

物理チャレンジ 2008

実験問題

2008年8月5日(火)

諸注意・実験器具確認	8:30 ~ 8:40
実験問題にチャレンジ	8:40 ~ 13:20
実験器具後片付け	13:20 ~ 13:30

実験問題へチャレンジを始める前に下記の **<注意事項>** をよく読むこと。

チャレンジ開始後、次ページ以降に記載の **<実験問題の背景>** および **<実験で使用する部品・装置>** を読み、そのうえで、課題1から課題5に取り組むこと。

<注意事項>

1. 合図があるまで、問題冊子、解答用紙および方眼紙が入った封筒、実験器具箱を開けてはいけない。
2. 解答用紙のすべてのページおよびすべての方眼紙の右上隅に、チャレンジ番号と氏名を記入すること。
3. 実験結果や計算結果、式の変形など、採点して欲しい事項は解答用紙の所定の場所に記入すること。下書き用紙は回収・採点しないので、解答はすべて解答用紙と方眼紙に記入すること。
4. 持参した筆記用具と、与えられた実験装置、部品、定規、電卓、セロテープ以外は使用してはならない。ただし、電卓は自分のものを使用してもよい。
5. 実験中に部品を壊した場合には、1回だけ新しいものと交換できるので、手をあげて監督者に申し出ること。ただし、数には限りがあるので、交換できない場合もある。
6. チャレンジ開始後から12:00まではチャレンジを終了することはできない。
7. チャレンジ時間中に気分が悪くなったときやトイレに行きたくなったとき、あるいは質問があるとき、チャレンジを終了するときには、手をあげて監督者に知らせること。
8. 終了の合図があれば、解答用紙とグラフ用紙を封筒の中に入れ、机におく。その後、実験器具をもと通りに箱に入れること。また、机に貼られたチャレンジ番号と氏名が書かれた紙をはがし、箱に張り付けること。問題冊子と下書き用紙は持ち帰ってよい。

《波動の性質に関する実験問題》

＜実験問題の背景＞

＜縦波と横波＞

音とは、空気を伝わる「疎密波」である。つまり、強くたたいた太鼓の皮に顔を近づけると、空気の振動が伝わってくるのがわかるが、これは、図0-1に示すように、太鼓の皮の振動によって空気分子の振動的な運動が引き起こされ、その結果、空気の密度の濃い部分（密）と薄い部分（疎）が周期的にできて、それが空気中を伝わってくるのである。この空気の疎と密の振動が耳の鼓膜を

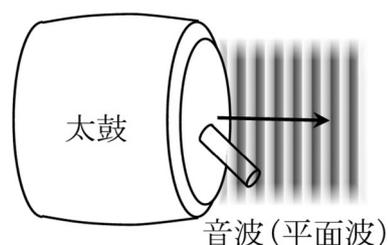


図0-1

振動させて音が聞こえる。空気の分子は波の進行方向に沿って振動する。このような波を「縦波」とよぶ。一方、静かな池の水面に小石を投げ入れると、水面に波ができて広がっていくが、このときの波、つまり、水面の上下動は、波の進行方向に対して直角である。このような波を「横波」という（実は厳密には水面の動きは、単純な上下動ではなく、回転運動を伴っているので純粋な横波ではない）。

＜波の基本量＞

縦波にしろ、横波にしろ、波を記述するには、いくつかの量が使われる。つまり、「振幅」、「振動数（または周波数）」、「波長」、「速度」、「位相」と呼ばれる量である。音の大きさが大きいということは空気分子が大きく振動していることであり、これを「振幅 A が大きい」という。水面の波でも上下動が大きいときを振幅が大きいという。高い音とは、空気分子がすばやく振動していることであり、「振動数（または周波数） f が高い」という。振動数とは、1秒あたりの空気分子の振動の繰り返し回数であり、単位は秒の逆数であるが、これをヘルツ（Hz）と呼ぶ。テレビの時報の「ピッ、ピッ、ピッ、ポー」の「ピッ」が $f = 440 \text{ Hz}$ の音であり、「ポー」が $f = 880 \text{ Hz}$ の音である。また、遠くで打ち上げられた花火を見ると、音が遅れてやってくるのがわかる。つまり、音は速度 v で進むが、その速度は光の速度よりずっと遅い。つまり、音は1秒間に $v \text{ m}$ だけ進むわけで、その間に空気は f 回だけ振動している。よって、空気の疎密波の1周期分の長さ、つまり波長 λ は

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad \dots(0-1)$$

と書ける。そうすると、 x 軸の原点 ($x=0$) で発生した音は、そこでの空気の密度が

$$A(0) = A_0 \sin(2\pi ft) \quad \dots(0-2)$$

と表される振動とみなせる。ここで A_0 は原点での空気密度の振動の振幅を表し、 t は時間を表す。その音が、原点から距離 x の地点まで伝わると、そこでの空気の振動は、

$$A(x) = A_0 \sin \left[2\pi f \left(t - \frac{x}{v} \right) \right] \quad \dots(0-3)$$

と表せる。つまり、この地点に音が届くまでの時間 $\frac{x}{v}$ だけ遅れた波となっている。(0-3)式のように、波が正弦関数で表されるとき、[] 中の量を「位相」という。同一時刻 t では、 x の値が大きくなると位相の値が小さくなっている。このことを、地点 x ($x > 0$) では、原点 ($x = 0$) より位相が遅れているという。

<球面波と平面波>

図 0-2 に示すように、花火から出る音は、花火が上空ではじけた地点から四方八方に広がってゆく。このような波を「球面波」と呼ぶ。だから、花火を北側で見ていたボブと東側で見ていたアリスには、2 人の位置が花火から同じ距離ならば、音は 2 人に同時に届く。つまり、花火を中心に半径 x の球面を描くと、その球面上にいる人には同時に音が届くことになり、それは方角に依らずに(0-3)式で書ける。この球面を「波面」、または「等位相面」と呼ぶ。(0-3)式の位相が等しい地点が波面を作っているからである。音が遠くに伝わることは、その球面が大きくなっていくと表現でき、(0-3)式での x の値が大きくなることを意味している。つまり、遠くの地点での波の位相は遅れていると言える。

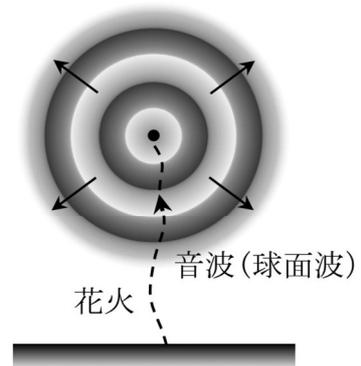


図0-2

図 0-1 に示すように、大きな太鼓の近くでは、近似的に太鼓の皮に平行な波面を持つ音とみなせる。このような波は、広がらずに前方へのみ進む。このような波を「平面波」と呼ぶ。

図 0-1 に示すように、大きな太鼓の近くでは、近似的に太鼓の皮に平行な波面を持つ音とみなせる。このような波は、広がらずに前方へのみ進む。このような波を「平面波」と呼ぶ。

(0-3)式を見ると、位相が 2π ごとに同じ状態になる。そのため、波面は波長 λ の間隔で描くと分かりやすい。 x が λ だけ増えると、位相が 2π だけ変わるからである。

<波の進み方>

波面の各部分は、その法線方向に進んでいく。だから平面波は、その波面に垂直方向に伝播していき、球面波として広がる波は、同心球として波面が広がっていく。前方から見て凹面の波面を持っている波は集束していく。一般に、波の伝播の仕方は、「ホイヘンスの原理」から理解できる。図 0-3 に示すように、どんな形の波面でも、1 波長分(λ)だけ進んだ次の波面は、次のようにして作図できる。もとの波面の各点は振動しており、そこを中心に球面波が

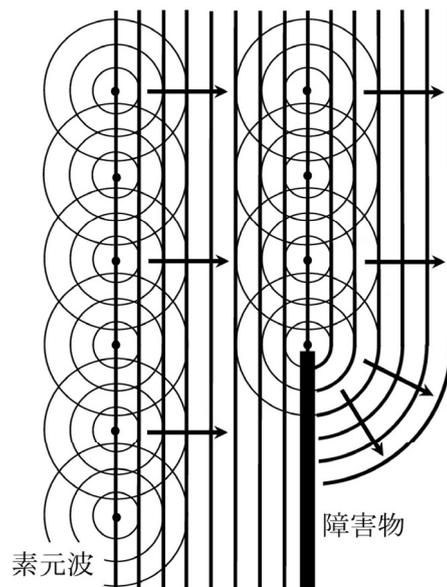


図0-3

発生すると考える。その球面波は「素元波」と呼ばれており、その素元波の波長 λ の間隔で描いた波面の接線を描いて包絡面を作ると、実際の波の次の波面が得られる。

このホイヘンスの原理を使うと、障害物の陰に波がまわりこむ「回折」という現象を理解できる。つまり、図 0-3 に示すように、障害物の後ろには、素元波である球面波がそのまま伝播する。花火が見えない裏庭にいても花火の音が聞こえるのはそのためである。

波の別な重要な性質として「干渉」現象がある。2 つのスピーカー S_1 と S_2 から同じ周波数の音を出してみると、聞く位置によって大きな音に聞こえたり小さな音に聞こえたりする。これは、2 つのスピーカーから出る音波の空気の疎と密の振動が一致した場合、波が強められるためである。反対に、スピーカー S_1 からの音波の疎と密の場所が S_2 からの波の密と疎にちょうど一致してしまう場合には、お互いに打ち消しあってほとんど音が消えてしまうのである。別な言い方をすれば、それぞれのスピーカーから来る音波の位相の差が 2π の整数倍のとき、2 つの音波は強め合い、その位相差が π の奇数倍のときに弱めあう。

<超音波>

人間が聞こえる音の周波数は約 20 Hz から 20 kHz の範囲である。それ以上の周波数の音波を超音波と呼ぶ。この実験では、周波数 $f=40$ kHz の超音波を使用するが、空気の疎密波である縦波であることは可聴音波と変りはない。

課題 1 では、波面（等位相面）の間隔を測定して、この超音波の波長と速度を測定する。課題 2 では、細いスリットを通過した場合の回折と干渉現象を観測する。課題 3 では、細いスリットを特定の規則にしたがって並べると、超音波に対してレンズ作用を持たせることができるが、それを実際に波面の形を測定して確かめてみる。課題 4 では、超音波を硬い壁で反射させたときの位相の変化を調べてみる。課題 5 では、規則的に並んだ釘の列から反射・回折される超音波を測定し、いわゆる「ブラッグ反射」の現象を観測してみる。これは、電磁波である X 線を結晶に照射すると見られる「X 線回折」の実験を、超音波を使って再現していることになる。

<実験で使用する部品・装置>

まず、以下の装置・部品が机の上にあることを確認する。

- (1) 超音波発生器（電源、発信器および受信器がコードでつながっている）1台（図0-4）
- (2) 30 cm 定規 1本, 50 cm 定規 1本, およびセロテープ 1個
- (3) 二重スリットが付いた白いついたて 2枚（スリットの間隔が異なる）
- (4) 特殊な形のスリットが空いた白いついたて（ゾーンプレート）1枚（図0-5）
- (5) 周りからの超音波を遮る黒い遮蔽板 2枚
- (6) ブラッグ反射実験用の結晶格子の模型（釘の格子）1個（図0-6）
- (7) ブラッグ反射実験用の回転台つきパンタグラフ 1台（図0-7）
- (8) 電卓

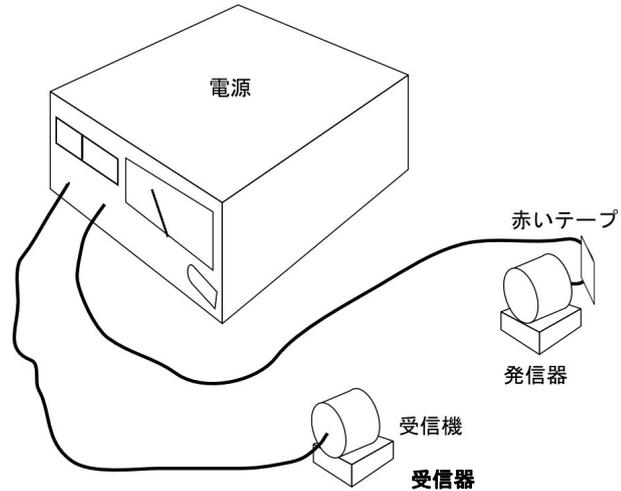


図 0-4

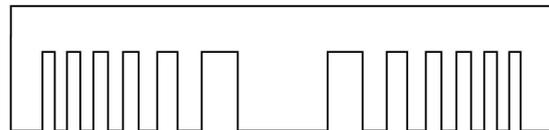


図 0-5

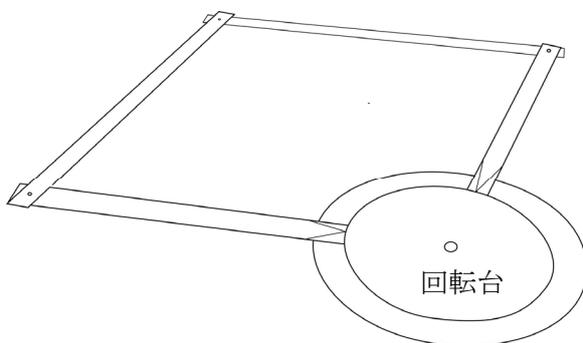


図 0-7

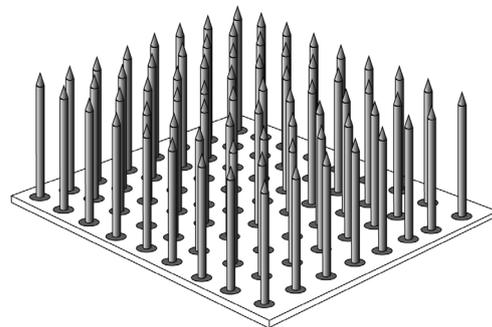


図 0-6

以上の装置・部品がすべて揃っていない場合には、手をあげて監督者に知らせること。

次に、超音波発信器および受信器の使い方について説明する。図 0-4 に示すように、電源などが入った本体部分と、そこからコードでつながっている超音波発信器、および同様にコードでつながっている超音波受信器の 3 つの部分からなる。発信器と受信器は形状が似ているので、発信器のコードにだけ赤いテープを付けて区別している。

この装置の発信器では、水晶発振器を用いて超音波を発生している。そのため、その周波数は非常に正確で、40 kHz である。以下の実験と考察では、この 40 kHz を誤差のない値と考えて用いてよい。

本体の正面パネルには、図 0-8 のように電源スイッチ、振幅測定用メータ（右）、および位相測定用メータ（左）が付いている。電源スイッチのオン・オフはランプで確認できる。スイッチは実際の測定時のみオンにして、解析や計算中には電源をオフにすること。これは、電池の消耗を防ぐのと同時に、不必要な超音波を発生して周りの人の実験の迷惑にならないようにするためである。また、周りの人の発信器からの超音波を防ぐために、黒い遮蔽板を適宜使用するとよい（隣の人の装置からの超音波はそれほど強くないが、念のため）。

波の振幅は右のメータを用いて値を読む（図 0-8）。振幅測定用のメータは電圧計で最大 4 V となっている。波の振幅と電圧が比例するようになっているので、振幅の測定値としてはこの電圧値を用いる。

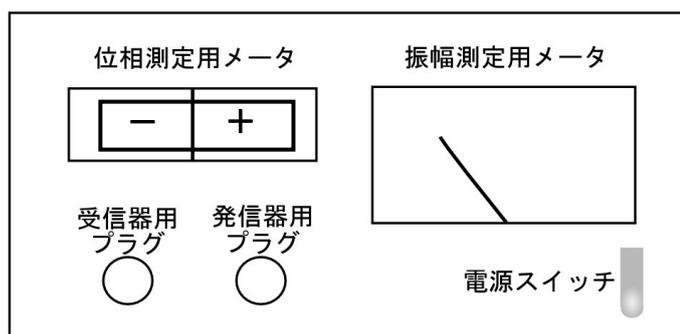


図 0-8

一方、左のメータは位相測定用で、発信音波に対する受信音波の相対的位相を示す。位相は $-\pi$ から $+\pi$ まで変るので、メータの中央がゼロ、その左側が負（-）、右側が正（+）の位相となっている。位相測定用メータは位相信号がゼロとなる位置の検出のみに用いるので、値の大きさは気にしなくてよい。この実験では、波の進行方向に沿って位相信号が+から-に変るとき通過するゼロを「位相ゼロ」と定義する。逆に位相が-から+に変化するとき通過するゼロは、位相 π となるので注意すること。

発信器と検出器は 2 枚の磁石の上に乗っており、下の磁石は取り外すことができる。課題 1 から課題 4 までは下の磁石を取り外して実験を行い、課題 5（ブラッグ反射の実験）のとき、検出器や受信器をパンタグラフの腕の上に置く場合にのみ、もう一つの磁石を下に取り付けて行う。

<課題 1> 超音波の波長と音速の測定

図 1-1 に示すように、発信器と受信器をおよそ 10 cm 離して向かい合わせに置く。この実験では、発信器は固定し、受信器を移動させる。30 cm 定規を使い、その縁に沿って両者を置いて受信器をすべらせると両者の距離を測定しやすい。定規や発信器は、セロテープを使って机上に軽く固定するとよい。

問 1-1 発信器と受信器の間の距離 d を少しずつ大きくして、位相を測定する（振幅測定用メータはこの場合には使わない。「位相ゼロ」になる位置での d を測定する。 d を変えていくと「位相ゼロ」になる位置がいくつもあるはずである。そのときの d を d_n ($n=1, 2, 3, \dots$) と書く。その差の絶対値 $|d_n - d_{n+1}|$ が超音波の波長である。これを λ_n と書く。 $\lambda_n = |d_n - d_{n+1}|$ 。連続する 6 つの d_n ($n=1, 2, 3, \dots, 6$) の測定値からの 5 つの λ_n

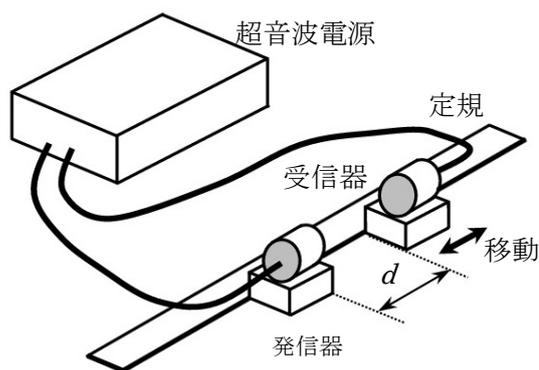


図 1-1

($n=1, 2, 3, 4, 5$) の値の平均値をとることによって超音波の波長 λ の測定値 $\bar{\lambda}$ を求めよ。

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{5} \sum_{n=1}^5 \lambda_n$$

問 1-2 このとき、 λ の測定誤差 $\Delta\lambda$ は $\Delta\lambda = \sqrt{\frac{1}{5-1} \sum_{n=1}^5 (\lambda_n - \bar{\lambda})^2}$ で計算できる。 $\Delta\lambda$ を求めよ。

問 1-3 超音波の振動数 f ($=40$ kHz) と問 1-1 で求めた波長の値から超音波の音速 v を誤差とともに求めよ。

＜課題2＞ ヤングの二重スリット干渉実験

次に、細いスリットがある場合に、波がどのような振る舞いをするか測定してみる。

【発信器から出る波の波面】

問 2-1 はじめに、発信器から出る超音波の波面の形を測定する。図 2-1 に示すように、方眼紙を置いて（セロテープで軽く固定するとよい）、その端に発信器を固定し、方眼紙にその位置の印を付ける。発信器からおよそ 10 cm ほど離れた位置に受信器を置き、発信器から

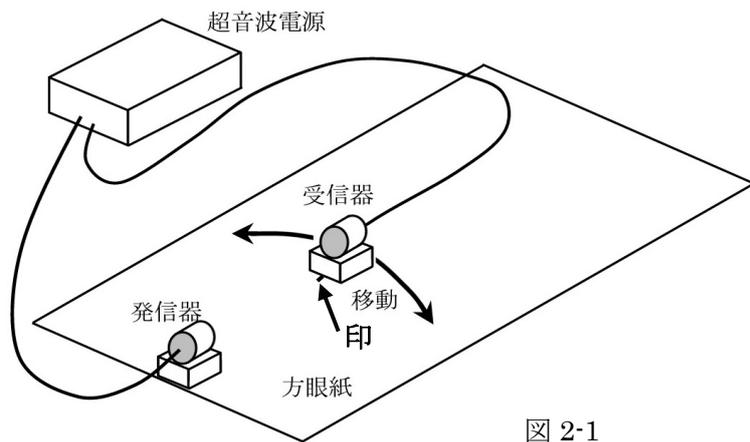


図 2-1

から少しずつ遠ざけて「位相ゼロ」になる位置を探す。見つかったらそのときの受信器の位置（台座前面の中心の位置）に印を付ける。そのまま位相信号をゼロに保つように、受信器を左右に少しずつ動かし、適当な間隔で位相信号ゼロの位置を方眼紙に印をつけて記録する。このような操作を行って付けた印を結ぶとどのような図形となるか、方眼紙上に付けたいくつもの印を適当な曲線で結んで示しなさい。これは、位相が等しい面なので、等位相面、または波面である。[注意：1 波長ずれると、位相が 2π だけずれた隣の波面に飛んでしまうので、注意して受信器を動かすこと。]

次に、発信器から 15 cm 程度離れた位置で同様に「位相ゼロ」の位置を探し出し、それを出発点として、同様に波面の形を描き出しなさい。これらの結果から、発信器から出た超音波は 2 次元的にある程度広がりを持つ波であることがわかるであろう。

この方眼紙の隅に「問 2-1」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

【単一スリット】

新しい方眼紙に交換する。図 2-2 に示すように、方眼紙の端に発信器を固定し、方眼紙にその位置の印を付ける。

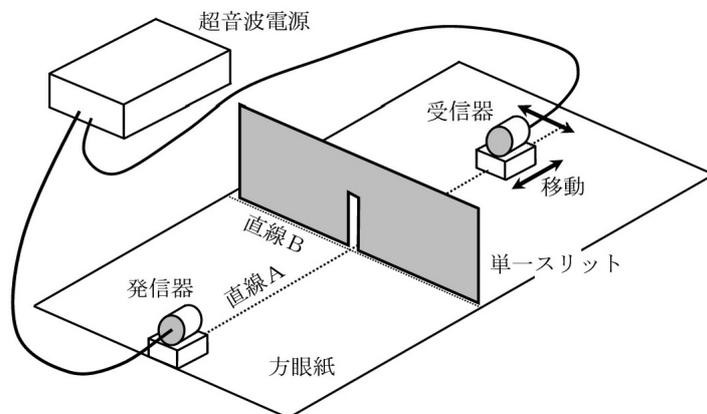


図2-2

そこから方眼紙の中央に直線Aを引く。発信器から 15 cm ほど離れたところに、その直線に直角に交わる直線Bを引く。1つだけスリットが開いているついで（単一スリット）を直線Bに沿って置く。このとき、スリットは直線Aと直線Bの交点に載るように置く。単一スリットは、2つスリットが開いている二重スリットのうちの一方をセロテープで両側からふさいだものである。自分でセロテープを使って片方のスリットをふさぐこと。

受信器を、直線A上でスリットから 8 cm 程度離れた位置に置く。直線Aに沿って検出器をスリットから少しずつ遠ざけ、「位相ゼロ」になる地点を一つ探して、方眼紙にその位置の印を付ける。

問 2-2 その点を出発点として、問 2-1 と同じ要領で波面を描く。つまり、「位相ゼロ」に保ちながら左右に受信器を動かして、適当な間隔で受信器の位置に印をつけ、波面を描く。このような操作を行って付けた印を結ぶとどのような図形になるか、方眼紙上でいくつかの印を適当な曲線で結んで示しなさい。

また、直線A上で、スリットから約 13 cm 離れた場所に受信器を置き、その付近で「位相ゼロ」となる点を探し出す。そこを出発点として同様に波面を描きなさい。

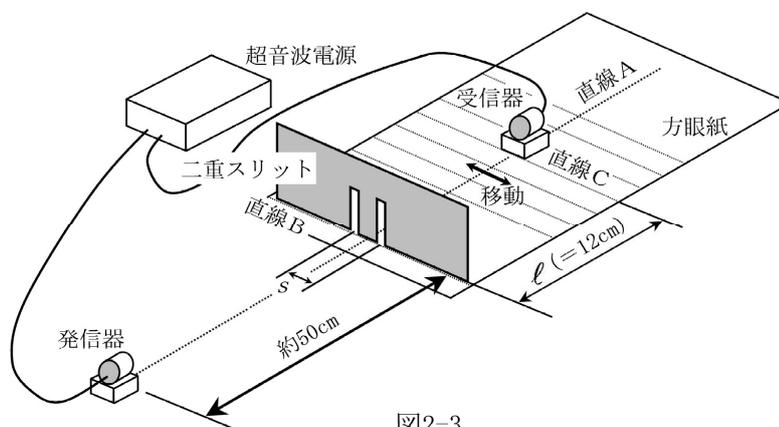
この結果からスリットから波が広がっていることがわかであろう。何故、波面がこのような形状になるのか、解答用紙に書きなさい。

この方眼紙の隅に「問 2-2」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

【二重スリット】

方眼紙を新しいものに取り替える。図 2-3 に示すように、方眼紙の端に直線Bを描き、それに直交する直線Aを描く。今度は、2つのスリットが開いているついで（二重スリット）を直線B上に置く（問 2-2 で使ったスリットのセロテープを剥がして二重スリットとする）。スリットの位置（各スリットの中心位置）を方眼紙上に印をつけて記録しておく。ついでから約 50 cm 程度離れた机の上に発信器を固定する。二重スリットから 12 cm 離れた方眼紙上に直線Bに平行に直線Cを引く。さらに直線Cに平行にその両側に 2 cm 間隔でそれぞれ 3本の直線を描く。

問 2-3 直線Cに沿って受信器を動かし、振幅信号（位相信号ではないので注意する）が極大とな



る位置（検出器を動かしていくと振幅信号が増加から減少に転じる位置）を数箇所見つけ出し，方眼紙上にそれらの場所の印を付ける。そして，隣り合う印の間隔をすべて測定して，すべての値を解答用紙に記し，その間隔の平均値 a を求めなさい。これは，二重スリットによる干渉縞の間隔である。

問 2-4 上で測定した間隔 a とスリットの間隔 s （それぞれのスリットの中心の間隔），ついたてから直線 C までの距離を l ，超音波の波長を λ とすると，これらは

$$s \cdot a = \lambda \cdot l \quad \dots (2-1)$$

という関係にある。この関係式が成り立つ理由を説明しなさい。

問 2-5 (2-1)式を用いて，測定した間隔 a から波長 λ を求めなさい。次に，この値を課題1で求めた波長 λ と比較しなさい。課題2と課題1の誤差を検討して，どちらの結果がより正確か，考えを述べなさい。

問 2-6 直線 C に平行な直線 6 本に沿って受信器を移動させ，同様に振幅信号が極大となる位置をいくつか探し出してその場所に印をつけなさい。異なる直線上の近接する印どうしを適当な曲線で結ぶとどのような図形になるか，方眼紙に描きなさい。また，この図形は，何を意味するのか，解答用紙に書きなさい。

この方眼紙も提出するので，隅に「問 2-6」と書き，チャレンジ番号と氏名を書いておくこと。

問 2-7 新しい方眼紙に交換して図 2-3 と同じ配置にセットする。スリットの間隔が違うもう一枚の二重スリットついたてを用いて問 2-6 と同様に振幅信号が極大になる位置を示す図形を描きなさい。二つのスリットの中心位置も方眼紙上に印しておくことを忘れずに。この図形は，問 2-6 で得られた図形とどのような関係にあるのか，解答用紙に書きなさい。この方眼紙の隅には「問 2-7」と書き，チャレンジ番号と氏名を書いて提出すること。

<課題3> ゾーンプレート

課題2では、1つまたは2つのスリットを超音波が通過するとどのような現象が起きるのか調べた。回折と干渉の現象が見られたのがわかったと思う。その発展として、不等間隔で並んだ幾つかのスリットを考える。このスリットの間隔をある規則に従って変えると、一点から発散する超音波（球面波）を平行で直線的な波面を持つ平行波（平面波）に変換したり、一点に向かって集束する集束波に変換することができる。光の場合との類推で言えば、レンズの働きをするものである。この超音波に対するレンズ作用を、波面を実際に測定することによって確かめ、焦点距離を求めてみる。このようなものを回折レンズ、またはゾーンプレートと呼んでいる。

問3-1 新しい方眼紙を使って図3-1に示すように発信器および受信器を配置する。中心の直線Aに沿って受信器を少しずつ動かし、「位相ゼロ」になる点の一つ探して、方眼紙にその位置の印を付ける。その地点から出発して受信器を左右に少しずつ

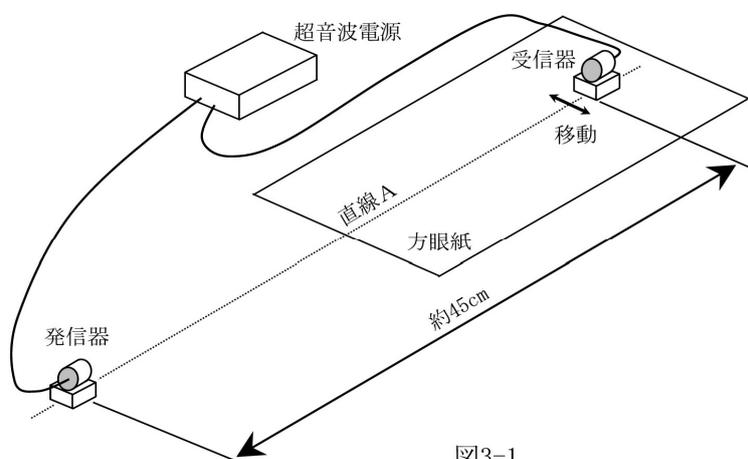


図3-1

動かし、問2-1と同様に波面を描く。つまり、位相信号をゼロに保つように、受信器を左右に少しずつ動かし、適当な間隔でその位置を方眼紙に印をつけて記録する。このような操作を行って付けた印を結ぶとどのような図形となるか、方眼紙上でいくつかの印を適当な曲線で結んで示しなさい。

問3-2 次に、このままの状態ですべての状態で図3-2に示すようにゾーンプレートを置く。つまり、発信器から15 cm離れた位置に、ゾーンプレートの中心が直線A上に載るように置く。この状態で問3-1と同様に波面を描く。つまり、問3-1で探し出した直線A上での「位相ゼロ」の地点を出発点として左右に

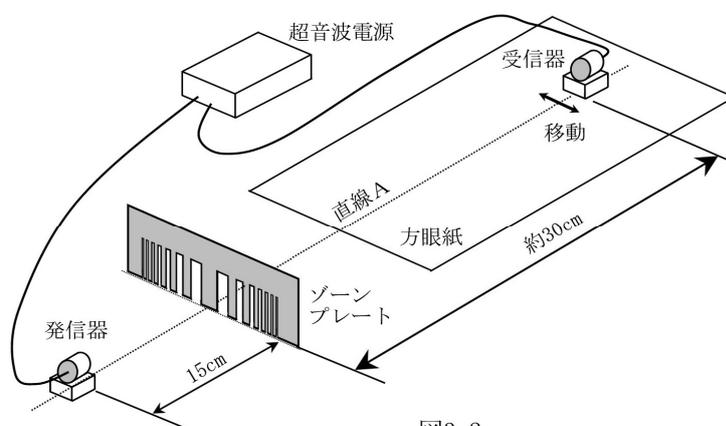


図3-2

受信器を動かして波面を描く。

この方眼紙の隅に「問 3-2」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

問 3-3 問 3-1 と問 3-2 の結果から、ゾーンプレートがどのような働きをしたか、解答用紙に答えなさい。

問 3-4 新しい方眼紙に交換し、図 3-3 に示すような配置にする。つまり、今度は、ゾーンプレートと発信器の距離を 30 cm にし、ゾーンプレートからおよそ 20 cm および 25 cm の位置において方

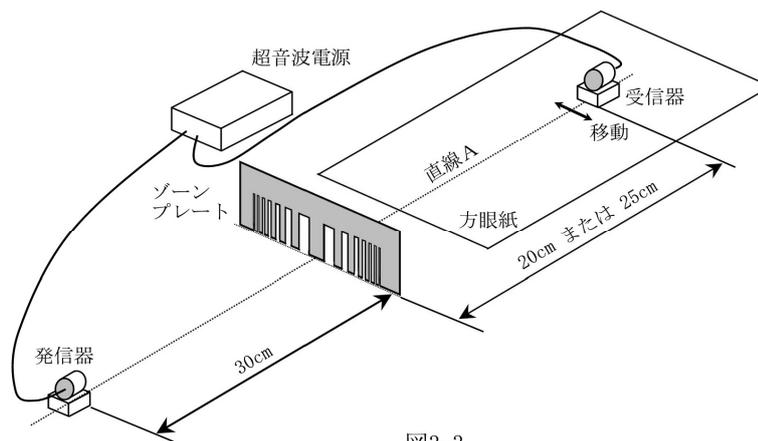


図3-3

眼紙上で波面を 2 つ描く。波面の形から、ゾーンプレートがどのような働きをしていると考えられるか解答用紙に書きなさい。この方眼紙の隅に「問 3-4」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

問 3-5 問 3-4 で求めた波面を利用し、波の各部分はその法線方向に進行することを考慮して作図し、波が集束する地点を方眼紙上に明記しなさい。

以上の結果から、このゾーンプレートを凸レンズと考えた時の焦点距離を求めよ。その求め方も省略せずに解答用紙に書きなさい。

問 3-6 ゾーンプレートの原理を考えてみる。図 3-4 に示すように、平面波がゾーンプレートに入ってきた場合、ゾーンプレートは凸レンズの働きをして、波は焦点 O に集束する球面波に変換される。この球面波は、ゾーンプレートの各スリットから出てくる球面波（素元波）が干渉してできたものである（ホイヘンスの原理）。つまり、素元波の同位相面（波面）の接線（包絡面）を描くと、焦点 O に集束する球面波となる。この原理から、図 3-4 で示した一対のスリットの間隔 d_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) が満たすべき関係式を求めよ。

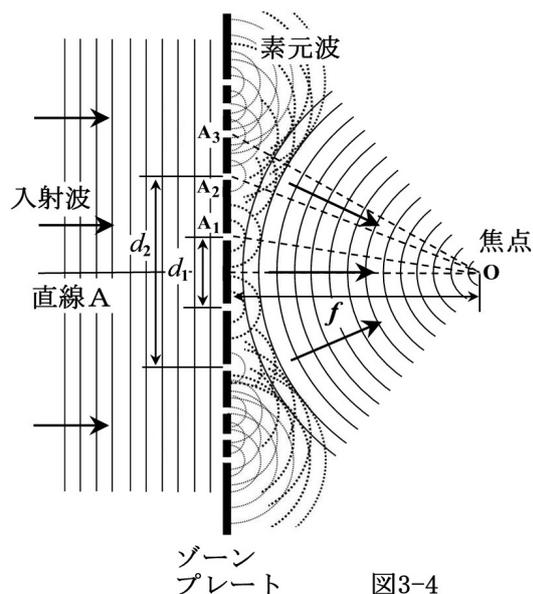
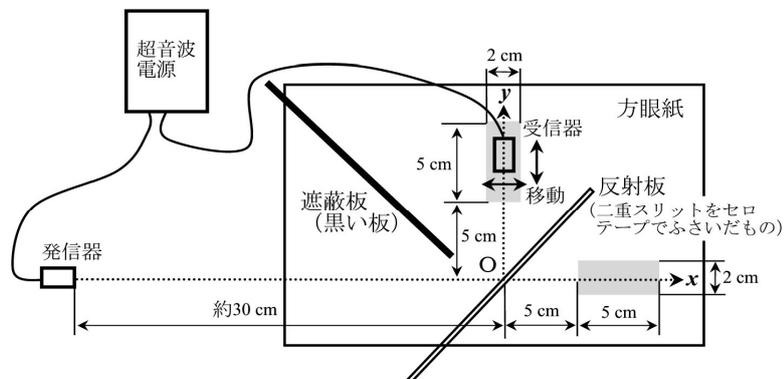


図3-4

＜課題 4＞ 波の反射

次に、波が反射するときの位相の変化を測定する。

図 4-1 に示すように、方眼紙上に xy 座標軸をとる。発信器を x 軸上の原点 O から約 30 cm のところに設置して $+x$ 方向に向かって超音波を発信させる。



問 4-1 図 4-1 に示すよう

図4-1

に、 x 軸に対して 45° の方向に反射板を設置する。この反射板は、課題 2 で使用した二重スリットの両方のスリットをセロテープで両側からふさいでものである（自分でセロテープを貼りなさい）。そうすると、波が反射されるので、 y 軸上に受信器を置いて検出する。発信器からの直接波が受信器に入らないように、図のように遮蔽板（黒いついたて）を置くことよ。図 4-1 で y 軸上で影をつけた領域 ($-1\text{ cm} < x < 1\text{ cm}$, $5\text{ cm} < y < 10\text{ cm}$) で「位相ゼロ」の波面をいくつか描きなさい。「位相ゼロ」の波面の描き方は、いままでやってきた要領で行う。

問 4-2 次に、反射板と遮蔽板をはずし、受信器を x 軸上に移す。今度は、図 4-1 で x 軸上で影をつけた領域 ($5\text{ cm} < x < 10\text{ cm}$, $-1\text{ cm} < y < 1\text{ cm}$) の範囲で同様に「位相ゼロ」の波面をいくつか描きなさい。この方眼紙の隅に「課題 4」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

問 4-3 反射板がない場合に x 軸上にできる「位相ゼロ」の波面と、反射板がある場合に、 y 軸上にできる「位相ゼロ」の波面の位置を比較し、どのようなことがわかるか解答用紙に書きなさい。その際、測定誤差も考慮しなさい。

問 4-4 以上のことから、入射波と反射波の位相がどのような関係にあるのかを考察しなさい。つまり、反射板がない時にできる $+x$ 方向に進行する波の位相と、反射板がある時にできる $+y$ 方向に進行する波の位相はどのような関係にあるのかを考えなさい。

問 4-5 超音波は空気の粗密波であることを考えると、反射板を置いた場合に、その表面で、入射波と反射波の重ね合わせで作られる空気分子の変位がどのような条件を満たす必要があるのか答えなさい。反射板の表面は十分硬いとしてよい。

＜課題5＞ ブラッグ反射

X線が結晶に入射すると、結晶中の原子1個1個によって散乱される。その散乱波どうしが干渉して、特定の方向にのみ強い反射X線が得られる。この現象はブラッグ反射として知られている。同様の現象が同じ波動である超音波にも期待できる。超音波によるブラッグ反射を測定してみる。

図5-1は釘をアクリル板に取り付けた結晶格子の模型である。各釘の間隔は縦にも横にも1cmである（正方格子と呼ばれる）。格子定数（結晶を構成する原子間距離）2Å程度の実際の結晶で、波長2Å程度のX線によるブラッグ反射が生じるので、超音波の波長と同じ程度の格子定数を持つ結晶模型を用意した。

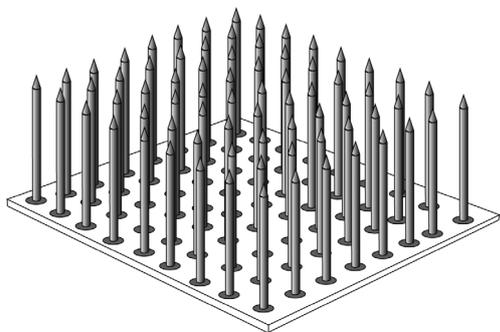


図 5-1

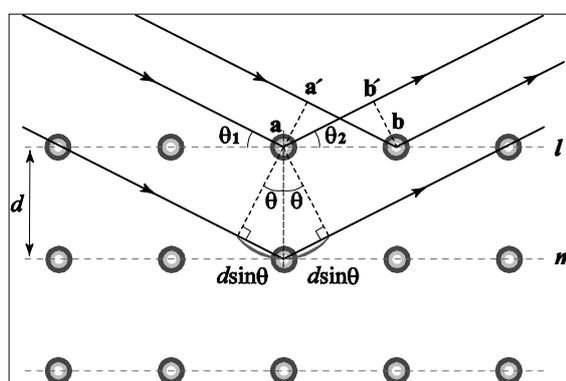


図 5-2

図5-2の結晶模型で、釘の並んだ平行な面（原子面） l, m, \dots の間隔（面間隔）を d 、入射超音波の波長を λ とする。原子面に対して入射超音波のなす角と反射超音波のなす角を等しく θ とすれば、

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (n = 1, 2, 3) \quad \dots(5-1)$$

の関係を満たすときに、強い反射が現れる。

図5-2の原子面 l 内にある釘による反射では、 $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ となつて、反射の法則が満たされていれば、面内にある釘による反射超音波は、すべて同位相となつて強め合う。このとき隣り合う原子の反射による行路差が $a'b = ab'$ となつて、等しくなるからである。だから必ずしも(5-1)式を満たす必要がない。

しかし、隣り合う釘の原子面 l, m での反射が強め合うためには、反射の法則に加え、さらに条件が必要である。超音波が原子面 l と m で反射するときの行路差は $2d \sin \theta$ なので、そ

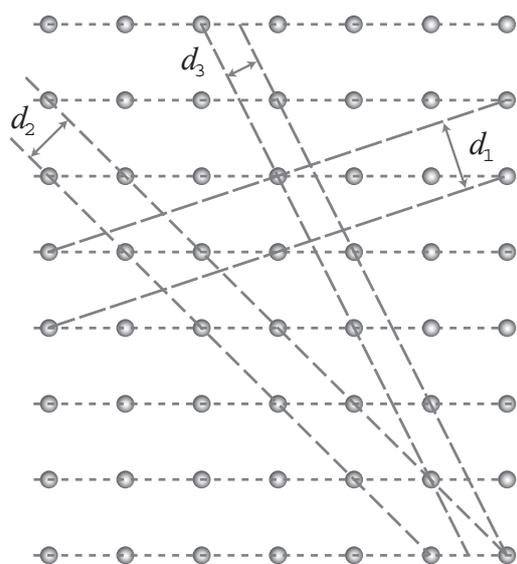


図 5-3

の分だけ位相がずれる。この行路差が λ の整数倍になると、位相はちょうど 2π の整数倍ずれるので、結局、反射超音波はすべて同位相となって強め合う。こうしてブラッグ反射の条件式(5-1)が得られる。つまり、ブラッグ反射は、等間隔で並んだ原子面の列からの反射波の干渉によって起こる。

原子が規則的に配列している結晶格子においては、図 5-3 に示すように、いろいろな向きの原子面があると考えられる。ブラッグ反射の条件式(5-1)の面間隔 d に $d_1, d_2, d_3 \dots$ を代入した条件が満たされるとき、それぞれの原子面によるブラッグ反射が起こる。

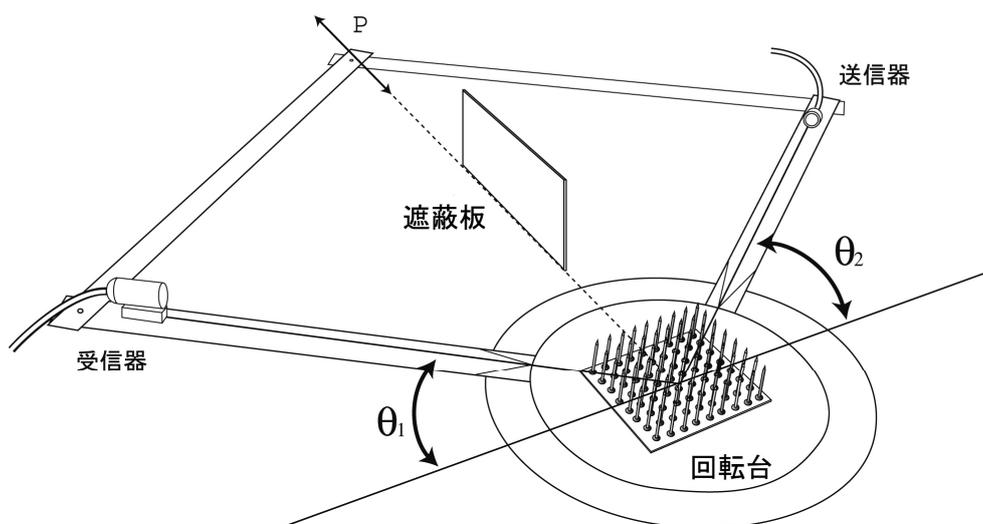


図 5-4

問 5-1 図 5-4 に示すように、回転台つきパンタグラフを用いて超音波のブラッグ反射を観測してみる。結晶模型を回転台の中心に設置する。パンタグラフの腕の上に発信器および受信器を固定する。その際、発信器および受信器の磁石の下にもう一つの磁石を付けてパンタグラフの腕に固定する。両者とも回転台の中心から約 35 cm のところに固定する。磁石だけでは動いてしまう可能性があるため、セロテープで固定するとよい。

点 P を移動させてパンタグラフを伸び縮みさせたとき、結晶模型の一つの辺に対して超音波の入射角 θ_1 および反射角 θ_2 が常に等しくなるように結晶模型の置く角度を調節する。分度器を利用して角度を直接読めるような方向にすると測定が容易になる。

入射角 $\theta_1 = \text{反射角 } \theta_2 (= \theta)$ を $20^\circ \sim 70^\circ$ まで 2.5° 間隔で変えながら反射超音波の振幅を測定して解答用紙の表を完成せよ。次に、横軸に角度 θ 、縦軸に振幅信号 (電圧 V) をとり、方眼紙にグラフを描け。得られたグラフより、ブラッグ反射によるピークが観測されているはずである。

問 5-2 課題 1 で求めた超音波の波長 λ 、および問 5-1 で観測されたブラッグ反射を起こす角度 θ の値を用い、(5-1)式から面間隔 d を求めよ。

問 5-3 図 5-5 に示すように、問 5-1 の状態から結晶模型だけを 45° 回転させて回転台の上に設置する。この状態でパンタグラフを伸び縮みさせて問 5-1 と同じ測定を行う。つまり、入射角 (=反射角) θ を $20^\circ \sim 70^\circ$ まで 2.5° 間隔で変えながら反射超音波の振幅を測定し、解答用紙の表を完成させよ。次に、横軸に角度 θ 、縦軸に振幅信号 (電圧 V) をとり、方眼紙にグラフを描け。この方眼紙は、問 5-1 で使ったものと同じものでよい。つまり、問 5-1 と問 5-3 の2つのデータのグラフを1枚の方眼紙に描く。この方眼紙の隅に「課題 5」と書き、またチャレンジ番号と氏名を書いて試験終了時に解答用紙と一緒に提出しなさい。

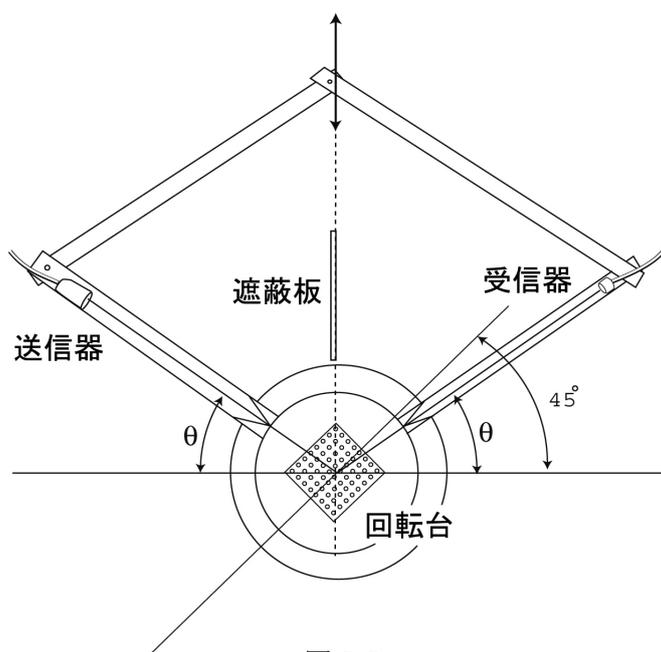


図 5-5

問 5-4 得られたグラフより、図 5-3 の場合にブラッグ反射を引き起こしている面間隔を推定せよ。この面間隔は結晶模型のどの原子面の間隔に対応するのか、解答用紙に図示せよ。



物理チャレンジ2008

物理チャレンジ2008実験問題解答例

<課題1>超音波の波長と音速の測定

問1-1, 問1-2

間隔 d [mm]	波長 λ [mm]
37 ± 1	8 ± 1
45 ± 1	10 ± 1
55 ± 1	9 ± 1
64 ± 1	8 ± 1
72 ± 1	9 ± 1
81 ± 1	
	平均値 $\bar{\lambda} = 8.8 \text{ mm}$ 誤差 $\Delta\lambda = 0.8 \text{ mm}$

問1-3

$$v = f\lambda$$

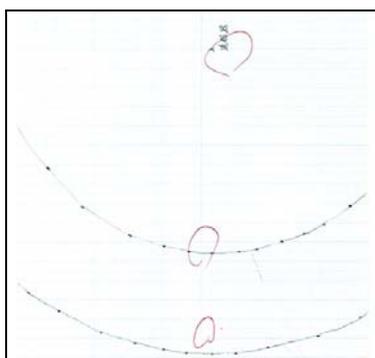
$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial f}\right)^2 (\Delta f)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \lambda}\right)^2 (\Delta \lambda)^2} = \left|\frac{\partial v}{\partial \lambda} \cdot \Delta \lambda\right| = |f \Delta \lambda| = f \Delta \lambda$$

$$f = 4.0 \times 10^4 \text{ Hz}, \quad \lambda = (8.8 \pm 0.8) \times 10^{-3} \text{ m}$$

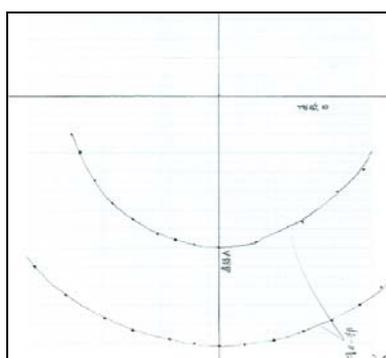
$$\therefore v = (3.5 \times 0.3) \times 10^2 \text{ m/s}$$

<課題2>ヤングの二重スリット干渉実験

問2-1



問2-2



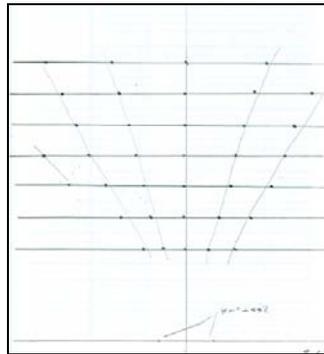
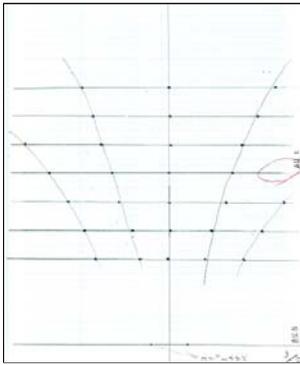
問2-2

スリットの後方で観測されるのは、スリットの部分で発生した素元波のみであるから、素元波の形状である球状に波が伝播する。

問2-3

$$a \text{ [mm]} \quad 43 \pm 1, \quad 40 \pm 1, \quad 43 \pm 1, \quad 41 \pm 1$$

$$\text{よって} \quad a = 42 \pm 2 \text{ mm}$$

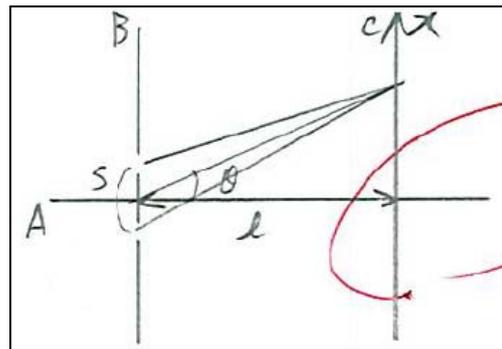


問2-4

図のように、直線Cにそってx軸をとる。また、図のように θ を定める。

$$\tan \theta = \frac{x}{l} \quad \text{よって、} |\theta \ll 1| \text{ のとき } \theta \doteq \frac{x}{l} \quad x \text{ において極大となるには}$$

$$\sin \theta = n\lambda \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \text{ となればよい。}$$



$$x = \frac{n\lambda l}{s}$$

よって、極大の間隔である a は、 $a = \frac{\lambda l}{s}$ となる。よって $sa = \lambda l$

問2-5

$$\lambda = \frac{sa}{l}, \quad \Delta\lambda = \lambda \sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(\frac{\Delta s}{s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}$$

$$s = 25 \pm 1 \text{ mm}, \quad a = 42 \pm 2 \text{ mm}, \quad l = 120 \pm 1 \text{ mm} \quad \therefore \lambda = 8.8 \pm 0.5 \text{ mm}$$

課題1でのほうが誤差が小さい。問2-3では極大の測定の微妙さが誤差を大きくしていることや問2-5では誤差を持つ測定値が多いことが原因だろう。

問2-6

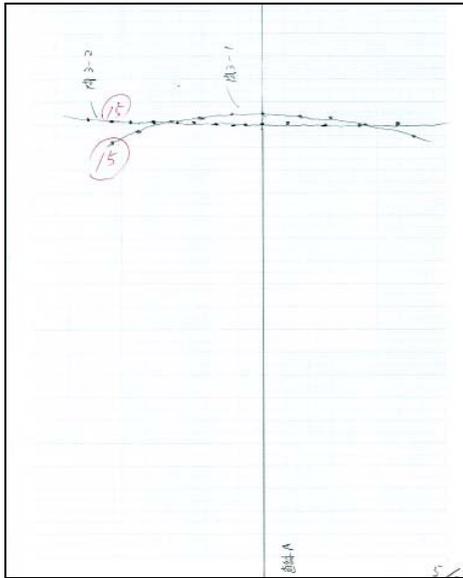
各スリットからの距離の差が波長の整数倍の点の軌跡、すなわち両スリットを焦点とする双曲線となる。

問 2-7

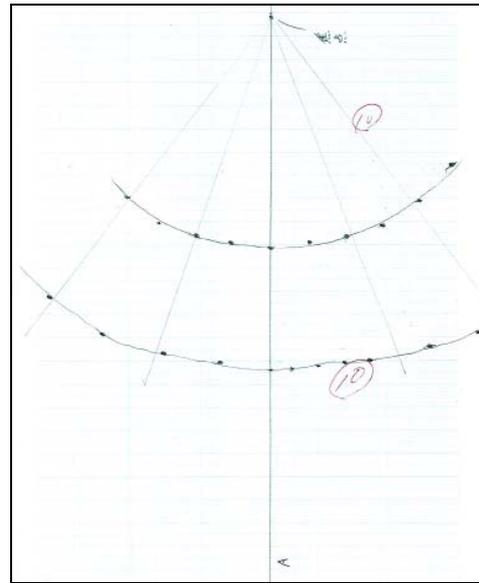
問 2-6 で得られた図形よりも曲線の間隔がせまい。これは式(2-1)と整合している。

<課題 3>ゾーンプレート

問 3-1, 問 3-2



問 3-4



各弦の垂直二等分線の集約される点を求めると、ほぼ受信機の位置に集まることが分かる。

問 3-3

球面波をほぼ平面波に変えている。焦点 15cm 程のレンズとしてはたらいいたことが分かる。

問 3-4

平行波を 1 点に集める凸レンズのようなはたらきをしている。

問 3-5

発信器プレート間 : 300 ± 1 mm

発信器焦点間 : 349 ± 5 mm

焦点距離を f とすると、レンズの公式より、

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{300} + \frac{1}{349} \quad \therefore f = 161 \pm 2 \text{ mm}, \quad \Delta f = f \sqrt{\left(\frac{1}{300}\right)^2 + \left(\frac{5}{349}\right)^2}$$

問 3-6

$O A_{n+1} - O A_n = n\lambda$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$) とならなければ、焦点で同じ位相にならない。

$$\text{よって, } \sqrt{f^2 + \left(\frac{d_{n+1}}{2}\right)^2} - \sqrt{f^2 + \left(\frac{d_n}{2}\right)^2} = n\lambda, \quad f\sqrt{1 + \left(\frac{d_{n+1}}{2f}\right)^2} - f\sqrt{1 + \left(\frac{d_n}{2f}\right)^2} = n\lambda$$

$$f\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d_{n+1}}{2f}\right)^2\right\} - f\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d_n}{2f}\right)^2\right\} \doteq n\lambda$$

$$\therefore \frac{d_{n+1}^2 - d_n^2}{8f} = n\lambda \quad d_{n+1}^2 - d_n^2 = 8n\lambda f$$

特に, 与えられたものは $n=1$ であり,

$$d_{n+1}^2 - d_n^2 = 8\lambda f$$

<課題4> 波の反射

問4-1, 問4-2, 問4-3



問4-3

グラフ用紙を折り, x 軸と y 軸を重ねると分かるように, 原点から位相 $0(2\pi)$ の波面ま

での距離は、誤差 1mm の範囲ではほぼ完全に一致することが分かる。

問 4-4

問 4-3 の結果より、入射波と反射波の位相は等しいということがわかる。

問 4-5

反射板の表面では空気分子は板に垂直方向に変位してはならない。

(平行な方向は可能)

<課題 5>ブラッグ反射

問 5-1

角度 θ	20	22.5	25	27.5	30.0	32.5	35	37.5	40	42.5	45
振幅信号	0.7	0.5	2.5	1.2	0.1	0.5	0.3	0.8	0.4	0.6	0.6

角度 θ	47.5	50	52.5	55	57.5	60	62.5	65	67.5	70
振幅信号	0.2	0.2	0.3	1.8	1.5	0.7	0.3	0.5	1.2	1.4

問 5-2

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta}$$

$$\theta = 25^\circ \text{ のとき, } d_n = 1.04n$$

$$\theta = 55^\circ \text{ のとき, } d_{n+1} = 0.54n$$

よって、 $\theta = 25^\circ$ のとき $n = 1$ 、 $\theta = 55^\circ$ のとき $n = 2$ と考えられるので、

$$\bar{d} = \frac{d_n + d_{n+1}}{2} = \frac{1.04 + 1.07}{2} = 1.06, \quad \text{よって } d = 1.1 \text{ m}$$

問 5-3

角度 θ	20	22.5	25	27.5	30.0	32.5	35	37.5	40	42.5	45
振幅信号	1.1	0.2	0.1	0.2	0.5	0.3	1.5	0.5	0.2	0.6	0.1

角度 θ	47.5	50	52.5	55	57.5	60	62.5	65	67.5	70
振幅信号	0.1	0.3	0.3	0.5	0.8	0.0	0.7	0.3	0.5	0.8

問 5-4

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad d = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta}$$

$$n = 1, \quad \theta = 35^\circ \text{ とすると, } d = 0.767 \text{ cm} = \frac{1.08}{\sqrt{2}} \text{ cm}$$

よって、面間隔は格子間隔の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍程度である。すなわち、図のような面によるもので

ある。

反射強度

