物理チャレンジ2005
理論問題

2005年8月13日（土）

理論問題へチャレンジ　8：30〜13：30

理論問題へチャレンジを始める前に下記の＜注意事項＞をよく読むこと。

問題は大問３題である。問題は，一見，難問にみえても，よく読むとわかるようになっている。どの問題から取り組んでもよい。最後まで，あきらめずにチャレンジすること。

＜注意事項＞

1. **開始の合図があるまで，問題冊子，解答用紙の入った封筒を開けてはいけない。封筒の表に，チャレンジ番号，氏名を必ず記入すること。**
2. **解答用紙は問題ごとに指定されている。その解答用紙に解答すること。**
3. **各問の解答用紙ごとにチャレンジ番号と氏名を必ず記入すること。**
4. **解答は，最終的な答のみではなく，解答に至る道筋も詳しく記述すること。**
5. **チャレンジ開始後から200分（3時間20分）経過するまでは，原則として，途中退出はできない。200分経過（11:50）後は，解答を提出して，退室可能である。**
6. **気分が悪くなったときやトイレに行きたくなったとき，または質問がある場合は手をあげて監督者に知らせること。**
7. **他の参加者の迷惑にならないように静粛に解答をすすめること。**
8. **解答用紙は封筒にもどして，**チャレンジ番号・氏名の記入を確認のうえ**提出すること。**
9. **問題冊子は持ち帰ること。**

第１問

アインシュタインは,「力学の法則はあらゆる慣性系で同じ形に表される」という「ガリレイの相対性原理」が，力学だけではなく光学や電磁気学でも成り立つと考えた。これを「特殊相対性原理」という。電磁気学の法則が任意の慣性系で同じ形に表されるならば,電磁波である光の速さcは任意の慣性系で同じ速さでなければならない。これを「光速不変の原理」という。

いまからちょうど100年前の1905年，アインシュタインは特殊相対性原理と光速不変の原理を用いて，特殊相対性理論を構築することに成功した。

［Ｉ］　図１のように,同一の慣性系(慣性の法則の成り立つ座標系)において距離lだけ離れた２点ＡとＢに静止している時計を合わせる（同期化する)ことを考えよう。

点 A に置かれた時計が時刻t_Aを表示しているときにＡから光を発する。距離lだけ離れた点Ｂにこの光が到着したとき，点Ｂに置かれた時計が表示する時刻t_Bを,

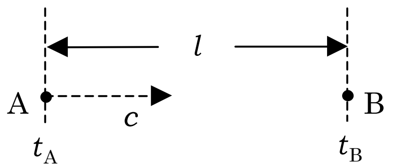

図１

$$t_B = t_A + \frac{l}{c}$$

と決める。これと同じ方法で，点Ｂを発する光が点Ａに到着する場合も同様にして双方の時計の表示を合わせる。

問１　点Ｂに置かれた時計が時刻t_Bを表示したときにＢから発せられた光が，点Ａに到着した。このとき，点Ａの時計は時刻t'_Aを表示していた。時刻t'_Aは，点Ａに置かれた時計で時刻t_AのときにＡを発した光が, 点Ｂの鏡で反射されて再びＡに戻ってきた時刻t''_Aと一致することを示せ。

ここで，点Ａから発せられた光が点Ｂに置かれた鏡で反射して点Ａに戻るまでの時間をtとすると,

$$2l = ct$$

の関係式が成り立つことを用いよ。

［II］　図２ａのように，一定の速さvで一直線上を動いているの電車の中央の点Ｏから,電車の進行方向とその逆方向へ同時に光を発する。それぞれの光は電車の先端Ａと後端Ｂに付けられた鏡で反射されて再び点Ｏに戻る。このことを,

光速不変の原理：相対的に任意の速さで動いているそれぞれの慣性系において，光速は同じcである。

を用いて考えよう。静止した地面に固定された慣性系Ｓと電車と共に一定の速さvで動いている慣性系S′を考える。速さvで動いている電車の長さを慣性系Ｓに固定された物差しで計ったら$2L$であった。ここで動いている電車の長さを慣性系Ｓに固定し

た物差しで測定するとは，物差しの上の各点に，[Ｉ]で考えた方法で同期化した時計を並べて置き，ある同じ時刻に電車の先端Aと後端Bが通過した点の位置を物差しの目盛りで測定してAとBの距離を求めることである。

また，電車内で中央の点Oに静止している観測者は，時刻$t=0$に点Oから電車の進行方向とその逆方向に発せられた光が，それぞれ先端Aおよび後端Bで反射されて再び点 O に戻ってきた光を同時に観測する。その時刻をt'とすると，$2L'=ct'$は慣性系S′に固定された物差しで計った電車の長さを表している。

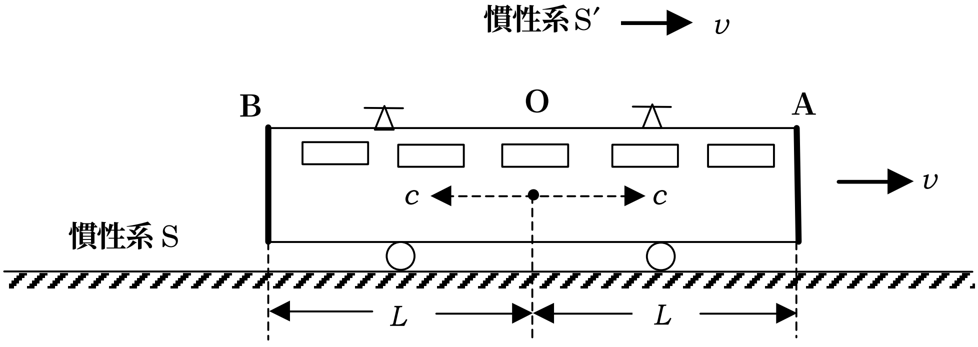

図２ａ

電車の中央の点Oから発せられた光が先端Aおよび後端Bに到達する時刻を，慣性系Sの時計で観測すると，光がAとBに達するまでの間に，AおよびBはそれぞれ動いているので，光がAに達する時刻とBに達する時刻に差が生じる。

問２　先端Aに光が到達するまでの時間をT_A，後端Bに光が到達するまでの時間をT_Bとして，その時間差$DT=T_A-T_B$を求めよ。

このことから，慣性系SとS′に置かれた時計では，時間の進み方が異なることがわかる。

問３　光が先端Aに達したとき点Aの慣性系Sでの位置と，光が後端Bに達したとき点Bの慣性系Sでの位置の差を$2L_0$とする(図２ｂ)。L_0を求めよ。

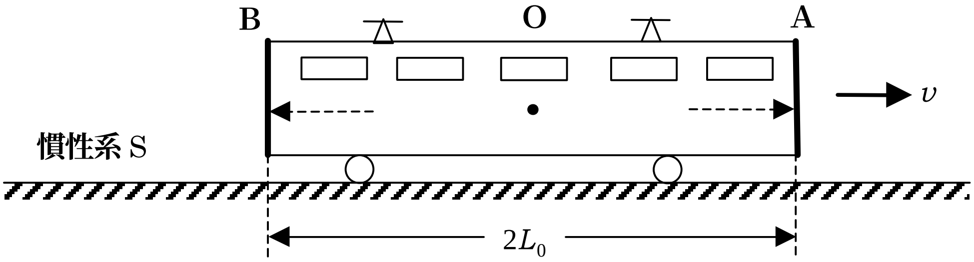

図２ｂ

このことは，慣性系S′に対して速さvで左向きに動いている慣性系Sに固定された

長さ $2L_0$ の棒を慣性系S′で観測すると，棒の長さは $2L'$ であることも意味している。

問４　慣性系Ｓから見た慣性系S′の運動と，S′から見たＳの運動は同等であることを用いて，長さ L と L' の間に， $$L = L'\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \cdots(\text{i})$$ **の関係式が成り立つことを示せ。**

(ｉ)式は，速さ v で動いている物体の速度方向の長さが $k=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 倍に縮むことを示している。

問５　点Ｏから発せられ，先端Ａと後端Ｂで反射された光が点Ｏに戻るまでの時間を考えよう。この時間を慣性系Ｓの時計で計ったものを T，慣性系S′の時計で計ったものを T' とする。T と T' の間に， $$T' = T\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \qquad \cdots(\text{ii})$$ **の関係式が成り立つことを示せ。**

(ii)式は，速さ v で動いている物体(座標系)では，時間の進み方が $k=\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$ 倍に遅くなることを示している。

[III]　図３のように，無重力空間を等速直線運動している宇宙船Ａに対して，相対的速さ $0.6c$（c：真空中の光速）で等速直線運動する宇宙船ＢがＡのすぐ上を通り過ぎる瞬間，ＡとＢの時計を午前９時に合わせた。宇宙船Ｂの時計が午前10時を指した瞬間，Ｂの乗組員は宇宙船Ａに向かって光信号を発する。宇宙船Ａの乗組員はその光信号を観測するや否や，宇宙船Ｂに向かって光信号を返答する。

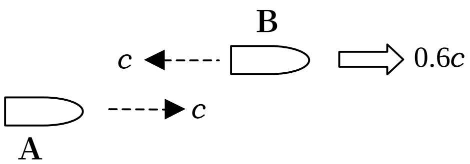

図３

問６　宇宙船Ａの乗組員が宇宙船Ｂからの光信号を観測するとき，Ａの時計は何時を指しているか。また，宇宙船Ｂの乗組員が宇宙船Ａからの返答の信号を観測するのは，Ｂの時計で何時か。

[IV]　慣性系Sにおいて，電場$\vec{E}$(大きさE)と磁束密度$\vec{B}$(大きさB)の磁場中を，電荷qが$\vec{B}$に垂直に速度$\vec{v}$(速さv)で運動するとき，qには電場の向きに大きさqEの力，および，$\vec{v}$から$\vec{B}$の向きに右ねじを回すときねじの進む向きに大きさqvBのローレンツ力が作用する。これら２つの力を総称して電磁気力と呼ぶ。

この現象を慣性系Sに対して速度$\vec{v}$で動く慣性系S′で見ると，電荷qは静止しているから，qに磁場からローレンツ力は作用しない。しかし，慣性系S′で電荷qに電磁気力が作用するとすれば，qの速度が0であっても作用する電場が生じていなければならない。この電場はどのようにして生じるのであろうか。[II]で考えた「長さの縮み」を考慮して考えてみよう。

以下では，必要であれば，次のa)，b)を用いてよい。

a)　十分長い直線導線に，強さIの電流を流すと，電流が流れる方向に進む右ねじの回る向きに磁場ができる。導線から距離rの点にできる磁束密度の大きさは，

$$B=\frac{m_0 I}{2p\,r}$$

と表される。ここで，m_0は，真空の透磁率と呼ばれる定数である。

b)　十分長い直線導線が単位長さあたりr (>0)の電荷を帯びているとき，導線から距離rの点に，導線から離れる（$r<0$のとき近づく）向きにできる電場の大きさは，

$$E=\frac{r}{2pe_0 r}$$

と表される。ここで，e_0は，真空の誘電率と呼ばれる定数である。

x，y，z軸方向を図４のようにとり，導線にx軸負方向へ大きさIの電流を流した状態で，慣性系Sで見ると(図４a)，導線は電気的に中性であった。このとき導線中には，単位長さあたりの電荷$r_0$$(>0)$の１価の正イオンが$x$軸方向へ等間隔$a$で並んで静止し，単位長さあたりの電荷$-r_0$の自由電子が，同じ等間隔$a$で並んで速さ$v$で$x$軸正方向へ運動しているものとする。このとき$I=r_0 v$である。いま導線から$y$軸正方向へ距離$r$だけ離れた点Pを，正の点電荷$q$が導線と平行に，導線中の電子と同じ速さ$v$で$x$軸正方向へ動いている。

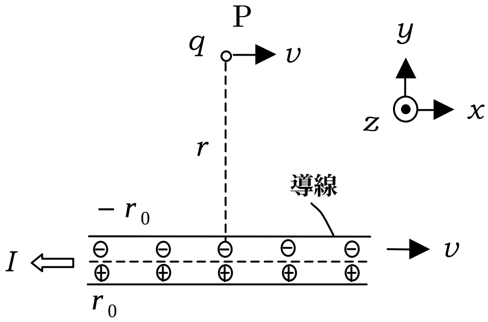

図４a：慣性系S

⦿：裏から表の向き

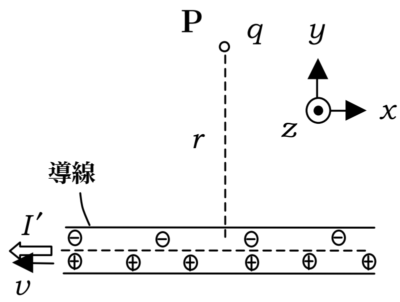

図４b：慣性系S′

この現象を，慣性系Sに対し x 軸正方向へ速さ v で等速運動する慣性系 S' で考える(図４b)。慣性系 S' では点電荷 q は静止しており， q に磁場からローレンツ力は作用しない。このとき，導線中の電子は静止し，正イオンのみが x 軸負方向へ速さ v で動いており， x 軸負方向へ電流 I' が流れている。

問７　慣性系 S' では，電子の間隔 a_- と正イオンの間隔 a_+ が異なるため，導線は帯電する。a_- と a_+ を慣性系Sでの間隔 a および[II]で定義した k を用いて求めよ。また，導線の単位長さあたりの電荷 r を， r_0 および k を用いて求めよ。

問８　慣性系 S' で見るとき，点電荷 q にはたらく力の大きさ f' とその向きを求めよ。その際，真空中の光速 c は，

$$c = \frac{1}{\sqrt{e_0 m_0}}$$

と表されることを用いよ。また，慣性系Sで点電荷 q にはたらく力の大きさを f とすると， f' は， f の何倍か。k を用いて表せ。

問９　断面積 $A = 1.0\times10^{-6}\ \mathrm{m}^2$ の Cu でできた直線導線に，慣性系Sで，$I = 1\mathrm{A}$ の電流を流す場合を考える。Cu 原子１個が１個の自由電子を出すとし，下記の物理定数を用いて，導線中の自由電子の速さ v を有効数字２桁で求めよ。

また，慣性系Sから S' へ移行するときの電磁気力の変化の大きさ $\dfrac{|f'-f|}{f}$ を有効数字１桁で求めよ。その際，近似式

「$|x|$ が１に比べて十分小さい($|x| << 1$)とき， $(1+x)^a \quad 1+ax$ （a ：実数)」

を用いよ。

・真空中の光速　：$c = 3.0\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$
・Cu 原子の原子量　：64（１モルの質量 $M = 64\times10^{-3}\ \mathrm{kg}$）
・Cu の単位体積の質量　：$s = 8.9\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$
・アボガドロ数(１モルの原子数)　：$N_\mathrm{A} = 6.0\times10^{23}$
・電子の電荷の大きさ　：$e = 1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}$

第２問

水よりも密度が大きく水に溶けない粉末がある。この粉末を水に入れると，粉末は下降していくが，最終的に，全部が底に溜まるのではなく，上部は薄く，下部は濃いという濃度分布となる。これは[Ｉ]で見るように，微粒子にはたらく力のつり合いで決まっている。さらに，アインシュタインは，「このような微粒子の最終的な濃度分布は，重力によって下降する微粒子の流れの大きさと，濃度の濃い方から薄い方に拡散する流れの大きさが等しくなることによって決まる」と考えた。

このように，同じ現象を，力のつり合いと見る静的な見方と，２つの流れの大きさが等しくなるという動的な見方を組み合わせることによって，一見静かに見える現象の背後に分子の複雑な運動があることをアインシュタインは見抜き，１つの関係式を提案した。

以下の[Ｉ]〜[Ⅲ]では，重力を考慮して，[Ⅲ]で定義する水中の微粒子の拡散のはたらきを示す係数，すなわち拡散係数を求める。

重力加速度の大きさを g とする。

[Ｉ]　水中に薄く拡がっている微粒子は，理想気体の気体分子のように振る舞うことが知られている。気体定数を R とすると，１モルの理想気体について，圧力 p，体積 V，絶対温度 T との間に状態方程式 $pV = RT$ が成り立つが，同様に水の中の微粒子のみがもたらす圧力(これは浸透圧と呼ばれる)を p，体積 V 中の微粒子の数を N，アボガドロ数を N_A とすると，モル数は $\dfrac{N}{N_\mathrm{A}}$ になるので，状態方程式 $pV = \dfrac{N}{N_\mathrm{A}}RT$ が成り立つ。ここで，T は水温(絶対温度)である。

> **問１**　単位体積中の微粒子の数(これは微粒子の濃度である)を $n = \dfrac{N}{V}$，ボルツマン定数を $k = \dfrac{R}{N_\mathrm{A}}$ として，上記の微粒子について，p を k, n, T を用いて表せ。

微粒子の濃度と浸透圧は高さによって変化する。そこで，高さ h での濃度は n，浸透圧は p，$h + Dh$ での濃度は，$n + Dn$，浸透圧は $p + Dp$ と表されるものとする。また，水温は高さによらず一定値 T であるとする。

> **問２**　問１で得られた式から，高さ h と $h + Dh$ での浸透圧の圧力差 Dp を濃度差 Dn を用いて表せ。

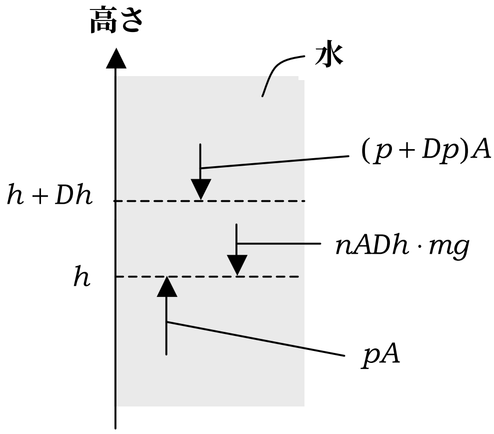

図１

さて，図１のように，この水中に，断

面積A，微小な高さΔh（下底の高さh，上底の高さ$h+\Delta h$）の直方体を考え，直方体内の微粒子(質量m)にかかる力のつり合いを考える。

この直方体内の微粒子の集団には，重力，上方からの浸透圧による力，下方からの浸透圧による力の３力がはたらいていると考えられる。ここでは，微粒子の密度が十分大きいので，浮力は無視できる。

Δhは微小な高さであるから，この直方体内にある微粒子の濃度nは一定であると考えられ，直方体内の微粒子数は$nA\Delta h$となる。こうしてこれらの微粒子にはたらく重力は$nA\Delta h \cdot mg$と表される。直方体の上方から直方体内の微粒子にかかる浸透圧による力は$(p+\Delta p)A$であり，下方から受ける浸透圧による力はpAである。

問３　直方体内の微粒子にはたらく力のつり合いより，ΔpをΔhを用いて表せ。

問４　問２と問３の結果を用いて，濃度勾配$\dfrac{\Delta n}{\Delta h}$を$g, k, m, n, T$を用いて表せ。

こうした静的な見方では，実際に存在する微粒子の運動を議論できないが，[II]，[III]において，それを測定する仕組みを考える。

[II]　まず，鉛直に置かれた十分長い容器に水を入れてその中に微粒子を入れる。十分長いので底に溜まる効果は無視できる。このとき，水中で質量mの微粒子が重力によって下降し，水からの抵抗力を受ける。抵抗力Fは速さuに比例するというストークスの法則が知られていて，下降する速さuに対して，$F=Cau$となる。ここで，Cは水の粘性で決まる定数であり，aは微粒子の半径である。このとき，微粒子に初速度を与えてもその速度は急速に一定値になる。一定値になったときの速さuと重力mgの間には$u=Bmg$の関係がある。Bを移動度と呼ぶことにする。

問５　移動度BをaとCを用いて表せ。

これより，重力と粘性抵抗によって生じる微粒子の一定速度の下降の流れの量(水平な単位面積を単位時間に通過する微粒子の数)は$J=nu=nBmg$と表される。

[III]　さて，一般的に微粒子の濃度が，位置xによって異なる場合について考えよう。

位置xにおける濃度をn，$x+\Delta x$における濃度を$n+\Delta n$とすると，濃度勾配は$\dfrac{\Delta n}{\Delta x}$で表される。図２のように，位置$x$での拡散の流れの量$J(x)$（面$x$

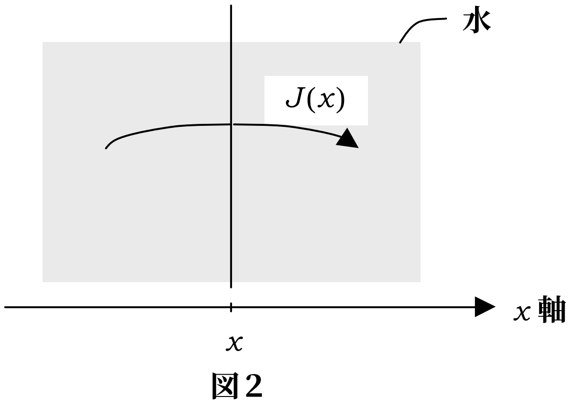

図２

の左側の領域から右側の領域へ，単位時間に単位面積を通過する微粒子の数)は，この濃度勾配に比例し，濃度が大きいところから小さいところに向かって流れるので，

$$J(x) = -D\frac{\Delta n}{\Delta x} \qquad \cdots(\mathrm{i})$$

と表される。このDを拡散係数と呼ぶ。

[II]で説明した下降の流れの大きさと，下方から上方へ向かう拡散の流れの大きさとが等しくなり，[I]で求めた濃度勾配が生じていると考えられる。

問６　DとBの関係を，k，Tを用いて表せ。

これをアインシュタインの関係式という。

問７　20℃（絶対温度293K）の水中における半径1.0mm$=1.0\times10^{-6}$ m の微粒子の拡散係数D〔m²/s〕を，有効数字２桁で求めよ。 ただし，ボルツマン定数は，$k = 1.38\times10^{-23}$ J/deg，水の粘性で決まる比例定数は，$C = 2.00\times10^{-2}$ Pa•s (20℃)である。

ここで求めた拡散係数は，微粒子に重力がはたらくかどうかによらない。

次に，微粒子の濃度分布に重力の効果が現れないように水平な容器に水を入れてその中で微粒子が拡散する様子を観察する。その際，微粒子にはたらく重力は無視する。水平方向にx軸をとる(図３)。

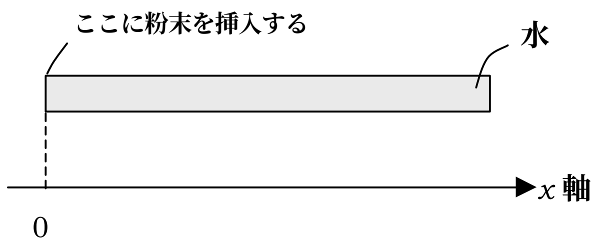

図３

[IV]　[III]で述べたように拡散の流れがなぜ濃度の勾配に比例するのかについて，もう少し考察しよう。実際には，微粒子は水分子と衝突をしていて運動の方向を変えている。微粒子の速さの平均値を$\bar{v}$とする。時間t_{m}だけたつと向きが不規則になってしまうと考えられる。$l = \bar{v}t_{\mathrm{m}}$は平均自由行程と呼ばれるもので，この距離の間はまっすぐ進むことができる。

位置xにおける断面の単位面積あたり，単位時間に左の領域から右へ飛び込む微粒子の数は，速さ$\bar{v}$と位置$x-l/2$での濃度$n(x-l/2)$の積に比例すると考えられる(図４)。

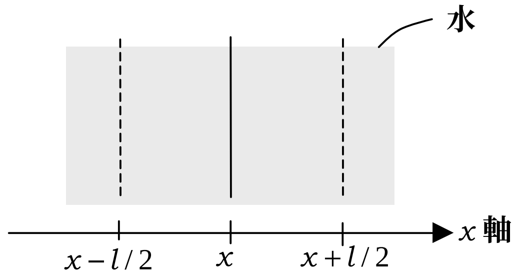

図４

さらに，微粒子の速度はいろいろな向きを向いているが，単純化して，x, y, z のそれぞれの正負方向に均等に運動していると仮定すると，全体の 1/6 が x 軸正方向に進んで断面を通過すると考えることができる。すると，単位面積あたり，単位時間に左の領域から右へ飛び込む微粒子の数は，$\frac{1}{6}\bar{v}n(x-l/2)$ と表される。同様に，右の領域から左へ飛び込む微粒子の数は，$\frac{1}{6}\bar{v}n(x+l/2)$ と表される。

すると，位置 x での微粒子の流れの量 $J(x)$ は，左から右へ移動する微粒子の数と，右から左へ移動する微粒子の数の差と考えることができる。

問８　l が十分に小さいとき，

$$n(x-l/2)=n(x)-\frac{l}{2}\frac{Dn}{Dx},\quad n(x+l/2)=n(x)+\frac{l}{2}\frac{Dn}{Dx}$$

と表されることを用いて，拡散係数 D を l，$\bar{v}$ で表せ。

［Ⅴ］　実際に１個の微粒子がどんな運動をするのか考えてみよう。時間 t の間に，微粒子は，$N=\frac{t}{t_{\mathrm{m}}}$ 回，向きを変える。微粒子がその向きを i 回目に変えてから，$(i+1)$ 回目に変えるまでの変位の x 方向成分を Dx_i とすると，$(N+1)$ 回目に衝突をするときの位置 x は，

$$x = Dx_1 + Dx_2 + \Lambda + Dx_N = \sum_{i=1}^{N} Dx_i \qquad \cdots\text{(ii)}$$

と表される。

各変位の方向が不規則であることから，それぞれの変位 Dx_i の平均値は $\overline{Dx_i}=0$ である。すなわち，時間 t たったときの変位は，平均すると 0 になる。そこで，拡散のようすを知るために，変位の平均でなく，変位の２乗を平均したものを考えることにしよう。

(ii)式から，変位の２乗を平均したものは，

$$\overline{x^2} = \sum_{i=1}^{N}\overline{(Dx_i)^2} + \sum_{\substack{i,j\\ i\neq j}}\overline{Dx_i Dx_j} \qquad \cdots\text{(iii)}$$

となる。ここで，各変位の方向が独立で不規則であることを考えると，$\overline{(Dx_1)^2}=\overline{(Dx_2)^2}=\Lambda=\overline{(Dx_N)^2}\neq 0$ であり，$\overline{Dx_i Dx_j}=\overline{Dx_i}\cdot\overline{Dx_j}=0$ $(i\neq j)$ となる。

問９　時間tの間の微粒子の変位の回数が$N=\dfrac{t}{t_{\mathrm{m}}}$と書けることを用いて，時間$t$だけたったときの微粒子の$x$方向への２乗平均変位$\sqrt{\overline{x^2}}$を拡散係数$D$と時間$t$を用いて表せ。

ただし，毎回の変位Dxは独立であり，微粒子の速度のx成分をv_xとすると，$Dx=v_x t_{\mathrm{m}}$と表される。また，微粒子にはたらく重力を無視するので，そのx，y，z方向への運動は同等であり，速度のy成分をv_y，z成分をv_zとすると，$\overline{v_x^2}+\overline{v_y^2}+\overline{v_z^2}=\overline{v^2}$より，$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}=\dfrac{1}{3}\overline{v^2}$と表される。また，$\bar{v}$　　$\sqrt{\overline{v^2}}$を用いよ。

問 10　これまでの議論から，容器に入れた水中の微粒子は，放っておけば，やがて容器全体に広がると考えられる。

長さ10 cmの容器の端に挿入された半径1.0m **m**＝1.0×10^{-6} mの微粒子の粉末が容器の大きさ程度に広がるのに要する時間tを，有効数字２桁で求めよ。

またこの結果から，かき混ぜることなしに，粉末が広がるようすを観察することが現実的であるかどうか述べよ。ただし，水温は 20℃とする。

第３問

以下の設問 A，B，C に答えよ。

A

図１のように，等しい抵抗値rの６本の抵抗線を接続し，正四面体をつくる。点 O と点 M の間に電圧Vをかけると，点 O から電流Iが流れ込み，点 M から電流Iが流れ出した。以下の問いに答えよ。ただし，抵抗線の抵抗値はその長さに比例し，接続部の抵抗はすべて無視できる。また，点 M は抵抗線 BC の中点である。

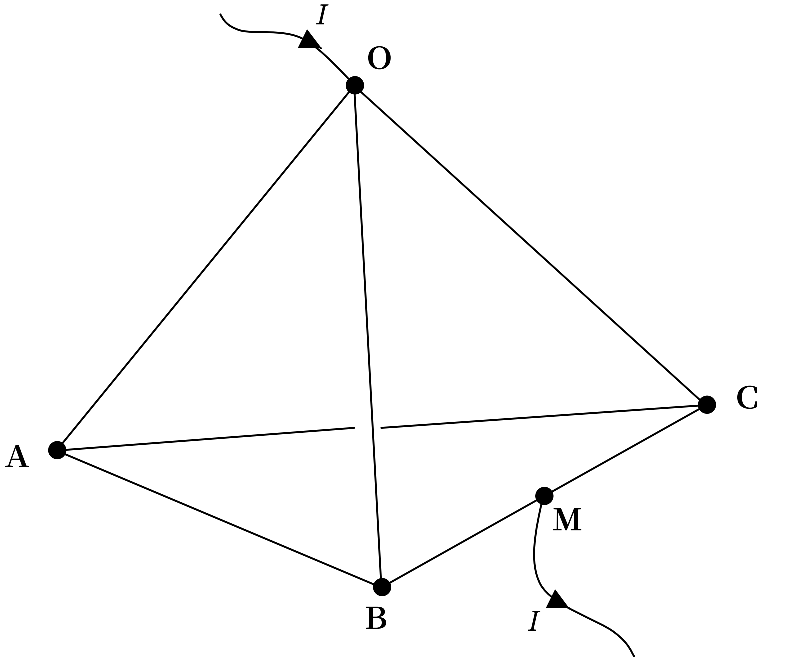

図１

問１　OM 間に電圧Vがかけられているとき，OB 間を流れる電流をi とおくと，i はIを用いてどのように表されるか。また，OC，OA，AB，AC，BM，CM の各区間に流れる電流は，Iを用いてどのように表されるか。

問２　OM 間の合成抵抗Rを，γを用いて表せ。

B

光の干渉性を利用して３次元的な立体画像を得る方法をホログラフィー(holography)という。ここでは，ホログラム（実像を干渉像として写した写真ネガフィルム）の形成と実像の再生という，ホログラフィーの原理を考えてみよう。

一般に，時刻 t における光波の振動が，

$$y_0 = A_0 \sin(w_0 t + f_0)$$

と表されるとき，$w_0 t + f_0$ を位相という。ここで，A_0 を振幅，w_0 を角振動数という。

図２のように，点光源 O と平面状の写真フィルム F を配置する。O から発せられる球面波の光波(波長 l)，および，その光波と干渉する光波(平面波で波長 l)を F に垂直に照射して撮影する。図２の点 C で，光源 O からの球面波と平面波の光波は同位相であり，その振動は共に，

$$y_1 = A \sin wt \qquad \cdots(1)$$

と表される。ここで，振幅 A と角振動数 w は一定値である。

写真フィルム F 上の任意の点 P で平面波の振動は，(1)式で与えられるが，光源 O からの球面波の振動は，点 C 以外では平面波の振動より位相が遅れるので，位相の遅れを f とすれば，点 P での球面波は，

$$y_2 = A \sin(wt - f)$$

となる。

ここで，球面波の振幅の減衰は無視した。

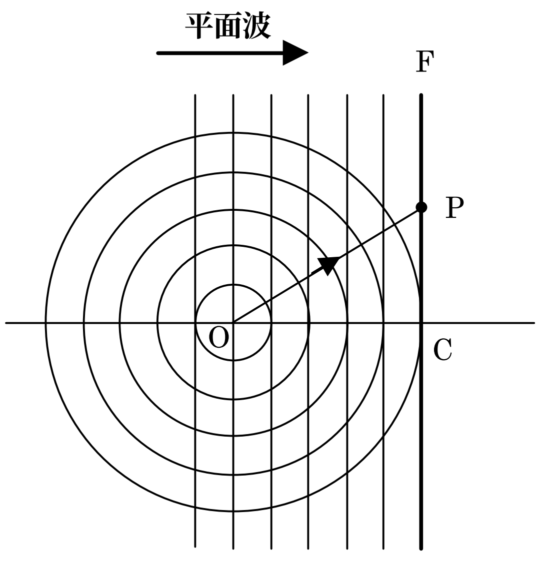

図２

問１　距離の差(光路差)が l のとき，位相差は $2p$ である。このことを用いて，OC 間と OP 間の光路差を d とすると，点 P での球面波の位相の遅れ f を d と l で表せ。

問２　点 P で，光源 O からの球面波と平面波の光波の合成波を求めると，その振動は，

$$y = B \sin(wt - q)$$

と表される。振幅Bと位相qを，それぞれAとfの中で必要な文字を用いて表せ。
ただし，三角関数の和積の式

$$\sin a + \sin b = 2\cos\frac{a-b}{2}\sin\frac{a+b}{2}$$

を用いよ。

撮影された写真フィルムは，強い光のあたったところは強く感光し，それを現像すると，感光した部分は透明になり，ほとんど光のあたらなかったところは不透明になる。そこで，現像された写真ネガフィルム（ホログラム）に平面波の光波をあてると，点Pでの透過光の振幅は，問２で求めた合成波の振幅Bの２乗に比例するものとする。

問３　図３のように，ホログラムHにH面での振動が(1)式で与えられる平面波の光波を照射するとき，ホログラムHの透過光のH面での振動y_tを，fおよび振幅として適当な比例定数Kを用いて３種類の光波の和の形で求めよ。その際，下記の三角関数の公式の中で必要なものを用いよ。

$$\sin^2\frac{q}{2} = \frac{1-\cos q}{2}, \quad \cos^2\frac{q}{2} = \frac{1+\cos q}{2}$$

$$\sin A\cos B = \frac{1}{2}\{\sin(A+B) + \sin(A-B)\}$$

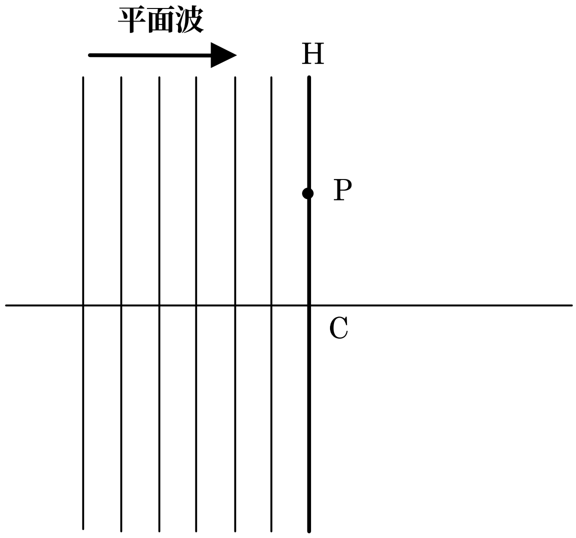

図３

問４　前問３で求めた３種類の光波は，それぞれどのような光波か説明せよ。

この結果から，図３の右側からH面を見ると，H面の左側の奥行きをもった点に，あたかも光源があるかのように見えることがわかる。こうして，図２の光源Oの位置に置かれた物体を撮影したホログラムに平面波の光波を照射すると，物体が奥行きをもった像として見える。これが，ホログラフィーの原理である。

C

雲は，大気中に浮かぶ微小な水滴の集まりである。その水滴の直径は3～10μm（1μm＝1×10^{-6}m）**程度である。この水滴は微小であるが，密度は水に等しく，大気の密度よりずっと大きい。このため、雲が大気中に浮かぶことは不思議議である。**

なぜ雲は落ちてこないのだろうか。また，雲の中の水滴がどうなると雨となって落下してくるのだろうか。以下の問いに答えよ。

問１　地上の大気中に，水蒸気を多く含んだ空気塊ができたとする。この空気塊が上空で雲になるまでの過程を 120 字程度で記述せよ。

問２　雲はなぜ落ちてこないのか。80**字程度で記述せよ。**

問３　雲の中での水滴と水蒸気を多く含んだ大気の相対的運動を考察して，雨が降り出すまでの過程を200**字程度で記述せよ。**