

2021年5月19日

理論試験は5時間で、合計30点である。

試験前

- 試験開始を告げる最初の音の合図の前に、問題の入った封筒を開けてはいけません。
- 試験時間は1時間ごとにアナウンスされ、試験終了の15分前にもアナウンスされます。

試験中

- 答を書くための専用の解答用紙が用意されています。筆記には、配布された黒ペンを使ってください。対応する解答用紙（Aマーク）の表や箱、グラフに答えを書き込んでください。各問題には、詳細な作業を行うための白紙の作業用紙（Wマーク）が用意されています。それぞれの問題には、必ずヘッダーに問題番号が表示された作業用紙を使用してください。すべてのシートの表側だけを使ってください。採点されたくない内容を書いた場合は、その部分に大きくバツ印をつけてください。
- 答は簡潔に表現し、長い文章は避けましょう。可能な限り数学的な表現やスケッチを使用する。
- 数値を求める問には、適切な有効数字を考慮して答えてください。
- ある部分の問には、そこまでの問に解答できなくても解答できることがよくあります。
- 物理定数の一覧は次のページにあります。
- 許可なく自分の席を離れることはできません。援助が必要な場合は、いずれかのクリアファイルを掲げて、試験監督に知らせてください（水が必要な場合は「Water」、トイレに行きたい場合は「Toilet」、余分なワークシートが必要な場合、機材や教材に問題がある場合は「Question」、それ以外緊急な場合は「Emergency」）。

試験終了後

- 試験が終わったら、すぐに書くのを止めなければなりません。
- 問題ごとに、対応するシートを以下の順序で並べる。表紙（C）、英語と日本語の問題（Q）、解答用紙（A）、作業用紙（W）、余分な用紙（Z）の順に並べてください。
- 1つの問題に属するすべてのシートを、その問題用の封筒に入れます。また、英語と日本語の総説（G）を第1問の封筒に入れます。また、何も書いていないシートも提出してください。試験場外に用紙を持ち出すことはできません。
- 筆記用具はテーブルの上に置いて残してください。実験試験で再び使用することになります。
- あなたの封筒が回収されるまで、静かにテーブルで待っていてください。すべての封筒が回収されたら、ガイドがあなたを試験会場の外に案内します。

物理定数の一覧

真空中の光の速さ	c	$=$	$2.998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
真空の透磁率	μ_0	$=$	$1.257 \times 10^{-6} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$
真空の誘電率	ε_0	$=$	$8.854 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
電気素量	e	$=$	$1.602 \times 10^{-19} \text{ C}$
電子の質量	m_e	$=$	$9.109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
陽子の質量	m_p	$=$	$1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$
中性子の質量	m_n	$=$	$1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$
万有引力定数	G	$=$	$6.674 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$
重力加速度	g	$=$	$9.81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
プランク定数	h	$=$	$6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
アヴォガドロ数	N_A	$=$	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
気体定数	R	$=$	$8.314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
ボルツマン定数	k_B	$=$	$1.381 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
ステファン・ボルツマン定数	σ	$=$	$5.670 \times 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

ウォーターハンマー効果

イントロダクション

この問題は、流路内の圧力波による流体圧力の変動を研究するものである。この課題では、主に、パイプ内の流量調整弁を速く閉じたり遅く閉じたりしたときに生じるウォーターハンマー効果を扱っている。

ここでは、非粘性の液体と、本質的に一次元である液体の流れのみを考慮している。流量調整弁を含むすべてのパイプは剛体であると仮定するが、液体は必ずしも非圧縮性であるとは限らない。圧力 P_0 で平衡状態にある体積 V_0 の液体に圧力の変化 ΔP が加わった場合、その体積の変化 ΔV は ΔP に比例すると仮定し、次のようになる。

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V_0} \quad (1)$$

比例定数 B は、液体の体積弾性率を表している。水の場合、平衡密度を $\rho_0 = 1.0 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, $B = 2.2 \text{ GPa}$ とする。

パート A. 過剰な圧力と圧力波の伝播 (2.2 点)

長さ L の一様な円筒形のパイプの中を、水が水平速度 v_0 、密度 ρ_0 、圧力 P_0 で $+x$ 方向に向かって定常的に流れている。図 1 に示すように、パイプは深さ h の貯水槽に接続され、圧力 P_a の大気に開放されている。

流量調整弁 T が瞬時に遮断され、弁に向かおうとする弁のすぐそばの液体に圧力変化 $\Delta P_s \equiv P_1 - P_0$ と速度変化 $\Delta v = v_1 - v_0$ ($v_1 \leq 0$) が生じたとする。これにより、過剰圧力 ΔP_s の縦波が伝播速度 c で上流側の $-x$ 方向に伝わっていく。

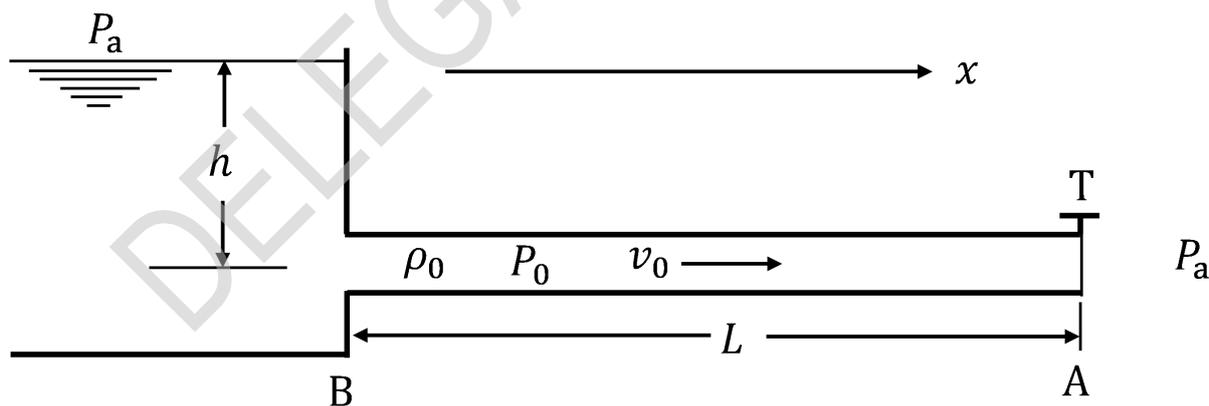


図 1: 均一なパイプ内の定常流。

A.1 過剰圧力 ΔP_s と速度変化 Δv には $\Delta P_s = \alpha \rho_0 c \Delta v$ という関係式が成り立つ。伝播速度 c は、 $c = \beta + \sqrt{\gamma B / \rho_0}$ で与えられる。 α, β, γ を求めよ。 1.6pt

A.2 $v_0 = 4.0 \text{ m/s}$, $v_1 = 0$ の水流の場合、 c および ΔP_s の値を計算せよ。 0.6pt

パート B. 流量調整弁のモデル (1.0 点)

図 2 は、制御弁 T とそれを通る液体の流れのモデルである。流量調整弁は、配管の端 A 付近にある長さ ΔL 、内半径 R の短い部分とする。円錐形の出口には半径 r の開口部があり、圧力 P_a の大気に開放されている。流出に対する重力の影響は無視する。

流体は非圧縮性であり、流れは定常とみなし、調節弁入口の流体は速度 v_{in} 、圧力 P_{in} 、密度 ρ_0 であるとする。図 2 における流線と法線は流れのパターンを可視化するためのただの補助線である。

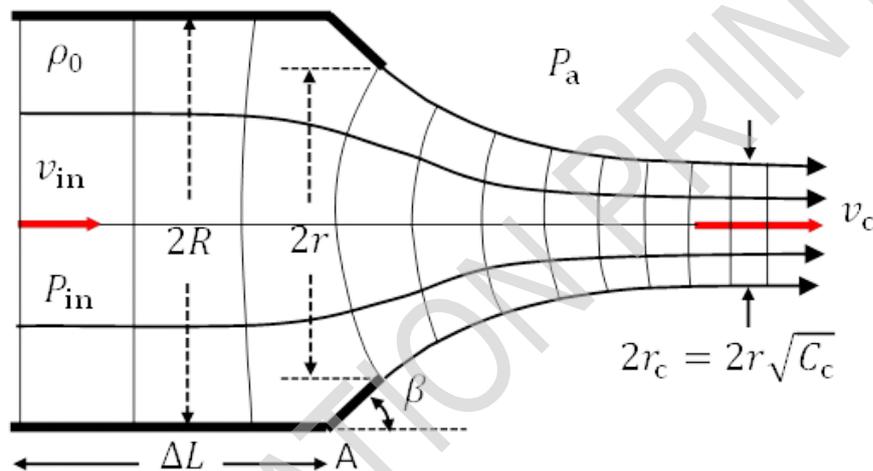


図 2：流量調整弁の寸法と噴流の収縮量

調節弁から大気中に出た後、流れの断面は、流線が再び平行になる最小点に達するまで収縮することが知られている。この最小点において、流速は v_c であり、流れの断面は半径 $r_c = r\sqrt{C_c}$ となる。ここで C_c は収縮係数と呼ばれ、表 1 に示すように比 r/R と円錐角 β に依存する。

r/R	$C_c(\beta = 45^\circ)$	$C_c(\beta = 90^\circ)$
0.00	0.746	0.611
0.20	0.747	0.616
0.30	0.748	0.622
0.40	0.749	0.631
1.00	1.000	1.000

表 1. 開口部の収縮係数

B.1 流線が平行している調節弁入口での過剰圧力 $\Delta P_{in} = P_{in} - P_a$ を求めよ。 $\rho_0, v_{in}, r, R, C_c$ を用いて答えよ。 1.0pt

パート C およびパート D のすべてのタスクにおいて、図 1 の貯水槽-パイプシステムを考え、以下の仮定を立てる。

- 液体の伝播速度 c と密度 ρ_0 は流速に依存しない与えられた定数である。また、周囲の大気圧 P_a と重力加速度 g は一定である。
- 初期状態では調節弁は全開で、パイプ内の流れは流体圧力 P_0 、速度 v_0 で定常状態である。
- 図 1 と図 2 のように、パイプは長さ L と半径 R を持つ。調節弁 T は角度 $\beta = 90^\circ$ の可変半径 r の円形開口であり、その長さ ΔL は無視できるので、調節弁への流入口は実質的にパイプの端 A にある。噴出物に対する重力の影響は無視できる。
- 貯水槽内の液体は準静的であるため、パイプ入口 B 付近の圧力 P_h は一定である。
- パート B で説明したモデルを使用して、調節弁入口の過剰圧力 $\Delta P_{in} = P_{in} - P_a$ を決定することができる。

パート C. 流量調整弁の急速な閉鎖によるウォーターハンマー効果 (1.8 点)

図 1 の貯水槽・パイプシステムを参照せよ。調節弁の全閉または半閉によってパイプ内の液体の流れが妨げられると、圧力波が上流に向かって伝わり始める。圧力波は、パイプの貯水槽側で反射され、再び調節弁に戻り、そこで反射される。その後、別の圧力波が発生し、先ほどのプロセスが繰り返される。このようにして、調節弁の隣にある液体に突然の圧力の上昇、下降が連続して発生し、ウォーターハンマリングと呼ばれている。

C.1 図 1、図 2 を参照せよ。調節弁 T が全開 ($r = R$) の時のパイプ内定常流の圧力 P_0 と速度 v_0 を ρ_0, g, h, P_a を用いて求めよ。 0.6pt

C.2 圧力 P_0 、流速 v_0 の課題 C.1 と同じ定常流を考える。今、 $t = 0$ で、調節弁は瞬時に閉じられる ($r = 0$)。圧力波は伝搬速度 c で貯水槽に向かう。 $P_h = P_0 + \rho_0 g h$ に注意せよ。 $\tau = 2L/c$ とする。 t が各瞬間 $\tau/2$ と τ に非常に近づいているとき、パイプ内の流体圧力 $P(t)$ と流速 $v(t)$ はどのようなになるか。 1.2pt

パート D. 流量調整弁のゆっくりとした閉鎖によるウォーターハンマー効果 (5.0 点)

タスク C.1 と同じ、圧力 P_0 、流速 v_0 の定常流を再び考える。ここでは、調節弁をゆっくりと閉めることとし、閉める過程をシミュレーションするために有限ステップのアプローチを採用する。

時刻 $t = 0$ から開始して、調節弁の半径 r (図 2 参照) の瞬間的な縮小化を、時間間隔 $\tau = 2L/c$ で順次実施する。半径の瞬間的な縮小化の直後、調整弁領域の流れはパート B と同様に定常と近似できる。このとき、調整弁での圧力と速度は、配管内の残りの流れとは異なる。

各閉塞ステップ n について、その継続時間と調節弁開口部の半径 r_n が、対応する流体圧力 P_n と調節弁での流速 v_n を表すために使用される記号とともに、表 2 に示されている。

調節弁を閉じる回数 n	各 n ステップの継続時間	割合 r_n/R	$t = (n-1)\tau$ での調節弁における圧力	$t = (n-1)\tau$ での調節弁における流速
$n = 0$	$t < 0$	1.00	P_0	v_0
$n = 1$	$0 \leq t < \tau$	0.40	P_1	v_1
$n = 2$	$\tau \leq t < 2\tau$	0.30	P_2	v_2
$n = 3$	$2\tau \leq t < 3\tau$	0.20	P_3	v_3
$n = 4$	$3\tau \leq t < 4\tau$	0.00	P_4	$v_4 = 0$

表 2. 流量調節弁を閉じるステップ

流体密度 ρ_0 、伝播速度 c を一定とする。 $n = 0, 1, 2, 3, 4$ とする。 $\Delta P_n = P_n - P_0$ 、 $\Delta v_n = v_n - v_0$ と定義する。
 $P_n = P_0$ と近似して進める。

D.1 $\Delta P_n/(\rho_0 c)$ を、 $\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c)$ 、 v_{n-1} 、 v_n で表す式を求めよ。それは表 2 で指定されたすべてのステップ $n > 0$ に対して有効なはずである。また、 $n = 1, 2, 3$ の場合、 v_{n-1} と $\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c)$ の両方が既知である場合に v_n を計算できる式を求めよ。 3.0pt

D.2 タスク D.1 の結果を $v_0 = 4.0 \text{ m/s}$ の水流に適用する。解答用紙にあるグラフ用紙を使って、 ΔP 対 $\rho_0 cv$ のプロットをすべて作成せよ。線の交点がステップ $n = 1, 2, 3, 4$ の $\rho_0 cv_n$ と ΔP_n の座標を与えるように線を引け。グラフには、各交点 $(\rho_0 cv_n, \Delta P_n)$ に対応する n の値を示せ。グラフから、 $n = 1, 2, 3, 4$ に対する $\rho_0 cv_n$ と ΔP_n (いずれも単位は MPa) の値を評価せよ。 2.0pt

DELEGATION PREPARED

光線追跡と見つれた光の生成

便利な公式

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} (\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C} (\vec{A} \cdot \vec{B})$$

はじめに

\vec{E} を電場, \vec{H} を磁場, \vec{D} を電束密度, \vec{B} を磁束密度とする. 電束密度は $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ で与えられ, \vec{P} は媒質の分極, ϵ_0 は真空の誘電率である.

この問題では非磁性の誘電体のみを考えるので $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ であり, μ_0 は真空の透磁率である. 電磁場のエネルギー密度とエネルギー流密度はそれぞれ, $u_{em} = \frac{1}{2}(\vec{E} \cdot \vec{D} + \vec{H} \cdot \vec{B})$ とポインティングのベクトル $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$ で与えられる.

均質な誘電体中では, 単色の平面波の光はその角振動数 ω と波数ベクトル \vec{k} で記述される. マクスウェルの方程式により $\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$ および $\vec{k} \times \vec{H} = -\omega \vec{D}$ が得られる. このような波の場合 \vec{D} および \vec{B} の位置 \vec{r} と時間 t に対する依存性は位相 $(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ の正弦関数で与えられる.

Part A. 等方的な誘電体における光の伝搬 (1.0 点)

媒質が等方的な場合 $\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ と表される. χ 及び $\epsilon = \epsilon_0(1 + \chi)$ はそれぞれ媒質の電気感受率及び誘電率である. このような媒質中の角振動数 ω の光波は, \vec{k} 方向に速度 (位相速度と呼ばれる) $v_p = c/n$ で伝搬する. ここで, c は真空中の光速, n は媒質の屈折率である. また光線を使って光の波の列を表すこともできる. 光線の伝搬は, 電磁場エネルギー流れの方向と速度 v_r によって特徴づけられる.

均質で等方的な誘電体の中を伝播する角振動数 ω と波動ベクトル \vec{k} 平面波光を考えよう.

A.1 位相速度 v_p を ϵ と μ_0 で表せ。	0.4 点
--	-------

A.2 光波に対する誘電媒質の屈折率 n はどのようなものか。	0.2 点
-----------------------------------	-------

A.3 電磁波のエネルギーの流れの方向 $\hat{S} \equiv \vec{S}/S$ と速度 v_r を求めよ。	0.4 点
--	-------

Part B. 一軸性誘電体媒体中の光の伝搬 (4.8 点)

ここでは、誘電体媒体が一軸性であると仮定する。すなわち、媒体中に固定された特別な方向、光軸と呼ばれる方向に沿って、電氣的に異方性であるとするが、現在はこれを z 方向とする。このような場合、電束密度 \vec{D} と電場 \vec{E} は、 $D_x = \epsilon E_x$, $D_y = \epsilon E_y$, と $D_z = \epsilon' E_z$ の関係にあり、 x, y, z 軸は相互に直交している。その結果、光波の位相速度は異方的であり、 \vec{k} と \vec{D} の方向にも依存することになる。 $n_o = c\sqrt{\mu_0\epsilon}$ と $n_e = c\sqrt{\mu_0\epsilon'}$ として、以下 **B.1**, **B.2**, **B.3** の質問に答えよ。

B.1 単色の平面光波の波動ベクトル \vec{k} が、 xz 平面上で $\vec{k} = k(\sin\theta, 0, \cos\theta)$ のようになっているとしよう。各角度 θ において、光波に対して \vec{D} と \vec{E} はどの方向が許されるか？可能なすべての屈折率を求め、その屈折率を θ, n_o, n_e で表せ。屈折率の値が1つしか許されない角度 θ を求めよ。 1.5 点

B.2 光の波の偏光（電場 \vec{E} の方向）は、 xz 平面に対して垂直な場合と平行な場合がある。**B.1** で見つけた光の波について、その偏光を単位ベクトルで表し、それが通常の波であるか異常な波であることを示せ。また、 $\tan\alpha$ を計算せよ。 α は \vec{E} と \vec{D} の間の角度である。ただし、 α は \vec{E} から \vec{D} に時計回りの角を正とする。 0.8 点

B.3 **B.1** と **B.2** の結果を、 \vec{k} と z 方向との角度は θ のままで、しかし \vec{k} が xz 平面上にない場合の一般的なケースに拡張する。屈折率のすべての可能な値と、それに対応する偏光を求めよ。 0.6 点

一軸性の媒体では、光波の方向 \vec{k} と光線の方向が異なる場合がある。光波の位相速度は、 c/n で与えられる。 n は \vec{k} に沿った屈折率であり、一方、光線の速度は、エネルギーの流れの方向と速度によって共同で定義される。

B.4 問題 **B.1-3** に続いて、 $\vec{k} = k(\sin\theta, 0, \cos\theta)$ の光の波を考える。 $\hat{k} \equiv \vec{k}/k$ と光線の方向 \hat{S} とのなす角を α_r とする (α_r は、 \hat{S} から \hat{k} へ時計回りに進むときを正とする)。このとき、 $\tan\alpha_r$, 光の速さ v_r , \hat{S} をすべて求めよ。これらの結果を用いて、光線の屈折率 $n_s = c/v_r$ を $\hat{S}, \hat{x}, \hat{z}, n_o, n_e$ で表せ。 0.8 点

図1のように、1と書かれた等方性媒質と2と書かれた異方性媒質の界面をAからBへ光線が伝わっていくことを考えよう。界面は yz 平面と一致しており、入射面は xz 平面である。入射の角度を θ_1 としよう。媒質1の屈折率は n_1 であり、媒質2の軸 z_2, y_2, x_2 に対する屈折率はそれぞれ n_e, n_o, n_o である。ここで、 y_2 軸は y 軸と一致する。フェルマーの原理とは、光線がAからBに向かう経路の伝搬時間が最小になるというものである。 xz 平面に平行な偏光を持ち、角度 θ_1 で入射する光に対して、フェルマーの原理は次の式を導く。

$$\bar{A}(\tan\theta_2)^2 + \bar{B}\tan\theta_2 + \bar{C} = 0 \tag{1}$$

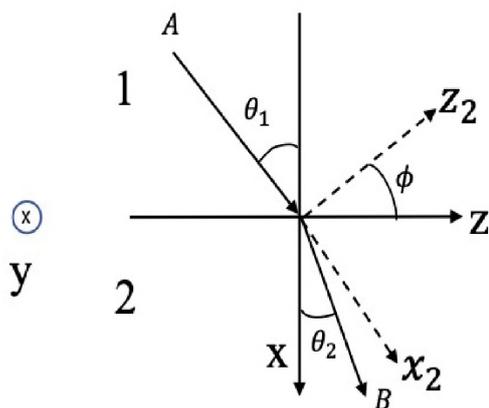


図 1: 等方性媒質 1 と異方性媒質 2 の界面を通る A から B への光の伝播。

B.5 \bar{A} , \bar{B} , と \bar{C} を P_1, P_2, P_3 , と $n \sin \theta_1$ で表せ。ここで, $P_1 = n_o^2 \cos^2 \phi + n_e^2 \sin^2 \phi$, $P_2 = n_o^2 \sin^2 \phi + n_e^2 \cos^2 \phi$, $P_3 = (n_o^2 - n_e^2) \sin \phi \cos \phi$. 式 (1) から, 対応する $\tan \theta_2$ を 2 つの特別な方向 $\phi = 0$ と $\phi = \pi/2$ のときに求めよ。 1.1 点

Part C. 光のもつれ (エンタングルメント) (4.2 points)

非線形な媒質のなかでは, 電場 \vec{E} は以下のような式により, 分極ベクトル \vec{P} と関係つけられる。

$$P_i = (\epsilon - \epsilon_0)E_i + \sum_j \sum_k \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k$$

ここで, i, j, k はそれぞれ 3 つの座標成分 x, y, z を任意にとり, $\chi_{ijk}^{(2)}$ は媒質の非線形な二次の分極の様子を表す定数である。 $\chi_{ijk}^{(2)}$ が 0 でないということは光波が非線形な媒質中を伝わるにつれて, 2 つの光波に分かれる可能性があることを示唆している。

今, $\chi_{ijk}^{(2)}$ は全て 0 でないと仮定していると考えると, 媒質中の電場は, それぞれ波数ベクトル $\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ で伝播する, 角周波数 $\omega, \omega_1, \omega_2$ の 3 つの平面波の重ね合わせで構成される。 $\omega \geq \omega_2$ 及び $\omega_1 \geq \omega_2$ と仮定する。

C.1 これらの角周波数と波数ベクトルとの間に成り立つ関係で, あり得るもの (位相整合の条件) を全て求めよ。光を光子で構成されたものと考えると, これらの条件は 3 つの光子に関する何の保存則を意味するか?

角周波数 ω , 波数ベクトル \vec{k} , を持つ 1 つの光子が角周波数 ω_1, ω_2 及び波数ベクトル \vec{k}_1, \vec{k}_2 で伝播する 2 つの光子に分かれたばあいのこの保存則を表す方程式を書き下せ。

0.8 点

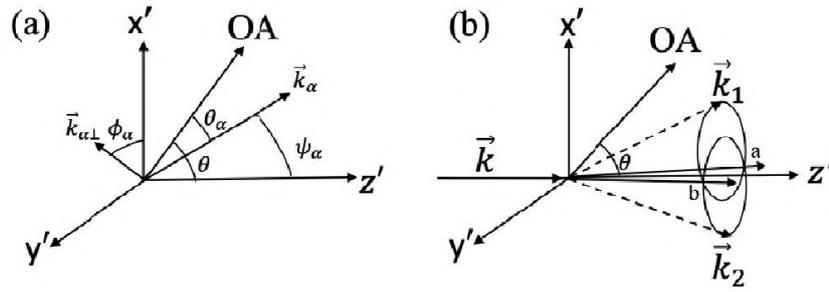


図 2: (a) ベクトル \vec{k}_α は, $\vec{k}_{\alpha\perp}$ を $x'y'$ 平面への射影として, $x'y'z'$ 座標系で角座標 $(\psi_\alpha, \phi_\alpha)$ をもつ。なお, \vec{k}_α は OA と角度 θ_α をなしている。(b) e 線の非共線的な分裂により, e + o 線が 2 つの円錐形になる。直線 \overline{ab} は y' 軸に平行である。

C.2 一軸性媒体中の光波を考える。通常光線を o で, 異常光線を e で書き表す。この時, 以下の 8 つの可能な光波の分裂の仕方が考えられる。

$$\begin{aligned} o &\rightarrow o + o, & o &\rightarrow e + o, & o &\rightarrow o + e, & o &\rightarrow e + e, \\ e &\rightarrow o + o, & e &\rightarrow e + o, & e &\rightarrow o + e, & e &\rightarrow e + e \end{aligned}$$

屈折率 n_o, n_e が共に ω の単調増加関数と仮定する。波数ベクトルに関して, 問題 C1 と同じ記号を用い, $\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ が同じ方向を向いている (共線的な) 場合を考え, 8 通りの分裂の仕方のうち, どの方法がありえないかを指摘せよ。 0.8 点

屈折率 $n_e < n_o$ の一軸性媒体中を波数ベクトル \vec{k} と $\omega = \Omega_p$ をもって z' 方向に進む異常光線 (e 線) が入射した。同一直線上での $e \rightarrow e + o$ という分裂において, $k_1 = K_e, \omega_1 = \Omega_e, k_2 = K_o, \omega_2 = \Omega_o$ という位相整合条件が実現されたとする。ここで, 添え字 1 と 2 は異常光線 e 線および通常光線 o 線を表している。また, \vec{k}_1, \vec{k}_2 と \vec{k} はいずれも z' 方向を向いている。図 2 (a) に示すように, 媒質の光軸 (OA) は, $x'z'$ 平面にあり, z' 軸と角度 $\theta < \pi/2$ をなす。したがって, n_e は ω と θ の関数, すなわち, $n_e = n_e(\omega, \theta)$ となる。波動ベクトル \vec{k} と $\omega = \Omega_p$ をもつ同じ入射異常光線 e が, 非共線的な e + o 光線に分裂し, 後者の 2 つの光線が, 図 2(b) で示すように, $\omega_1 = \omega_2 = \Omega, k_1 = k_2$ の 2 つの円錐上に残るとする。なお, 非共線的な分裂では, Ω_e は既に Ω_o に近く, また, Ω は Ω_e よりもわずかに小さいだけである。 \vec{k} に垂直な平面では, \vec{k}_1 と \vec{k}_2 の円錐上の 2 つの円は, y' 軸に平行な直線 \overline{ab} と点 a, b で交差する。図 2(a) に示すように, $\vec{k}_\alpha (\alpha = 1, 2)$ は, 光軸に対して角度 θ_α をなし, $x'y'$ 平面への射影である $\vec{k}_{\alpha\perp}$ とともに角度座標 $(\psi_\alpha, \phi_\alpha)$ をもつ。各ベクトル \vec{k}_α は z' 軸からわずかにずれており, $|(\Omega - \Omega_e)/\Omega_e| \ll 1, |\vec{k}_{\alpha\perp}|/k_\alpha \ll 1, |\theta_\alpha - \theta| \ll 1$ である。 \vec{k}_α の z' 成分を次数 $k_{\alpha\perp}^2$ の項まで, 角度 θ_α を次数 $(\theta_\alpha - \theta)^2$ の項まで考えるという近似を用いると, $\vec{k}_{2\perp} = (q_{x'}, q_{y'})$ は $M(q_{x'} + N)^2 + Mq_{y'}^2 = L$ を満たす必要があることがわかる。

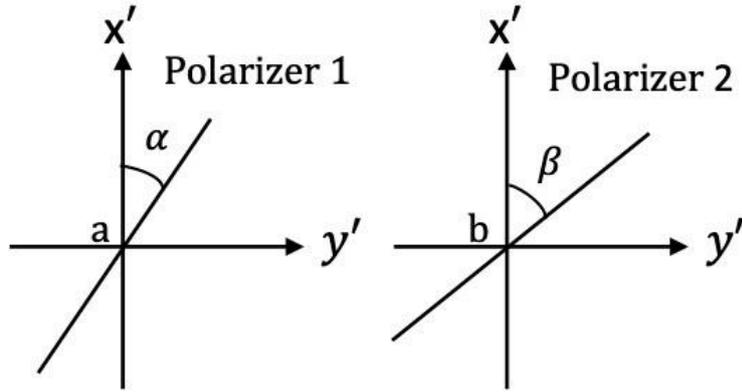


図 3: a と b を通過する光子の同時計数測定のための 2 枚の直線偏光子 1 と 2。

C.3 $M > 0$ としよう。 M, N, L を $\Omega, \Omega_e, \Omega_o, K_e, K_o$ および

$$N_e(\omega, \theta) = \frac{1}{n_e(\omega, \theta)} \frac{dn_e(\omega, \theta)}{d\theta}$$

と、o 線と e 線の群速度 $u_o = \frac{d\omega_2}{dk_2}$ と $u_e = \frac{d\omega_1}{dk_1}$ を用いて表せ。

円錐の軸と z' 軸の間のなす角、及び、コーンの角度を M, N, L, K_o を用いて概算せよ。

1.3 点

問題 C.3 では、光子が 2 つの光子に分裂して、点 a と点 b を通過したときに垂直な方向に偏光した 2 つの光子に分かれることがあることを示している。このような 2 つの光子をもつれた光子 (*entangled photon pair*) と呼ぶ。a を通過する光子 (a 光子) は \hat{x}' 方向に偏光し、b を通過するもう一方の光子 (b 光子) は $\hat{y}' \perp \hat{x}'$ の方向に偏ることになり、もし a 光子が \hat{y}' に偏光すれば、b 光子は \hat{x}' に偏光することになる。もつれた光子対の状態は実験的に準備できる。これは上記の 2 つの状態の重ね合わせであり、

$$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\hat{x}'_a\rangle|\hat{y}'_b\rangle + |\hat{y}'_a\rangle|\hat{x}'_b\rangle)$$

と表すことができる。ここで、 $|\hat{x}'_a\rangle|\hat{y}'_b\rangle$ は a 光子が \hat{x}' 方向に、b 光子が \hat{y}' 方向に偏極している。 $|\hat{y}'_a\rangle|\hat{x}'_b\rangle$ にも同様の定義が適用される。係数 $1/\sqrt{2}$ は、a 光子と b 光子の電場の振幅 (適切な単位で表される) の積とみなすことができる。図 3 に示すように、2 つの直線偏光子 1 と 2 は、角度 α と β で表すことができる伝送軸を持っている。これらを使って a と b を通過する 2 つの光子の同時計数測定を行うことができる。偏光子 1 と 2 を通過する 2 つの光子が同時に見つかる確率を $P(\alpha, \beta)$ とする。これはまた、 $P(\alpha, \beta)$ は 2 つの偏光子を通過した光の (適切な重ね合わせ後の) 強度の積に比例しているとみなすこともできる。 $\alpha + \pi/2$ と $\beta + \pi/2$ を α_{\perp} と β_{\perp} で表す。

C.4 直線偏光子によって投影される全電場を考える。確率 $P(\alpha, \beta)$, $P(\alpha, \beta_\perp)$, $P(\alpha_\perp, \beta)$, $P(\alpha_\perp, \beta_\perp)$ を求めよ。 0.8 点

C.5 偏光子 1 が角度 α で a 光子を発見した場合, $\sigma_a = 1$ を, 偏光子 1 が角度 α_\perp で a 光子を発見した場合, $\sigma_a = -1$ を, それぞれ割り当てる。同様に, 偏光子 2 が角度 β または β_\perp で b 光子を発見した場合, $\sigma_b = 1$ または -1 を割り当てる。 $E(\alpha, \beta)$ が $\sigma_a \sigma_b$ の平均を表すとすると, 量

$$S = |E(\alpha, \beta) - E(\alpha, \beta')| + |E(\alpha', \beta) - E(\alpha', \beta')|$$

は重要な意味を持つ。古典的な光の理論では, $S \leq 2$ である。これはベルの不等式の変形版 (クラウザー・ホーン・シモン・ホルトの不等式) である。

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \quad \alpha' = 0, \beta = -\frac{\pi}{8}, \quad \beta' = \frac{\pi}{8}$$

の場合の S の表式を求め, S の数値を計算せよ。 S が古典的な理論と一致するかどうか答えよ。 0.5 点

磁気浮上

役に立つ情報

(1) 空間関数 $f(\vec{r})$ の方向微分は、 $\vec{\nabla}f(\vec{r})$ で与えられる

$\vec{\nabla}f \equiv (\hat{x}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{y}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{z}\frac{\partial}{\partial z})f(\vec{r})$, ここで $\frac{\partial}{\partial x}f(\vec{r})$ は x のみについての微分.

(2) 積分:

$$\int_0^\infty dt \frac{(a+pt)}{[(a+pt)^2+(b+qt)^2]^{3/2}} = \frac{1}{bp-aq} \left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} - \frac{q}{\sqrt{p^2+q^2}} \right).$$

イントロダクション

我々は、導電性薄膜の近傍における小さな磁気双極子の運動を求めたい。問題文中の双極子(ダイポール)、単極子(モノポール)という言葉は、それぞれ、磁気双極子、磁気単極子と同義である。

一様な磁化 \vec{M} (単位体積当たりの磁気双極子モーメント) と一様な質量密度 ρ_0 をもつ球状の永久磁石からなる双極子は、その半径 R が小さい場合、点状の物体として扱うことができる。このような双極子の表現は、双極子はその球の外側につくる磁場を記述するのに用いることができる。また、双極子から印加磁場源までの距離が R よりもはるかに大きい場合には、印加された磁場が双極子に作用する力についても、この表現は良い近似である。

点状の双極子は、負と正の電荷 $-q_m$ と q_m を持つ単極子のペアと考えることができる。ここで、 δ_m^+ は、南側の単極子 ($-q_m$) から北側の単極子 ($+q_m$) への変位ベクトルである。点状の双極子の位置は、北側の単極子の位置とする。

単極子 q_m の磁場は

$$\vec{B}_{mp} = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi r^2} \hat{r}, \quad (1)$$

ここで、 \vec{r} は q_m から観測点(またはフィールドポイント)への変位ベクトル、 \hat{r} は単位ベクトル $\hat{r} = \vec{r}/r$ 、 μ_0 は自由空間の透磁率である。印加された磁場 \vec{B}' が q_m に与える力は、 $\vec{F} = q_m \vec{B}'$ で与えられる。式(1)で説明したモノポール場の概念を拡張すると、点状双極子からの磁場 \vec{B} は、 $\vec{B} = -\vec{\nabla}\Phi$ の形で与えられるスカラーポテンシャル Φ から導き出すことができる。スカラーポテンシャル Φ は磁気ポテンシャルとも呼ばれる。

導電性薄膜は、 z 方向の厚さが d の均一なものである(図1)。薄膜は x, y 方向に水平に無限に広がっており、その上面は点状のモノポールまたはダイポールから距離 h の位置にある。ここでは、 $h \gg d$ の場合のみを考える。これにより、フィルムに誘起される電流密度を z に依存しないものとすることができ、また、変位電流の影響も無視できるものとする。

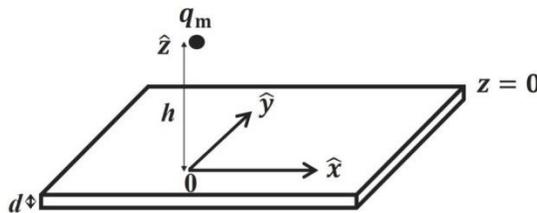


Fig.1 厚さ d の導電性薄膜から距離 h のところにモノポール q_m が現れる。

この問題は3つのパートに分かれています。Part A では、モノポールと薄膜、Part B と Part C では、動くダイポールと薄膜で構成されています。

平面 $z = 0$ は、薄膜の上面と一致する。ベクトル $\vec{\rho} = x\hat{x} + y\hat{y} = \rho\hat{\rho}$ は、面内の位置ベクトルを表す。

Part A. 突然出現する磁気単極子: 薄膜中の初期応答とその後の応答の時間変化 (3.0 points)

我々はまず Fig. 1. 示されるように、 $t = 0$ で突然北側の単極子 (正の単極子) が位置 $\vec{r}_{\text{mp}} = h\hat{z}$ ($h > 0$) に出現した際の、導電性薄膜の初期応答に注目する。この単極子は以後 ($t > 0$) で動かないものとする。

我々が興味あるのは、領域 $z \geq 0$ と $z \leq -d$ での初期磁場 $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ と、薄膜中の誘導された電流密度、全磁場 $\vec{B} = \vec{B}_{\text{mp}} + \vec{B}'$ であり、ここで、 \vec{B}_{mp} と \vec{B}' はそれぞれ磁気単極子と誘導された電流に因るものである。初期磁場 $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ は時刻 t_0 での磁場で、 t_0 は区間 $h/c \leq t_0 \ll \tau_c$ に含まれる。ここで、 τ_c は薄膜中の応答を特徴づける時定数で、 c は真空中の光速である。この問題では、 $h/c \rightarrow 0$ の極限を取ることで、 $t_0 = 0$ とする。

初期磁場 $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ の計算に際して、仮想単極子を導入することで計算が容易になる。 $z \geq 0$ の領域での $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ では、仮想単極子は磁荷 q_m を持ち、 $z = -h$ の位置にある。一方、 $z \leq -d$ の領域での $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ では、仮想単極子は磁荷 $-q_m$ を持ち、 $z = h$ に位置している。

初期応答

A.1	$z \geq 0$ の領域での、初期時刻 $t_0 = 0$ の全磁場 $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ を求めよ。	0.4pt
A.2	$z \leq -d$ の領域での、初期時刻 $t_0 = 0$ の全磁場 $\vec{B}(\vec{\rho}, z)$ を求めよ。	0.2pt
A.3	初期時刻 $t_0 = 0$ での、薄膜の表面 $z = 0$ と $z = -d$ を貫く磁束 Φ_B を求めよ。	0.4pt
A.4	初期時刻 $t_0 = 0$ での、導電性薄膜中の電流密度 $\vec{j}(\vec{\rho})$ を求めよ。	0.6pt

$t > 0$ では、全磁場 \vec{B} は重ね合わせ $\vec{B}(\vec{\rho}, z; t) = \vec{B}_{\text{mp}}(\vec{\rho}, z) + \vec{B}'(\vec{\rho}, z; t)$ となる。ここで、 $\vec{B}'(\vec{\rho}, z; t)$ は薄膜中の誘導された電流による磁場である。 $z = 0$ の薄膜表面付近での $B'_z(\rho, z; t)$ についての方程式を求めるには、以下のようにする必要がある。 B'_z の時間変化の挙動を見ると、 $t > 0$ における $z \approx 0$ 付近の磁場 \vec{B}' の記述として、移動する仮想磁気単極子を用いる描像 (あるいは表示) が見えてくる。

薄膜中の磁場が満たす方程式は以下で与えられる。

$$\frac{\partial^2 B'_z(\rho, z; t)}{\partial z^2} = \mu_0 \sigma \frac{\partial B'_z(\rho, z; t)}{\partial t}. \quad (2)$$

この方程式は薄膜内部にマクスウェル方程式と導電性薄膜におけるオームの法則的な挙動 $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (ただし σ は電気伝導率) を課し、変位・電流効果を無視することで得られる。また、Eq.(2) の左辺のにおける $\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial B'_z}{\partial \rho})$ の項は $h \gg d$ により無視している。

その後の応答

A.5	式 (2) から、 $z \approx 0$ 付近の $B'_z(\rho, z; t)$ の満たす方程式を導出せよ。この導出した方程式には、 z に対する $B'_z(\rho, z; t)$ の一階偏微分と、 t に対する一階偏微分がそれぞれ別々に含まれている。	0.6pt
------------	--	-------

A.6 $z \approx 0$ 付近の $t > 0$ での $B'_z(\rho, z; t)$ の一般解を解け。

0.4pt

A.7 **A.6** で求めた解から、磁場 $B'_z(\rho, z \approx 0; t)$ について、下向きで動く仮想単極子での描像がわかることを示せ。また、問題文から既知のパラメータを用いて仮想単極子の下向きの速度 v_0 を求めよ。

0.4pt

Part B. 一定の速度と高さ h で動く点近似された双極子に働く磁力 (4.0 points)

$z \approx 0$ 付近における B'_z に対して **A.7** で明らかになった運動する仮想単極子の概念は $z \geq 0$ における \vec{B}' についても成り立つ。これは導電性薄膜内の応答についての時間発展が十分遅い場合には良い仮定である。

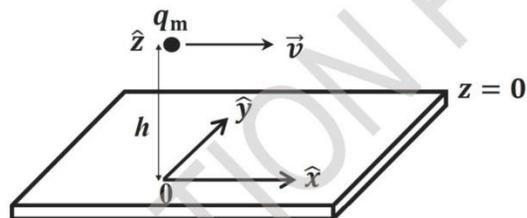


Fig.2 導電性薄膜から一定の高さ h の所を一定速度 \vec{v} で動く単極子 q_m の $t = 0$ における単極子の座標。

単極子 q_m (Fig.2) は一定速度 $v\hat{x}$ ($v \ll c$)、一定の高さ $z = h$ 、で現在時刻 ($t = 0$) まで動かされている。その現在の座標 (x, y) は $(0, 0)$ である。上の軌道に沿って動いているこの単極子によって発生する全ての仮想単極子による磁気ポテンシャル Φ_+ に注目する。

細かい時間幅 (非常に小さい時間幅 τ) によって q_m の軌道を分割することで、 q_m の運動を各時間ステップの開始時点でホッピング (跳躍) されたものに置き換える。ホッピングは磁気単極子の追加 (create) と消去 (remove) を同時に考えることで表現する。追加された単極子の位置をこの時間ステップの開始時点で、単極子の軌道上の一点にとる。従って消去された単極子の位置は一つ前の時間ステップの開始時点での軌道上の位置と一致する。これはつまり二つの磁気単極子 (q_m と $-q_m$) が同時に突然出現することで実現される。その二つの磁気単極子 (q_m と $-q_m$) はそれぞれこの時間ステップと一つ前の時間ステップの開始時点での軌道上の位置にある。その二つの位置はホッピング距離 $\Delta x = v\tau$ によって隔てられている。この時間ステップ近似は全ての時間ステップにおいて生成される全ての仮想単極子、そしてそれらの位置の決定を容易にする。

運動している単極子

B.1 q_m と $-q_m$ 型で表される仮想単極子全ての現在 ($t = 0$) での位置を書き下せ。時間ステップの開始時点は $t = -n\tau$, ($n \geq 0$) である。

0.8pt

B.2 **B.1** で求めた $t = 0$ における仮想単極子全てによる磁気ポテンシャルを合わせた $\Phi_+(x, z)$ を求めよ。

0.7pt

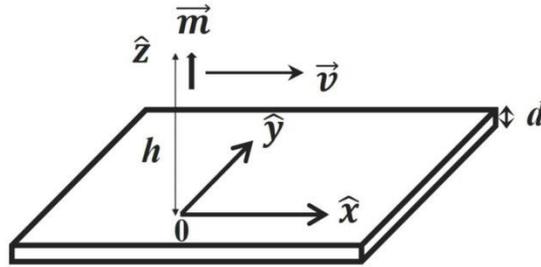


Fig.3 上向き磁気双極子モーメント \vec{m} を持つ磁気双極子。速度は一定値 \vec{v} 、導電性薄膜からの高さは一定値 h である。 $t = 0$ における座標が示されている。

ここで Fig.3 に示されているような点状と見做した動く磁気双極子を考える。双極子モーメント $\vec{m} = m\hat{z}$ を持つ双極子が一定速度 $v\hat{x}$ 、一定の高さ $z = h$ で現在時刻 ($t = 0$) まで動いている。その現在の座標は $(0, 0)$ であるとする。点状と見做した双極子はイントロダクションで説明されたように二つのわずかに離れた単極子によって表される。磁気双極子の位置は北側の (正の) 単極子の位置とし、 \vec{m} は固定されているとする。

運動している双極子

B.3 $t = 0$ において導電性薄膜によって点状と見做した磁気双極子に働く力 \vec{F} を求めよ。1.5pt

v_0 と v の関係

以下、Part B での数値評価では、銅からなる導電性薄膜を考える。 $\sigma = 5.9 \times 10^7 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$, $d = 0.50 \text{ cm}$, and $h = 5.0 \text{ cm}$.

B.4 A.7 に従って、仮想単極子の速度 v_0 の値を計算せよ。0.3pt

電磁波が導電性平板に侵入できる距離である侵入深さ δ (表皮深さと呼ばれる) は、波の角周波数 ω に依存することが知られている。その依存は以下ようになる。

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma}}. \quad (3)$$

以下の考察に対して $\omega = v_L/h$ とする。ただし、 v_L は v と v_0 の大きい方の速度に等しいとする。

B.5 v が小さい領域と大きい領域のそれぞれについて v に依存する $v_0(v)$ を求めよ。0.4pt

B.6 B.5 の二つの領域における $v_0(v)$ の値が一致する際の臨界速度 $v = v_c$ を求めよ。0.3pt

Part C. 導電性薄膜が超伝導になったときの磁気双極子の動き (3.0 点)

上記の考察は、電気伝導度 $\sigma \rightarrow \infty$ という仮定をとれば、常に磁場が超伝導体から完全に反発する (マイスナー効果をもつ) タイプ I 超伝導体の場合にも適用できる。

ここでは、 $(x, y, z) = (0, 0, h)$ に位置する、水平向きの磁気双極子モーメント $\vec{m} = m\hat{x}$ 、質量 M_0 の点状の磁気双極子を考える。重力加速度 $\vec{g} = -g\hat{z}$ を持つ重力場の作用下での磁気双極子の垂直方向の運動に注目する。



与えられた双極子の向きとその質量中心の動きの間の弱い結合は無視する。そのため、以下の考察では、磁気双極子モーメントを上記のように固定する。また、超高真空環境を想定し、残留空気による運動の減衰は考慮する必要がない。

C.1 双極子の超伝導薄膜からの釣り合いの位置 (平衡距離) h_0 を求めよ。 1.2pt

C.2 平衡状態を中心に振動する双極子の角周波数 Ω を求めよ。 0.8pt

球状の永久磁石の物理的パラメータは以下の通りである: 半径 $R = 1.0 \mu\text{m}$ 、(質量)密度 $\rho_0 = 7400 \text{ kg m}^{-3}$ 、磁化 $|\vec{M}| = 75 \times 10^{-2} \text{ T}/\mu_0$ 、また各物理定数は $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ 、 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T A}^{-1} \text{ m}$ 。

C.3 h_0 の値を計算せよ。 0.7pt

C.4 Ω の値を計算せよ。 0.3pt

DELEGATION PRINT

ウォーターハンマー効果

パート A. 過剰な圧力と圧力波の伝播

A.1 (1.6 pt)

$$\alpha =$$

$$\beta =$$

$$\gamma =$$

A.2 (0.6 pt)

$$c =$$

$$\Delta P_s =$$

パート B 流量調整弁のモデル

B.1 (1.0 pt)

(ρ_0, v_{in}, r, R と C_c を用いて答えよ.)

$$\Delta P_{in} = P_{in} - P_a =$$

パート C. 流量調整弁の急速な閉鎖によるウォーターハンマー効果

C.1 (0.6 pt)

(ρ_0, g, h と P_a を用いて答えよ.)

$$P_0 =$$

$$v_0 =$$

C.2 (1.2 pt)

$$P(t \rightarrow \tau/2) =$$

$$v(t \rightarrow \tau/2) =$$

$$P(t \rightarrow \tau) =$$

$$v(t \rightarrow \tau) =$$

パート D. 流量調整弁のゆっくりとした閉鎖によるウォーターハンマー効果**D.1** (3.0 pt)

$\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c)$, v_{n-1} と v_n を用いて $n = 1, 2, 3, 4$. で成り立つ $\Delta P_n/(\rho_0 c)$ の式を記せ.

$$\Delta P_n/(\rho_0 c) =$$

$n = 1, 2, 3$ で成り立つ v_n の式を $\Delta P_{n-1}/(\rho_0 c)$ と v_{n-1} で表せ.

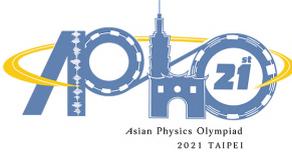
$$v_n =$$

D.2 (2.0 pt)

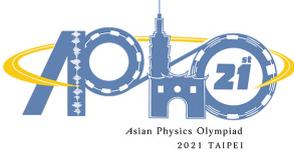
この解答用紙の後の最初の方眼紙に、要求されたすべての ΔP 対 $\rho_0 cv$ のプロットを作成し、 $(\rho_0 cv_n, \Delta P_n)$ で交差する直線と曲線を描き、それぞれに閉塞ステップ n ($n = 1, 2, 3, 4$) のラベルを付けよ。

$n = 1, 2, 3, 4$ の場合、プロットから推定される $\rho_0 cv_n$ と ΔP_n (いずれも単位は MPa) の値を以下の表に入力せよ。

	$\rho_0 cv_n$ /MPa	ΔP_n /MPa
$n = 1$		
$n = 2$		
$n = 3$		
$n = 4$		

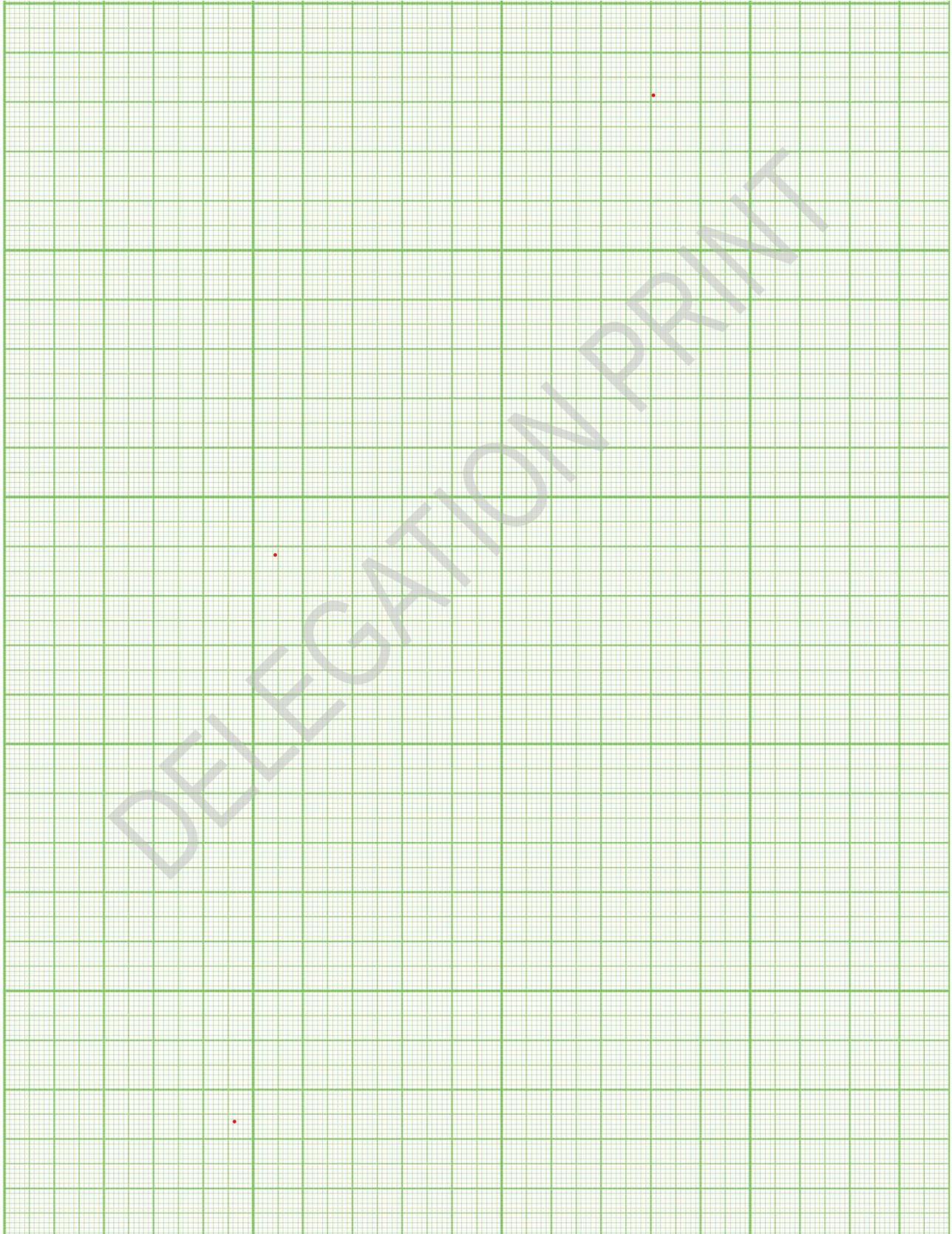


Theory

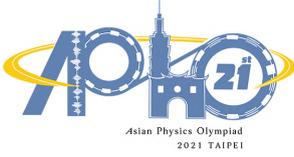


A1-5

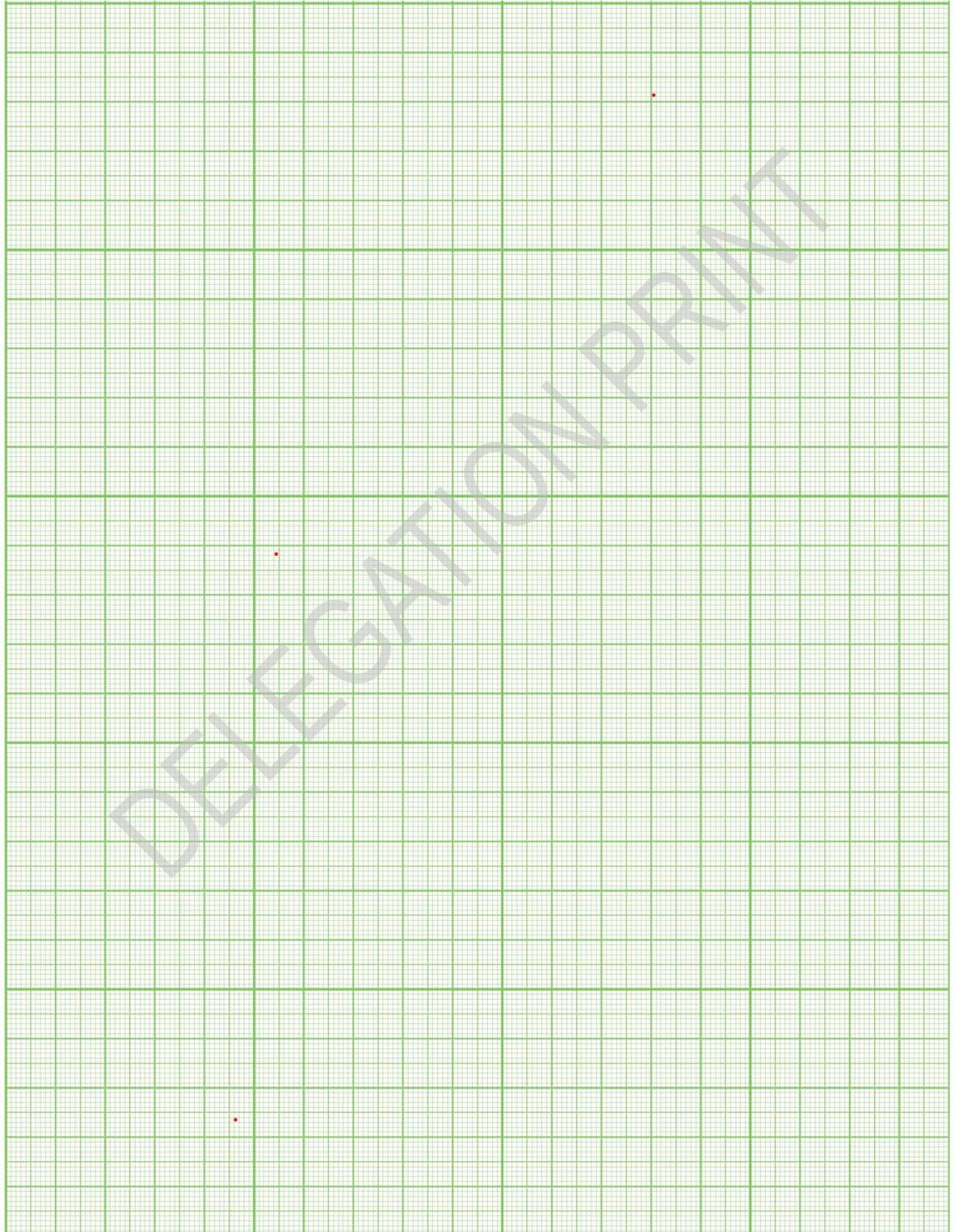
Japanese (Japan)



Theory



A1-6
Japanese (Japan)



レイトレーシングともつれた光の生成

Part A. 等方性誘電体媒体中の光の伝搬

A.1 (0.4 pt)

$$v_p =$$

A.2 (0.2 pt)

$$n =$$

A.3 (0.4 pt)

$$\hat{S} =$$

$$v_r =$$

Part B. 一軸性誘電体媒体中の光の伝搬

B.1 (1.5 pt)

許容される屈折率と与えられた θ に対応する \hat{B} と \hat{D} を求めよ:
セット 1

$$n =$$

$$\hat{B} =$$

$$\hat{D} =$$

セット 2

$$n =$$

$$\hat{B} =$$

$$\hat{D} =$$

屈折率の値が 1 つしかない角度が許されている。

$$\theta =$$

B.2 (0.8 pt)

セット 1
偏光 $\hat{E} =$

どの波（普通の波か異常な波か）:

$\tan \alpha =$

セット 2
偏光 $\hat{E} =$

どの波（普通の波か異常な波か）:

$\tan \alpha =$

B.3 (0.6 pt)

セット 1
屈折率 $n =$

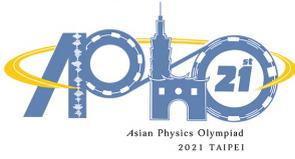
偏光 $\hat{E} =$

どの波（普通の波か異常な波か）:

セット 2
屈折率 $n =$

偏光 $\hat{E} =$

どの波（普通の波か異常な波か）:



B.4 (0.8 pt)

セット 1

$$\tan \alpha_r =$$

$$v_r =$$

$$\hat{S} =$$

セット 2

$$\tan \alpha_r =$$

$$v_r =$$

$$\hat{S} =$$

$$n_s =$$

(\hat{S} , \hat{x} , \hat{z} , n_o , と n_e を用いて)

B.5 (1.1 pt)

$$\vec{A} =$$

$$\vec{B} =$$

$$\vec{C} =$$

$$\tan \theta_2 = \quad (\phi = 0)$$

$$\tan \theta_2 = \quad (\phi = \frac{\pi}{2})$$

Part C. 光のもつれ

C.1 (0.8 pt)

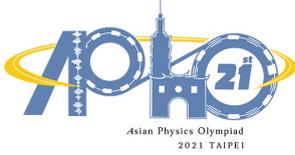
$\omega, \omega_1, \omega_2$ と $\vec{k}, \vec{k}_1, \vec{k}_2$ の間のすべての可能な関係
関係 1:

どの保存則か:

関係 2:

どの保存則か:

ω と \vec{k} を ω_1, ω_2 と \vec{k}_1, \vec{k}_2 に分ける式:



C.2 (0.8 pt)
ありえない割り方。

C.3 (1.3 pt)

$D =$

$E =$

$F =$

円錐の軸と z' 軸の間の角度。

円錐の角度。

C.4 (0.8 pt)

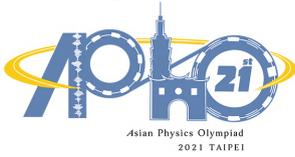
$P(\alpha, \beta) =$

$P(\alpha, \beta_{\perp}) =$

$P(\alpha_{\perp}, \beta) =$

$P(\alpha_{\perp}, \beta_{\perp}) =$

Theory



A2-6

Japanese (Japan)

C.5 (0.5 pt)

表現 $S =$

値 $S =$

古典的な理論との整合性:

DELEGATION PRINT

磁気浮上

Part A : 磁気単極子の突然の出現 : 初期応答とその後の薄膜の応答の時間発展

初期応答

A.1 (0.4 pt)

$z \geq 0$ では

$$\vec{B}(\vec{\rho}, z) =$$

A.2 (0.2 pt)

$z \leq -d$ では

$$\vec{B}(\vec{\rho}, z) =$$

A.3 (0.4 pt)

表面 $z = 0$ では

$$\Phi_B =$$

表面 $z = -d$ では

$$\Phi_B =$$

A.4 (0.6 pt)

$$\vec{j}(\vec{\rho}) =$$

その後の応答

A.5 (0.6 pt)

$z \approx 0$ での $B'_z(\rho, z; t)$ についての方程式:

A.6 (0.4 pt)

$z \approx 0$ での $B'_z(\rho, z; t)$ の一般解:

$B'_z(\rho, z; t) =$

A.7 (0.4 pt)

$B'_z(\rho, z \approx 0; t)$ についての、運動する単極子とその鏡像による描像を図示せよ:

$v_0 =$

Part B. 一定の h , 一定速度で移動する点状の双極子に働く磁気力

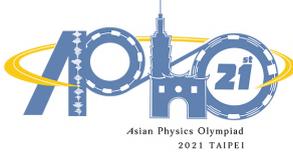
運動している単極子

B.1 (0.8 pt)

q_m 型の全ての仮想単極子の位置

$-q_m$ 型の全ての仮想単極子の位置

Theory



A3-3

Japanese (Japan)

B.2 (0.7 pt)

和の形で書いた $\Phi_+(x, z) =$

計算せよ: $\Phi_+(x, z) =$

運動している双極子

B.3 (1.5 pt)

$\vec{F} =$

v_0 と v の関係

B.4 (0.3 pt)

Value of $v_0 =$

B.5 (0.4 pt)

v が小さい領域:

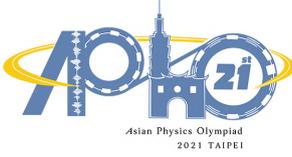
$v_0(v) =$

v が大きな領域

$v_0(v) =$

B.6 (0.3 pt)

$v_c =$



Part C. 導電性薄膜が超伝導になったときの磁気双極子の動き

C.1 (1.2 pt)

$h_0 =$

C.2 (0.8 pt)

$\Omega =$

C.3 (0.7 pt)

Value of $h_0 =$

C.4 (0.3 pt)

Value of $\Omega =$