対するアームの傾斜角をプロットせよ。 [0.8]

分析

E.4. 実験データを使って、ボルトとナットのセットの質量を決定せよ。 [0.5]

E.5. 回転している円板にボルトナットを加えると、カウンターウェイト円板に加えたときと歳差運動が逆方向になり、歳差運動の角速度も変わる。m, g, r, I, ω_Sのうち、どのパラメータが歳差運動に影響を与えるか？複数ある場合は、影響の大きいものから順番に挙げよ。 [0.1]

パートF：章動現象 ［合計点＝1.5］

目的： インパルスの特性がジャイロスコープの章動周波数と減衰に影響することを観察する。章動とは、傾きの周期的な変化である。

材料：ジャイロスコープテストキット、電圧可変電源、DCモーター、ゴニオメーター、ストップウォッチ、20cmの回転円板（厚さ2mm）、26cmのカウンターウェイト円板。

手順

1. 円板のボルトとナットをすべて外す。
2. スターノブを緩め、アームが水平になるまでアームの長さを調整する。
3. スターノブを締める。
4. DCモーターに4Vの電圧をかけ、安定させる。
5. 円板が反時計方向に回転していることを確認する（円板は人の方向を向いている）。
6. カウンターウェイト円板を素早く押して衝撃を加え、離す。
7. 変化を観察する。重要と思われるパラメータを記録する。
8. アルミ管の固定位置を変え、回転円板側のアームが水平より高くなるようなアンバランスな状態を作る。
9. 円板が回転している間に、ステップ５と６を繰り返す。回転している円板側のアームを持ち、より高い位置まで持ち上げる。
10. 保持を解除し、円板の動きを観察する。
11. 回転円板側を水平より低い位置にして、ステップ7から9を繰り返す。

結果と分析：

F.1. 水平より低い角度と、水平より高い角度について、観察された章動の動きを描け。 [0.4]

分析：

F.2.　章動現象を理解するために、運動を観察した。剛体力学の一般的な オイラーの方程式から始めてもよい 。

$$I_1\dot{\omega}_1 + (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 = \tau_1 \qquad \text{Eq-1}$$
$$I_2\dot{\omega}_2 + (I_1 - I_3)\omega_3\omega_1 = \tau_2 \qquad \text{Eq-2}$$
$$I_3\dot{\omega}_3 + (I_2 - I_1)\omega_1\omega_2 = \tau_3 \qquad \text{Eq-3}$$

ここで、I_1, I_2, I_3 は主軸に関する慣性モーメント、$\omega_1, \omega_2, \omega_3$は これらの軸に関する角速度の成分、$\tau_1, \tau_2, \tau_3$は 外部トルクの成分 である。

(i)　円板は駆動時に回転軸である軸3まわりに対称であると仮定する。トルクがはたらかない条件で式 1 から式 3 を解き、章動周波数の式を求めよ。　[1.0]

(ii)　F.2.の導出のうち、章動が単純調和運動であることを示す部分を述べよ。　[0.1]

パートG：セルフバランス型ジャイロスコープの応用 ［合計点＝1.7点］

はじめに：セルフバランスジャイロスコープは、角運動量の原理を利用して、自動的に姿勢とバランスを維持する装置である。回転するホイールまたはローターで構成され、その軸の向きは自由に設定できる。回転すると、角運動量の保存により、軸は同じ方向を向いたままになる傾向がある。セルフバランスジャイロスコープの用途は幅広く、船舶や航空機のプラットフォームの安定化、オートバイや自転車の安定性の向上、ロボットのバランスと正確な動作制御のために用いられる。

目的：角運動量とジャイロ安定化の原理を実証し理解する。このプロトタイプを設計・製作することで、ジャイロスコープが様々な条件下でどのように姿勢とバランスを維持するかを探求し、航空宇宙におけるナビゲーション・システム、自動車の安定化、ロボットのバランス機構など、実世界の技術におけるジャイロスコープの応用について理解を深める。

G.1 セルフバランスジャイロスコープの能力を実証するために、手持ちの部品を使って試作品を作ってみよ。使用したすべての部品にラベルを付け、可動部と静止部を明記せよ。セットアップの安全性に注意すること。この実験では、モーターシャフトカプラーを取り外したり、円板を交換したり、DCモーターのクランプを固定している4本のボルトを外したりして、用意された部品を使用して新しい装置を再構築することが許される。プロトタイプをスケッチし、部品名を明記せよ。 [1.7]