

## E - 圧電現象の物理 (20 pts)

石英やチタン酸ジルコン酸鉛などの結晶性電気絶縁材料の中には、機械的圧力を加えると電気的応答を示すものがある。要するに、機械的応力が結晶を分極させるのであり、これを圧電効果と呼ぶ。この現象は、結晶の分子の特殊な構造によって説明することができる。変形によって各分子は電気双極子モーメントを持つようになる。逆に、電場の存在下では機械的応力が発生し、これは逆圧電効果として知られる現象である。しかし、この問題では逆圧電効果を無視する。

この問題では、圧電性を利用した単純なデバイス、圧電素子について調べる。圧電素子は、2枚の円形の金属極板の間に圧電材料を挟み込んだものである。素子の極板に垂直な力を加えると、加えた力に依存した電圧が極板間に現れる。

## 実験装置 (図 1 を参照)

- A 木製ベースプレートと小さな穴の開いたカバープレートに取り付けられた、電気リード線付きの圧電素子。穴はカバープレート全体を貫通しており、圧電素子の上部電極の一部がそこから見えるようになっている。この電極は薄く、柔軟性がある。
- B デジタルマルチメーター (内部抵抗の値は次ページの実験を行う際の注意点を参照)
- C 1.5 V コネクタ付き単三電池。
- D 片方の足にダイオードをはんだ付けした容量が未知のコンデンサ (順方向電流がダイオードを流れるとき、ダイオードでの電圧降下は 0.56 V である)。
- E 4 個のワイヤー付き押しボタンスイッチ (押した状態で接続 (ON))。
- F 6 個のワニ口クランプ。
- G デジタルスケール (計測上限 10 kg)
- H デジタルストップウォッチ。
- I 2 種類のゴムボール。
- J 高さ調整可能なリリース機構付き木製スタンド。
- K 50 cm 定規。
- L 長さの異なる 2 本の木製の小さな棒 (直径 2 mm)。
- M 大型の金属製ネジ。
- N 木製の洗濯ばさみ。
- O 鉛筆、ペン、鉛筆削り。

## Task E.1 - ボールの弾性 (2.0 pts)

用意された 2 つのゴムボールのうち、1 つはもう 1 つよりも弾性が高い。

弾性の高いほうのゴムボールについて、固体表面との衝突で失われる運動エネルギーの割合を求めよ。この割合を、3 つの異なる高さからボールを落として求めなさい。

## Task E.2 - 圧電特性 (10.0 pts)

- a コンデンサの静電容量  $C$  を測定せよ (図 3b)。 (2.0 pts)
- b 圧電素子両面の金属板もコンデンサとしてはたらく。圧電素子の静電容量  $C_p$  を求めよ。 (2.5 pts)
- c 圧電素子の電極間の電圧が、木製のカバープレートを通じて加えられた力 (圧電素子の表面に均等に垂直に加わると仮定) にどのように依存するかを測定し、グラフを描け。小さな力の範囲ではこの依存性は線形である。この領域での傾き  $\beta$  を求めよ。 (4.0 pts)

- d 結晶の分子はある臨界値より低い分極しか持たない。圧電素子の最大 (飽和) 電圧、飽和時の圧力  $p_{sat}$ 、圧電素子表面の電荷の最大表面密度  $\sigma_{max}$  を求めよ。 (1.5 pts)

## Task E.3 - 微小エリアでの挙動 (1.0 pts)

圧電結晶の小さな領域に力が加わると、電気機械結合によって結晶は湾曲する。しかし、木製のプレートがこれを阻止するため、その結果、結晶の他の部分にも機械的応力が現れる。

結晶の小さな領域に力を加えたとき、電気的応答はどの程度変化するか? 線形応答の範囲で考察せよ。

## Task E.4 - ボールの変形 (4.5 pts)

このタスクでは、弾性の高いほうのゴムボールを圧電素子に落とす。ボールと圧電素子が衝突する間に、ボールは変形する。ボールにはたらく力  $F$  は、ボールの弾性変形  $x$  のべき乗に依存すると仮定できる:

$$F = kx^\alpha. \quad (1)$$

指数  $\alpha$  と材料定数  $k$  を求めよ。

## Task E.5 - 接触時間 (2.5 pts)

前のパートの結果を用いて、弾性の高いほうのボールと木の表面との接触時間  $\tau$  を求めることができる。しかし、弾性の低いほうのボールには、式 1 のような簡単な記述は適用できない。その代わりに、次のように仮定することができる。

ある衝突速度  $v_0$  に対して、ボールが受ける力を時間の関数として  $F_0(t) = f(t)$  と表せる場合、それ以外の速度  $v_1$  に対しても、時間依存性は同じような形になり、力を次のように表すことができる:

$$F_1(t) = a_1 f(b_1 t). \quad (2)$$

弾性の低いほうのゴムボールと固体表面との衝突について、接触時間  $\tau$  が衝突速度  $v$  に対してどのように変化するかを測定し、グラフを描け。

**実験をおこなう際の注意点**

- おこなった全ての電気測定には回路図を付けること。その際には 図 2 に示された記号を用いること。
- デジタルマルチメーターをショートさせないように気を付けること。与えられた内部抵抗は直流 (DC) 電圧の測定にのみ有効である。
- 圧電素子には 100 N より大きな負荷をかけないこと。
- 2 本のワイヤーを接続する場合、互いに巻き付けあった後、ワニ口クランプで確実に接続を固定すること。図 3a を参考にせよ。
- ダイオードの極性は、図 3b に示されている。
- リリース機構の付いたスタンド (J) の背面にある 2 本のネジを緩めることでリリース機構の高さを調整できる。図 4 を参考にせよ。リリース機構の垂直ナットを緩めれば、ボールの水平位置を調整することもできる。調整後はネジをしっかりと固定すること。
- 弾んだボールを机の下に落とさないように注意すること。リリース機構の付いたスタンドを壁や机の隅に置き、定規 (K) をもう一つの透明な壁として洗濯ばさみ (N) で固定すれば、ボールが机の下に落ちる可能性を最小限に抑えることができる。ボールがブース外に転がり出た場合、**ブースを離れずに**手助けを呼ぶこと。
- 一定時間操作しないと、マルチメーターはビープ音を発し始め、数分後にシャットダウンする。その際は、どれかのボタンを押せば、シャットダウンを防ぐことができる。
- テーブルの一部の領域は、荷重によって反り返る可能性があることに注意せよ。ボールの跳ね返りの実験には、テーブル上の安定した領域を使用すること。
- 一連の測定値の評価では、データをグラフにプロットすることが求められる。
- 最大限の精度と正確さが得られる測定と評価方法だけに、満点が与えられる。各ツールの精度を念頭に置いて、適宜アプローチを選択すること。ただし、不確かさ (誤差) を求めても得点にはならない。
- デジタルマルチメータで直流 (DC) 電圧を最小桁の分解能  $\delta U$  の範囲で測定する場合、測定値  $U$  の不確かさ  $\Delta U$  は、以下の式を用いて得られる：

$$\Delta U = 0.7\% \cdot U + 3 \cdot \delta U . \quad (3)$$

- 直流 (DC) 電圧測定時のデジタルマルチメータの内部抵抗は、測定範囲と型番によって異なる。図 5 にデジタルマルチメータの型番を確認する場所が示されている。次の表に、2 つの測定レンジと用意されている全型番のデジタルマルチメータに対する内部抵抗が示されている。

| 型番         | レンジ    | 内部抵抗            |
|------------|--------|-----------------|
| all models | 2 V    | 11.1 M $\Omega$ |
| UT33B+     | 200 mV | 9.65 M $\Omega$ |
| UT33C+     | 200 mV | 9.91 M $\Omega$ |
| UT33D+     | 200 mV | 9.70 M $\Omega$ |



図 1: この実験で使用する全ての部品の全体図。

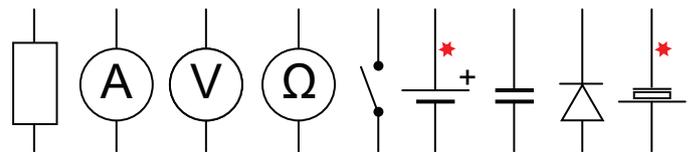
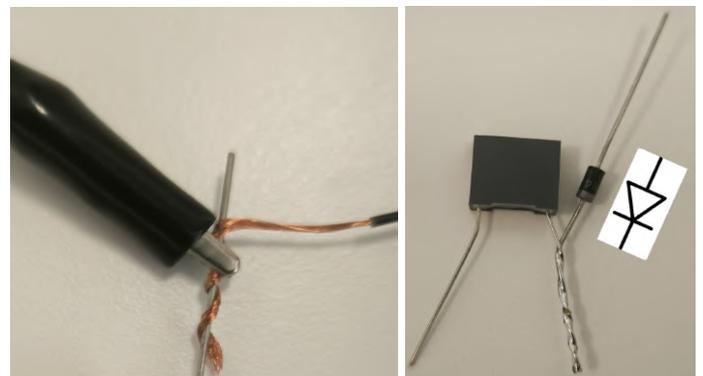


図 2: 最も一般的な回路図記号: A - 抵抗, B - 電流計, C - 電圧計, D - 抵抗計, E - スイッチ, F - 電源, G - コンデンサ, H - ダイオード, I - 圧電素子 赤い星印のワイヤーは、赤いビニールが被覆されている側である。



(a) 2 本のワイヤーを互いに巻き付けあった後、ワニ口クランプで確実に接続を固定する形の電気的接合 (推奨)  
(b) コンデンサーに取り付けられたダイオード。その右にダイオードの正しい向き (推奨) の回路図記号が示されている。

図 3: 電気部品についての注意事項

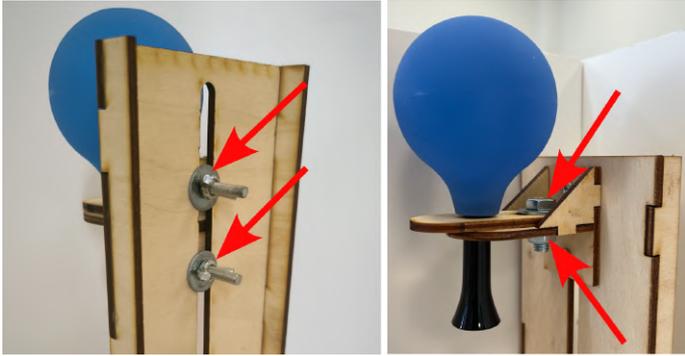


図 4: スタンド背面にある 2 つの蝶ナットは簡単に緩めることができ、リリース機構を垂直にスライドさせて高さを調整することができる。また、垂直ナットを使って水平方向の位置を調整することも可能である。



図 5: 赤い矢印はデジタルマルチメーターの型番の位置を示している。