



一般的な注意：理論試験

理論試験の時間は5時間であり、配点は30点である。

試験開始と終了の合図は音声でなされる。試験開始を報せる音が鳴るまで、問題が入った封筒を開けてならない。1時間毎に経過時間を報せるアナウンスがあり、試験終了の15分前にもアナウンスがある。

試験中

- 支給されたペンだけを使用すること。
- 最終的な答えは、Aと書かれた専用の解答用紙に記載すること。詳細な解法を書くためのWと書かれた白紙のワーキングシートも用意されている。必ずその時解いている問題に附属したワーキングシートを用いること（ヘッダーの問題番号をチェックすること）。解答した内容で採点を望まない部分があれば×を付けること。全てのページについて、表側のみを使用すること。
- 解答はできるだけ簡潔に書くこと：自分の考えを説明する際には、式、論理記号、図、を可能な限り用いること。長文の使用は避けること。
- 前の方の問題を解かなくても後ろの方の問題を解ける場合がある。
- 許可なく机を離れないこと。助けが必要な場合には、与えられた旗を用いてスタッフに知らせること。（トイレに行きたい時は“WC”，水が欲しい時は“H2O”，紙が欲しい時やその他の助けが必要な場合には“Help!”を用いよ。）

試験終了時

- 試験が終了したら、ただちに答案を書くことをやめなければならない。
- それぞれの問題に対して、次の順番で用紙を並べ替えなさい：表紙（C）が一番上であり、問題（Q）、解答用紙（A）、ワーキングシート（W）の順で並べ、白紙や余分な用紙（Z）が一番下である。
- 1つの大問に対応する全ての用紙を同じ封筒に入れること。白紙についても提出すること。封筒の透明窓から student code が見えるようにすること。用紙が入った各問題の封筒と、この「一般的な注意」の紙を、大きな封筒に入れること。試験会場からは、いかなる紙も持ち出してはならない。
- 筆記用具は机においていくこと。
- 封筒が回収されるまで、自分の机で待っていること。回収後、試験会場の外へ案内される。

ゼロ長ばねとスlinkyコイル

ゼロ長ばね (Zero Length Spring : ZLS) とは、力とばねの長さとは比例するようばねである。 L_0 を最小の長さ、つまり、ばねが伸びていない状態の長さとして、 $L > L_0$ のときの力は $F = kL$ となる。 Figure 1 は、ZLS における力 F とばねの長さ L の関係を表し、直線の傾きはばね定数 k である。

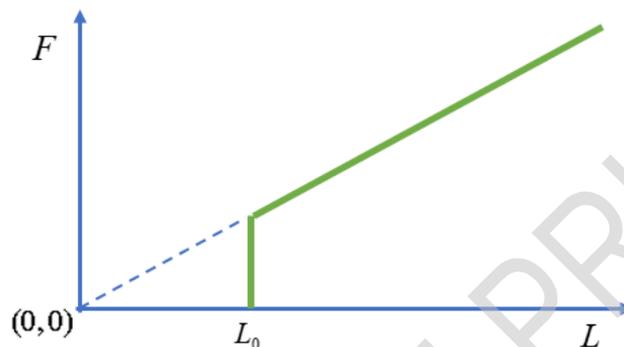


Figure 1: ばねの長さ L と力 F の関係

ZLS は地震観測において有用であり、これを用いて重力加速度の大きさ g の変化を極めて高精度に測定することができる。ここでは、重さ Mg が kL_0 よりも大きい、均質な ZLS を考える。ばねの相対的な柔らかさを表す無次元の比、 $\alpha = kL_0/Mg < 1$ を導入する。よく知られたスlinkyというおもちゃはそのような ZLS の一つである (そうでない場合もある)。

Part A: 静力学 (3.0 points)

A.1 伸びていない状態の ZLS のある微小部分 (長さ $\Delta\ell$) を考える。ばねが外力 F によって引き伸ばされることにより、この微小部分も引き伸ばされる。引き伸ばされた後の長さ Δy を $F, \Delta\ell$ およびばねのパラメータを用いて表せ。ただし、重力の影響はないものとする。 0.5pt

A.2 微小部分 (長さ $\Delta\ell$) を長さ Δy まで引き伸ばすのに必要な仕事 ΔW を求めよ。 0.5pt

これ以降、ばねの特定の点を指定するのに、伸びていない状態での下端からの距離 ℓ ($0 \leq \ell \leq L_0$) を用いる。ばねのあらゆる点について、この ℓ は、ばねが伸びても変わらない。

A.3 このばねの上端を持ってぶら下げたとして、ばねは自重によって伸びる。伸びて平衡状態になったばね全体の長さ H はいくらになるか？答えは L_0 と α を用いて表せ。 2.0pt

Part B: 動力学 (5.5 points)

実験によれば、ばねが吊るされて静止している状態から手放されると、上から徐々に縮んでいくが、下の方には静止したままの部分が残る (Figure 2 を見よ)。時間の経過とともに、縮んだ部分はかたまりとなって下方へ移動し、ばねのひと巻ひと巻をくっ付けていって長くなる。一方、静止している部分の長さは短くなっていく。ばねの各点は、移動部分とその点に達してから初めて動き出す。ばねの最下端は、ばね全体が縮みきって伸びていないときの長さ L_0 になるまで動かない。その後、縮んだばねは傾いたりすることなく 1 個の剛体として重力による鉛直落下を続ける。



Figure 2: 左: スリンキーの自由落下中に撮影した連続写真. 右: ばねの自由落下中の移動する部分 (part I) および静止している部分 (part II).

以下の設問には、上記のモデルに基づいて解答すること。空気抵抗は無視してよいが、 L_0 を無視してはならない。

B.1 ばねが手放された瞬間から、縮みきって最小の長さ L_0 になるまでの時間 t_c を求めよ。答えは、 L_0, g および α を用いて表せ。また t_c の数値を計算せよ。ばねのパラメータは、 $k = 1.02 \text{ N/m}$, $L_0 = 0.055 \text{ m}$ および $M = 0.201 \text{ kg}$ とし、重力加速度 g は 9.80 m/s^2 とせよ。 2.5pt

B.2 この設問においては ℓ を、ばねの part I (Figure 2 の移動している部分) と part II (静止している部分) の境界を指定するために使う。ある瞬間に、静止している部分の質量が $m(\ell) = \frac{\ell}{L_0} M$ であり、このとき移動している部分が一様な瞬間速度 $v_I(\ell)$ で運動していたとする。この瞬間 (静止している部分が残っているとき) の、移動している部分の速度が $v_I(\ell) = \sqrt{A\ell + B}$ となることを示し、定数 A および B を L_0, g および α を用いて表せ。 2.5pt

B.3 B.2 に基づいて、手放されてから地面に達するまでの運動の間で、ばねの移動している部分の最小の速さ v_{\min} を求めよ。答えは L_0, α, A および B を用いて表せ。 0.5pt



Part C: エネルギー論 (1.5 points)

- C.1 ばねが手放された瞬間から地面に達する直前までの間に、熱の発生によって失われた力学的エネルギーの量 Q を計算せよ。答えは L_0, M, g および α を用いて表せ。 1.5pt

DELEGATION PRINT

電子レンジの物理

本問では、電子レンジにおけるマイクロ波発生、および、それを利用した食品加熱について議論する。マイクロ波は「マグネトロン」と呼ばれる装置で発生させられる。Part A はマグネトロンの作動に関わる内容であり、Part B では食べ物のマイクロ波吸収を扱う。

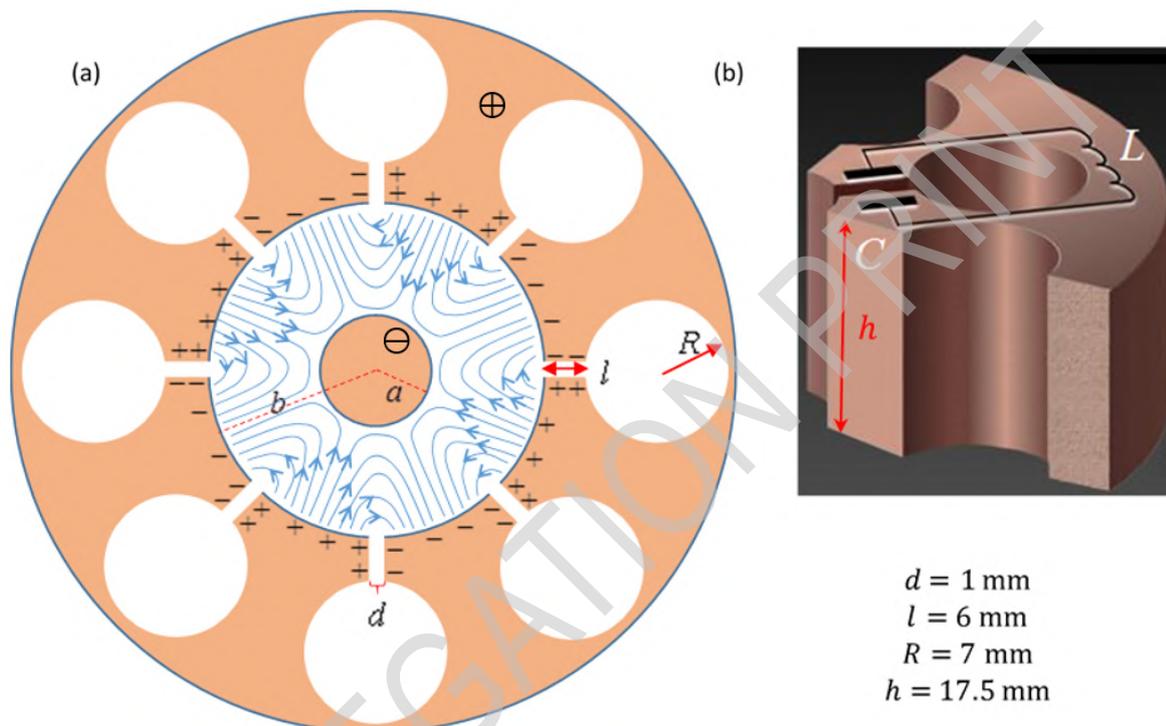


Figure 1

Part A : マグネトロンの構造と動作 (6.6 points)

マグネトロンとは、マイクロ波をパルス（用途：レーダーなど）または連続波（用途：電子レンジなど）として発生させるための装置である。マグネトロンは自己増幅振動モードを持つ。マグネトロンに一定電圧（直流電圧）を印加することにより、このモードが素早く励起される。このようにして生成されたマイクロ波がマグネトロンの外に伝えられる。

電子レンジ中のマグネトロンで典型的なものは、銅製で円柱状の陰極（半径 a ）と、それを取り囲む陽極（半径 b ）から成る。後者は、肉厚の円筒状の殻から円柱状の空洞をいくつか削り出した形状をしている。各空洞は「共振器」と呼ばれる。共振器の1つは、マイクロ波を電子レンジの外に伝えるアンテナと繋がっているが、以後このアンテナは無視する。内部の空洞は全て真空である。Figure1(a) に示されているような、8つの共振器がある典型的なマグネトロンを考える。1つの共振器の3次元構造が Figure1(b) に示されている。図中に示されているように、8つの空洞の各々がコイル-コンデンサー（LC）共振回路として振る舞い、その動作周波数は $f = 2.45 \text{ GHz}$ である。

静的で一様な磁場がマグネトロンの軸方向（Figure1(a) で紙面を奥から手前に貫く方向）にかけられている。さらに、一定の電圧が陽極（正のポテンシャル）と陰極（負のポテンシャル）の間にかけている。陰極から放出された電子は陽極に達して陽極を帯電させ、ある振動モードを励起する。この振動モードは、隣り合う2つの共振器を互いに逆符号に帯電させるようなモードである。空洞における共振によって、この振動が増幅される。



印加された一定電圧に由来する静電場に加え，上で説明された過程によって，前述の振動数 $f = 2.45$ GHz の交流電場が陰極と陽極の間の空間に発生させられる (Figure1(a) に交流電場による電気力線が青い線で示されている．静電場によるものは描かれていない)．定常状態において，陽極と陰極の間の交流電場の典型的な振幅は，その場所の静電場の $\frac{1}{3}$ である．陰極と陽極の間の空間における電子の運動は，静電場と交流電場の双方の影響を受ける．その結果，陽極に達する電子は，静電場から得るエネルギーの約 80% を交流電場に受け渡してしまう．陰極から放出された電子のうちの一部は陰極に戻って，電子を追加で放出させ，交流電場をさらに増幅する．

それぞれの共振器は，Figure1(b) に示されているようにコンデンサーとコイルとみなせる．静電容量は共振器表面の平面状の部分から主に生じており，インダクタンスは円柱状の部分に由来する．共振器中の電流は，円柱形の空洞の表面に非常に近いところを流れており，この電流によって生じる磁束密度の大きさは理想的な無限長ソレノイドの場合の 0.6 倍であると仮定する．共振器の各部分の長さのパラメータは Figure 1(b) で与えられている．真空の誘電率と透磁率はそれぞれ $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ ， $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ ，である．

- A.1** 上で与えられたデータを用いて，1つの共振器の周波数 f_{est} を求めよ．(本問で得られる答えは，本来の値 $f = 2.45$ GHz と異なっていて差しつかえない．ただし，以降の問題では，**本来の値**の方を使用せよ．) 0.4pt

以下の問題 A.2 は，マグネトロンそのものを扱っておらず，関連する物理の導入を目的としている． y 軸負方向を向いた一様な電場 $\vec{E} = -E_0 \hat{y}$ と z 軸正方向を向いた一様な磁束密度 $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ のもとで自由空間中を運動する電子を考える (E_0 と B_0 は正の値であり， $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ は右手系をなす単位ベクトルである)．電子のドリフト速度 \vec{u}_D とは，電子の平均の速度のことである． m と $-e$ は電子の質量と電荷をそれぞれ表す．

- A.2** 以下の2つの場合のそれぞれについて \vec{u}_D を求めよ．さらに， $0 < t < \frac{4\pi m}{eB_0}$ の間に電子が動く (実験室系における) 軌道も解答用紙に描け． 1.5pt
- $t = 0$ での電子の速度が $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$ である場合．
 - $t = 0$ での電子の速度が $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$ である場合．

再びマグネトロンについての議論に戻る．陰極と陽極の間の距離は 15 mm である．先に述べた交流電場へのエネルギー損失のために，各電子の最大の運動エネルギーが $K_{\text{max}} = 800$ eV を超えないことを仮定する．一定磁束密度の強さは $B_0 = 0.3$ T とする．電子の質量と電荷はそれぞれ $m = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg， $-e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C とする．

- A.3** 電子のこのような軌道運動が円形とみなせるような慣性系で見たとき，この円形軌道の半径 r がとりうる値の最大値を数値的に見積もれ． 0.4pt

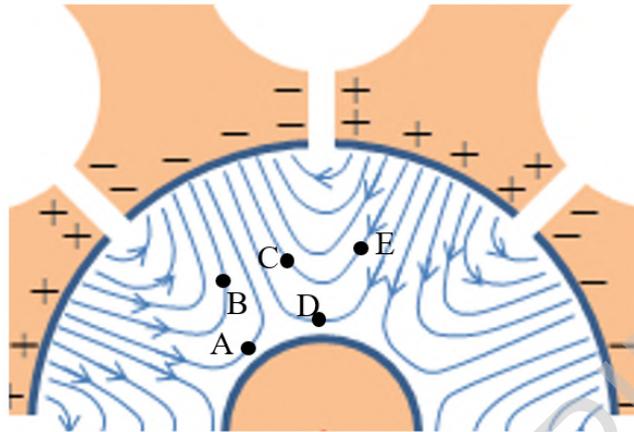


Figure 2

- A.4** Figure 2 は、陽極と陰極の間の交流電場による電気力線のある特定の時刻において描いたものである（静電場によるものは描かれていない）。この時刻において、A, B, C, D, E の位置にいるそれぞれの電子は、陽極方向にドリフトするか、陰極方向にドリフトするか、動径方向と完全に垂直な方向にドリフトするか。解答用紙の表の対応する箇所にチェックマークを書いて答えよ。 1.2pt

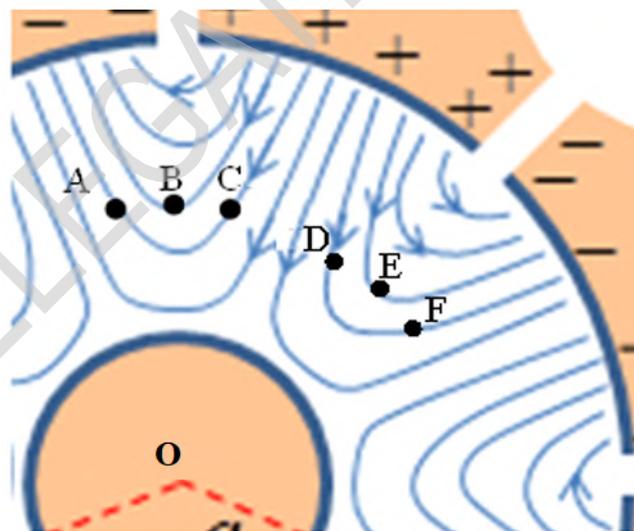


Figure 3

Figure 3 は、陽極と陰極の間の交流電場の電気力線のある特定の時刻において描いたものである（静電場によるものは描かれていない）。この時刻において、6 個の電子の位置が A, B, C, D, E, F で示されている。全ての電子は陰極から等距離にある。

- A.5** Figure 3 に示された状況を考える．電子のペア AB, BC, CA, DE, EF, DF のそれぞれについて，2つの電子の位置ベクトル（陰極の中心 O が基準）がなす角度は，ドリフトによって増加するか，減少するか，決められないか．解答用紙の表の対応する箇所にチェックマークを書いて答えよ． 1.2pt

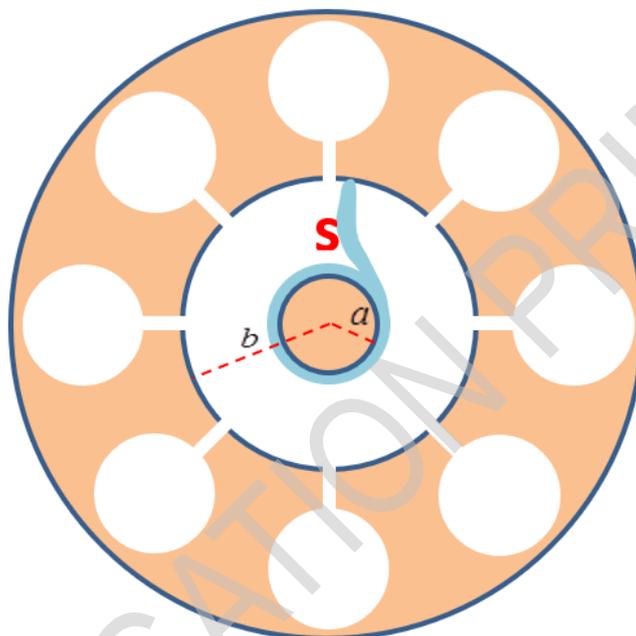


Figure 4

問題 A.5 で見出された電子たちの動きのパターンは，陰極と陽極の間の空間にある電子たちを車輪のスポークのような形状へと集中させる機構として働く．そのようなスポークの1つが，Figure 4 に示されている（Sと書かれた部分）．

- A.6** 同じ時刻における他のスポークたちを解答用紙に描け．スポークたちが回転していく方向を矢印で示し，その回転の平均の角速度も計算せよ． 0.8pt

陰極と陽極の間のちょうど中間の位置における全電場の値が，陰極と陽極を結ぶ動径方向に沿った静電場の平均値に等しいものと近似する．また，その領域ではスポークが近似的に動径方向を向いているとする．陰極と陽極の半径（それぞれ a , b ）は Figure 4 に示されている．

- A.7** ここまでに説明されたやり方でマグネトロンを動作させるために印加する必要がある一定電圧の近似的な表式を求めよ．（求まる表式は，マグネトロンを動作させるために必要な最低限の電圧の近似値であり，現実的に最適な値はもう少し高い．） 1.1pt

Part B : マイクロ波と水分子の相互作用 (3.4 points)

この Part では，（マグネトロンのアンテナから電子レンジの調理室へと放出される）マイクロ波の料理への応用を扱う．すなわち水などの，エネルギーの散逸を生じる誘電性の物質を温めるために使用することを考える．純粋な水，または，薄い食塩水（スープ）が対象である．

Theory



Q2-5

Japanese (Japan)

電気双極子は、同じ大きさで逆符号の2つの電荷 q と $-q$ が短い距離離れて配置されたものである。電気双極子ベクトルとは、負の電荷から正の電荷に向かう方向に大きさ $p = qd$ を持つベクトルである。

大きさが $p_0 = |\vec{p}(t)|$ で一定のモーメント $\vec{p}(t)$ を持つ1つの双極子に、時間変化する電場 $\vec{E}(t) = E(t)\hat{x}$ がかけられている。双極子と電場のなす角度を $\theta(t)$ とする。

- B.1** 電場が双極子に与える力のモーメント $\tau(t)$ の大きさの表式、および、電場から双極子に単位時間あたりに与えられるエネルギー（仕事率）の表式を、 p_0 , $E(t)$, $\theta(t)$ とそれらの微分を用いて書け。 0.5pt

水分子は極性分子であるから、電気双極子とみなすことができる。液体の水では分子間に強い水素結合が働いているため、各水分子を独立した双極子と扱うことはできない。それよりも、分極ベクトル $\vec{P}(t)$ 、すなわち双極子モーメント密度（水分子集団における双極子モーメントの体積平均）、を用いる方がよい。分極 $\vec{P}(t)$ は（マイクロ波の）交流電場の局所的な値 $\vec{E}(t)$ に平行であり、交流電場の振幅に比例する振幅で振動するが、その位相は δ 遅れている。

水中のある場所における交流電場は $\vec{E}(t) = E_0 \sin(\omega t)\hat{x}$ で与えられ、分極 $\vec{P}(t) = \beta \epsilon_0 E_0 \sin(\omega t - \delta)\hat{x}$ を生じる。ここで、 $\omega = 2\pi f$ であり、無次元量 β は水の物性値である。

- B.2** 単位体積あたりの水によって単位時間あたりに吸収されるエネルギーの時間平均 $\langle H(t) \rangle$ を求めよ。ただし、時間に依存する周期関数 $f(t)$ の周期 T についての時間平均は以下の式で定義される。 0.5pt

$$\langle f(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(t) dt. \quad (1)$$

さて今度は、電磁波の水中における伝播を考える。（ある振動数における）水の比誘電率は ϵ_r であり、対応する水の屈折率は $n = \sqrt{\epsilon_r}$ である。単位時間あたりの電場のエネルギー密度は $\frac{1}{2}\epsilon_r\epsilon_0 E^2$ で与えられる。エネルギー密度を時間平均したものは、電場と磁場について等しい。

- B.3** 電磁波のエネルギー流束密度の時間平均（単位時間あたりに単位面積あたりを通過するエネルギーの平均）を $I(z)$ で表すことにする。 z は水への侵入の深さであり、電磁波は z 方向に伝播するものとする。エネルギー流束密度 $I(z)$ の z 依存性の表式を求めよ。水面におけるエネルギー流束密度 $I(0)$ が結果に現れていて良い。 1.1pt

位相の遅れ δ は水分子同士の相互作用の結果である。 δ は無次元の誘電損失係数 ϵ_ℓ と比誘電率 ϵ_r に $\tan \delta = \epsilon_\ell / \epsilon_r$ の形で依存する（ ϵ_ℓ と ϵ_r は電磁波の角周波数 ω と温度に依存している）。 δ が十分に小さければ、深さ z における電場の値は次の式で与えられる：

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{-\frac{1}{2}nk_0z \tan \delta} \sin(nk_0z - \omega t) \quad (2)$$

ここで $k_0 = \omega/c$ であり、 $c = 3.0 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ は真空中の光速である。

- B.4** 近似 $\tan \delta \approx \sin \delta$ を利用し、問題 B.2 で定義された係数 β を他のパラメータを用いて表せ。 0.6pt

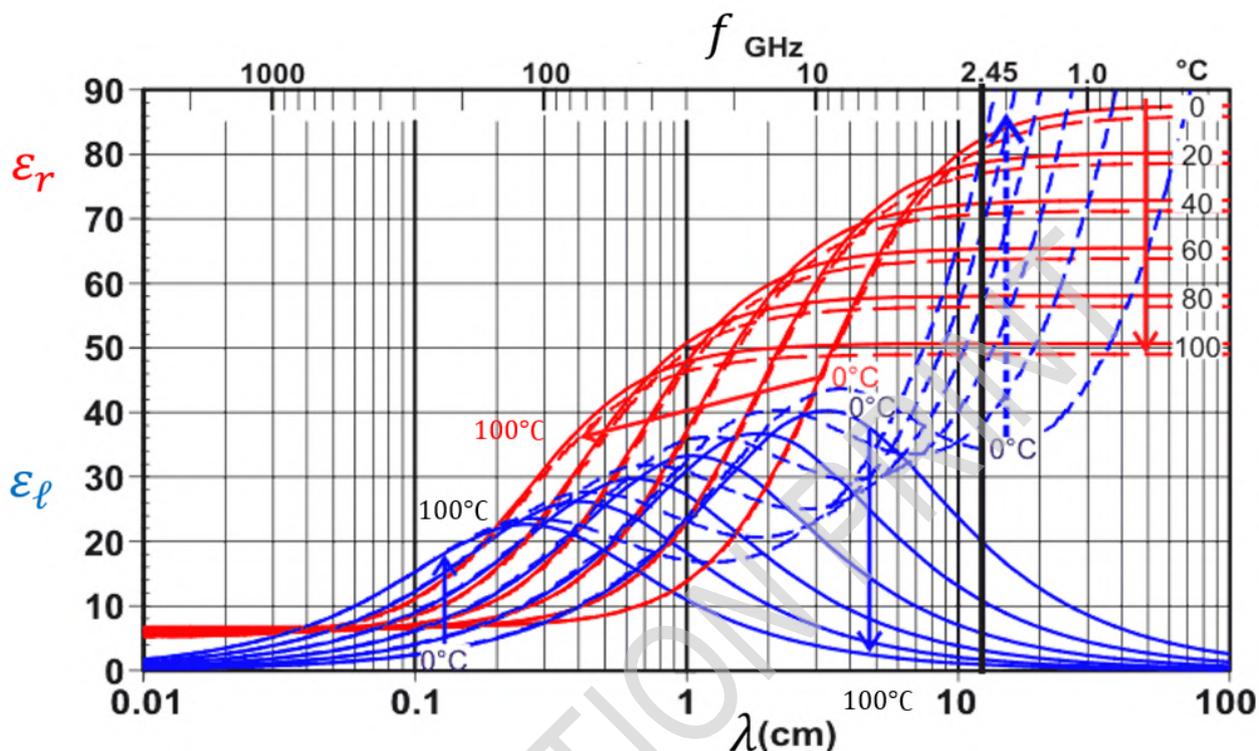


Figure 5. 矢印は、温度を 0°C から 100°C にあげていったときに、曲線がどのように変化していくか（各曲線がどの温度に対応しているか）を示している。

Figure 5 は、 ϵ_l （青い線）と ϵ_r （赤い線）を、純粋な水（実線）と薄い食塩水（破線）の両方について、波長または振動数の関数としていくつかの異なる温度について描いたものである。角周波数 $\omega = 2\pi \cdot 2.45 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$ は太い垂直な線で示されている。以下では、この角周波数のマイクロ波のみを考える。

B.5 以下の問題に取り組む際には Figure 5 を用いよ。

0.7pt

- 20°C の水について、エネルギー流速密度の値が $z = 0$ における値の半分になる長さである侵入長 $z_{1/2}$ の表式を求めよ。
- マイクロ波の水への侵入長は、水の温度を増加させたときに増加するか、減少するか、変化しないか。解答用紙の表の対応する箇所にチェックマークを書いて答えよ。
- マイクロ波のスープ（薄い食塩水）への侵入長は、スープの温度を増加させたときに増加するか、減少するか、変化しないか。解答用紙の表の対応する箇所にチェックマークを書いて答えよ。

熱音響エンジン

熱音響エンジンは熱を力学的仕事の一つの形である音のエネルギーに変換する装置である。他の熱機関の多くと同じように、逆向きに、音によって低温熱源から高温熱源に熱を移動する冷却器として使うことができる。高い周波数で動作させることにより熱伝導の効果を小さくでき、閉じ込め容器を不要にできる。他の熱機関の多くと違って、動作流体以外には動く部分がない。

典型的な熱音響エンジンの効率は他の熱機関より低いが、設置や維持の費用が少ない利点がある。このため、太陽熱発電や廃棄エネルギーの利用などの再生可能エネルギーへの応用が可能となる。以下ではエンジンの中での音響の発生のみ注目し、エネルギーの取り出しや外部機関の駆動のためのエネルギーの変換は考えない。

Part A: 閉じた管の中の音波 (3.7 points)

長さ L 、断面積 S の熱的に絶縁された管がある。軸は x 方向であり、端は $x = 0$ と $x = L$ である。管の中には理想気体が封入されている。熱平衡状態では、気体の温度は T_0 、圧力は p_0 、質量密度は ρ_0 である。気体の粘性は無視でき、気体の運動は x 方向のみであり、気体の運動と性質は y, z 方向には一様とする。



図 1

- A.1** 音の定在波が立っているとき、気体の体積要素は x 方向に角振動数 ω で振動する。 0.3pt
振動の振幅は各要素の平衡状態での位置 x に依存する。平衡状態での位置 x からの縦方向の変位は次式で与えられる。

$$u(x, t) = a \sin(kx) \cos(\omega t) = u_1(x) \cos(\omega t) \quad (1)$$

(u は気体の体積要素の変位を表すことに注意)

ここで、 a ($a \ll L$) は正定数、 $k = 2\pi/\lambda$ は波数、 λ は波長である。可能な波長の最大値 λ_{\max} を求めよ。

この問題を通じて、振動は最大波長 $\lambda = \lambda_{\max}$ のモードと仮定する。

さて、静止しているとき、 x と $x + \Delta x$ ($\Delta x \ll L$) の間にある気体の微小部分を考えよう。A.1 の定在波による変位の結果、この部分は x 方向に振動し、体積や他の熱力学的性質が変化する。

以下では、熱力学的性質の変化は平衡値に比べて小さいとする。

- A.2** 体積要素の体積 $V(x, t)$ は平衡値 $V_0 = S\Delta x$ の周りに次のように振動する。 0.5pt

$$V(x, t) = V_0 + V_1(x) \cos(\omega t). \quad (2)$$

$V_1(x)$ を V_0, a, k, x で表せ。

- A.3** 音波による振動があるときの気体の(全)圧力が次の形に近似的に表されるとする。 0.7pt

$$p(x, t) = p_0 - p_1(x) \cos(\omega t). \quad (3)$$

気体の微小体積に働く力を考えて、圧力の近似式における振幅 $p_1(x)$ を位置 x , 質量密度の平衡値 ρ_0 , 変位の振幅 a と、波動のパラメータ k, ω で表せ。

音波の振動数では、気体の熱伝導は無視できる。気体の微小体積要素の膨張・圧縮は完全な断熱変化であり、 $pV^\gamma = \text{const.}$ を満たす。 γ は断熱指数(比熱比)である。

- A.4** 上の関係式とこれまでの問いの結果を用いて、管の中の音速の近似式 $c = \omega/k$ を求めよ。答えを p_0, ρ_0 と断熱指数 γ で表せ。 0.3pt

- A.5** 音波による断熱膨張・断熱圧縮の結果、気体の体積要素の温度は次の形をとる。 0.7pt

$$T(x, t) = T_0 - T_1(x) \cos(\omega t). \quad (4)$$

温度振動の振幅 $T_1(x)$ を T_0, γ, a, k, x で表せ。

- A.6** この問い(A.6)においてだけは、管と気体が弱く熱的に結合しているとする。その結果、定在波はほとんど変化しないが、気体と管の間には少量の熱の交換が可能になる。粘性による気体の発熱は無視できる。図2の点A, B, C(A, Cは管の端に、Bは中央にある)のそれぞれについて、長時間の間に、その点の管の温度が増加するか、減少するか、それとも変わらないかを述べよ。 1.2pt

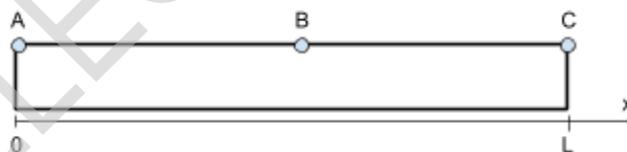


図2

Part B: 外部熱源との接触による音波の増幅 (6.3 points)

薄い固体シートを間隔をあけて重ねたもの(スタック)を管の中に置く。各シートは管の軸に平行で、気体の x 軸方向の流れに影響しない。スタックの中央は $x_0 = L/4$ で、 x の幅は $\ell (\ll L)$ で、全断面積を占めている。スタックの両端の温度差は τ であり、左端 $x_H = x_0 - \ell/2$ では外部熱源により温度 $T_H = T_0 + \tau/2$ に、同時に、右端 $x_C = x_0 + \ell/2$ では温度 $T_C = T_0 - \tau/2$ に保たれている。

スタックのわずかな軸方向の熱伝導により、両端の間の温度分布は一定の勾配で $T_{\text{plate}}(x) = T_0 - \frac{x - x_0}{\ell} \tau$ に保たれる。

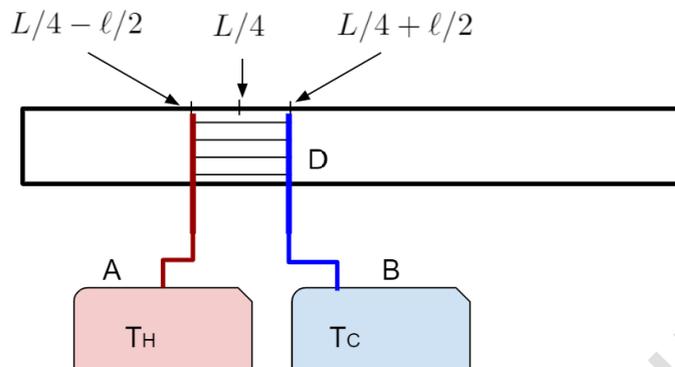


図3: システムの概念図。A, B は高温および低温の熱源。D はスタック。

スタックのシートと気体との熱的結合が管の中の音波に与える影響を解析するために以下を仮定する。

- Part A と同じように、振動による熱力学的性質の変化は平衡値に比べて小さい。
- 系は可能な最大の波長の定在波のモードで動作する。そのモードはスタックの存在によりほとんど変化しない。
- スタックの長さは波長に比べて十分短く $\ell \ll \lambda_{\max}$ であり、スタックは気体の変位や圧力変化の節 (ノード) から十分離れていて、スタックの中では変位 $u(x, t) \approx u(x_0, t)$ や圧力 $p(x, t) \approx p(x_0, t)$ は一定とみなせる。
- スタックに気体が入り出すことによって生じる端の効果は無視できる。
- スタックの両端の温度差は気体の温度に比べて小さい: $\tau \ll T_0$ 。
- スタックの中、気体中、および管に沿う熱伝導は無視できる。重要な熱の移動は、気体の移動に伴う対流と気体・スタック間の熱伝導だけである。

B.1 始め $x_0 = L/4$ にあった気体の微小部分について考える。この部分がスタックの中を動くとき、接しているスタックの温度は次のように変化する。 0.4pt

$$T_{\text{env}}(t) = T_0 - T_{\text{st}} \cos(\omega t). \quad (5)$$

T_{st} を a, τ, ℓ で表せ。

B.2 温度差が τ_{cr} (臨界温度差) 以上になると、気体は熱を高温熱源から低温熱源に運ぶようになる。 τ_{cr} を T_0, γ, k, ℓ で表せ。 1.0pt

B.3 気体の微小部分に流れ込む熱流 $\frac{dQ}{dt}$ の一般的な近似式を、その体積と圧力の時間変化率の一次式として求めよ。答えは、体積の時間変化率 $\frac{dV}{dt}$, 圧力の時間変化率 $\frac{dp}{dt}$, 圧力と体積の平衡値 p_0, V_0 , および、断熱指数 γ で表せ。(気体定数を R とすると、定積モル比熱が $c_v = \frac{R}{\gamma - 1}$ であることを用いることができる。) 0.8pt



気体の微小部分とスタックの間の熱の流れが制限されているため、気体の圧力振動と体積振動の間に位相のずれが生じる。以下のように、これにより有限の仕事がなされることになる。

スタックから気体の微小部分への熱流は、気体の微小部分とそれに接するスタックの温度差に比例し、次の式で近似的に表されるとする： $\frac{dQ}{dt} = -\beta V_0 (T_{st} - T_1) \cos(\omega t)$. ここで、 T_1 , T_{st} はそれぞれ、A.5 と B.1 で求めた気体とスタックの温度変化の振幅であり、 $\beta (> 0)$ は定数である。また、このシステムの動作周波数では、この熱流が気体温度に与える影響は T_1 および T_{st} のどちらと比べても小さい。

- B.4** 仕事を求めるために、スタックとの間の熱接触による、移動する気体の微小部分の体積の変化を考える。気体の微小部分の体積と圧力を次の形に表すとしよう。 1.9pt

$$p = p_0 + p_a \sin(\omega t) - p_b \cos(\omega t), \quad V = V_0 + V_a \sin(\omega t) + V_b \cos(\omega t). \quad (6)$$

p_a, p_b が与えられたとき、係数 V_a, V_b を求めよ。

答えは $p_a, p_b, p_0, V_0, \gamma, \tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a$, および ℓ で表せ。

- B.5** 1 周期の間に気体の微小部分が単位体積当たりになす音響的工作 w の近似式を求めよ。スタックの全体積について積分して、気体が 1 周期の間になす仕事 W_{tot} を求めよ。 W_{tot} を $\gamma, \tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a, k, S$ で表せ。 0.8pt

- B.6** 面 $x = x_0$ の左側から右側に 1 周期の間に移動する熱 Q_{tot} の近似式を求めよ。答えを $\tau, \tau_{cr}, \beta, \omega, a, S, \ell$ で表せ。(ヒント: 対流による単位時間当たり熱流の公式 $j = Q \frac{du}{dt}$ を用いることができる。) 0.8pt

- B.7** 熱音響エンジンの効率 η を求めよ。効率はなされた音響的工作と熱源から取り出された熱量の比で定義される。答えを、高温熱源と低温熱源の温度差 τ , 臨界温度差 τ_{cr} , および、カルノー (Carnot) 効率 $\eta_C = 1 - T_C/T_H$ で表せ。 0.6pt



ゼロ長ばねとスlinkyコイル - 解答用紙

Part A: 静力学 (3.0 points)

A.1 (0.5 pt)

$$\Delta y =$$

A.2 (0.5 pt)

$$\Delta W =$$

A.3 (2.0 pt)

$$H =$$

Part B: 動力学 (5.5 points)

B.1 (2.5 pt)

$$t_c =$$

$$t_c =$$

B.2 (2.5 pt)

$$A =$$

$$B =$$

B.3 (0.5 pt)

$$v_{\min} =$$

Part C: エネルギー論 (1.5 points)



C.1 (1.5 pt)

$Q =$

DELEGATION PRINT

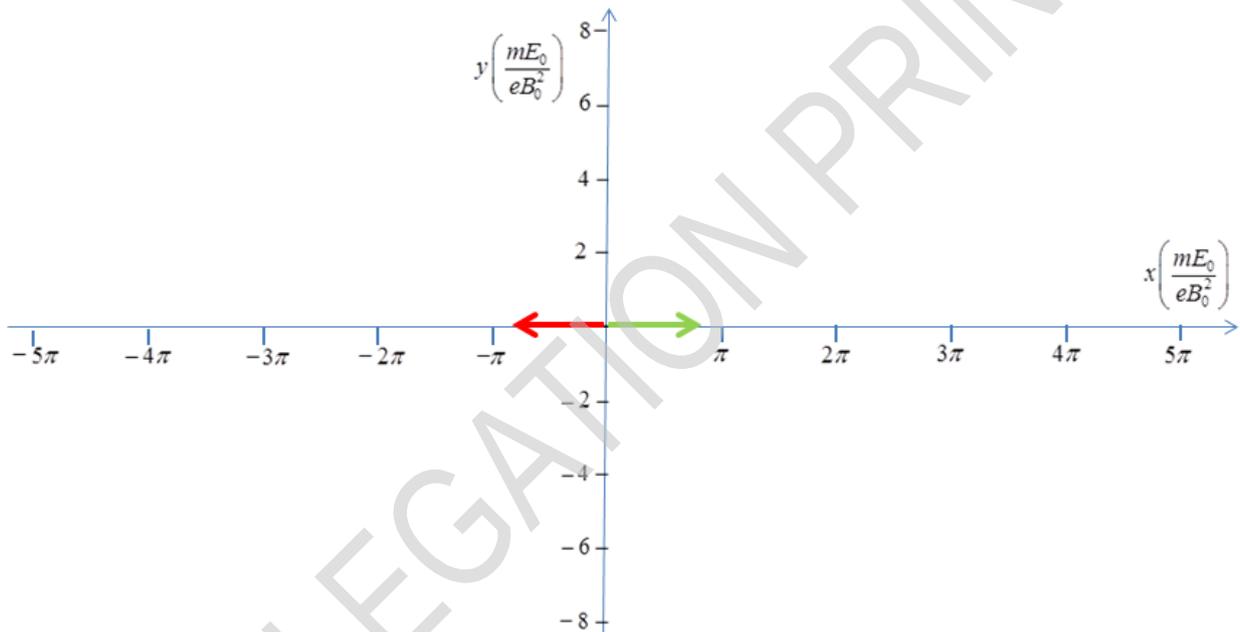
電子レンジの物理 - 解答用紙

Part A: マグネトロンの構造と動作

A.1 (0.4 pt)

$$f_{\text{est}} =$$

A.2 (1.5 pt)



1. $\vec{u}(0) = (3E_0/B_0)\hat{x}$ のとき, $\vec{u}_D =$
2. $\vec{u}(0) = -(3E_0/B_0)\hat{x}$ のとき, $\vec{u}_D =$

A.3 (0.4 pt)

$$r =$$

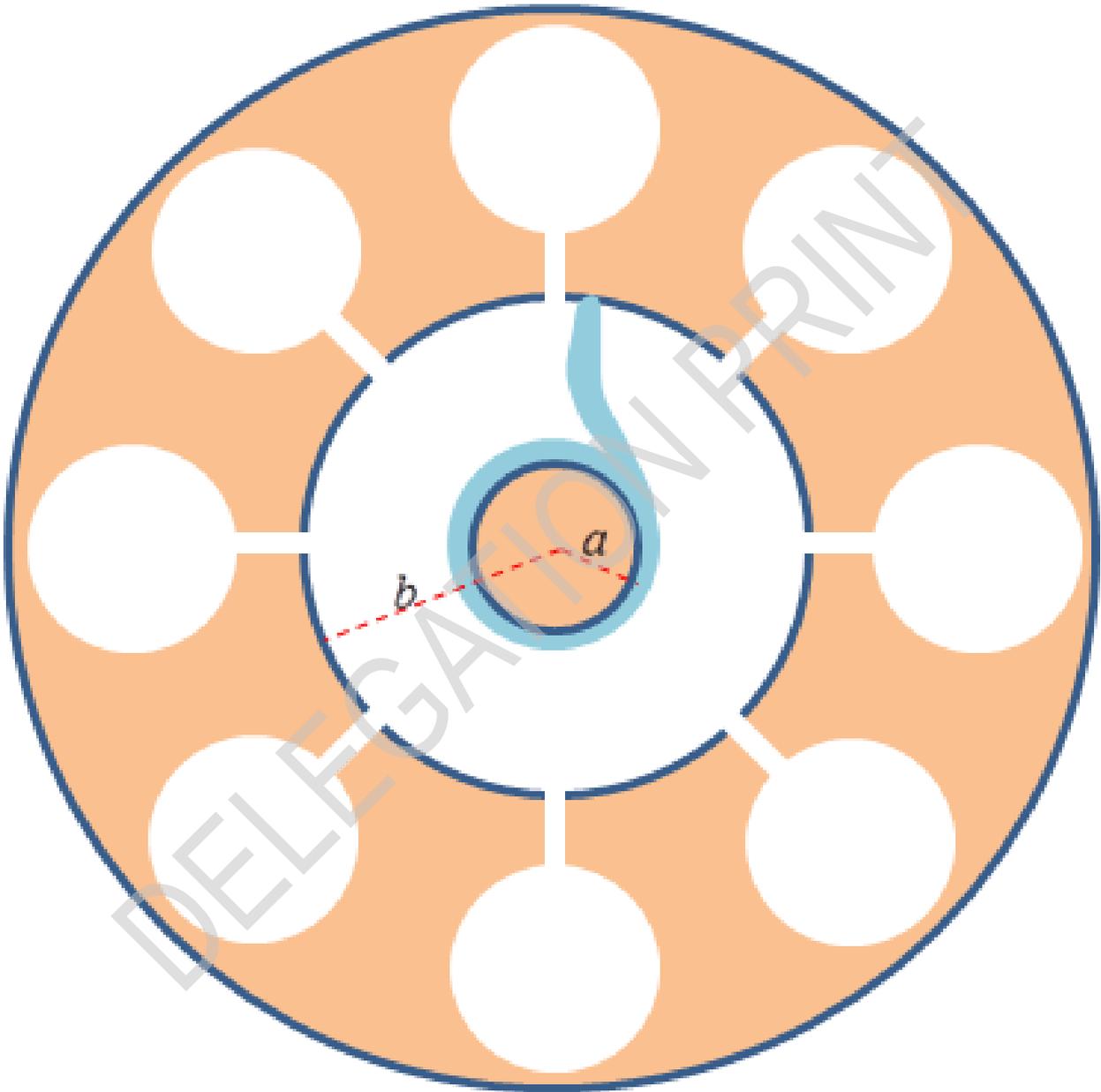
A.4 (1.2 pt)

点	陽極方向	陰極方向	動径方向と完全に垂直
A			
B			
C			
D			
E			

A.5 (1.2 pt)

点のペア	角度は減少する	角度は増加する	この条件だけでは決められない
AB			
BC			
CA			
DE			
EF			
DF			

A.6 (0.8 pt)



$\omega_s =$

A.7 (1.1 pt)

$V_0 =$



Part B: マイクロ波と水分子の相互作用

B.1 (0.5 pt)

$$\tau(t) =$$

$$H_i(t) =$$

B.2 (0.5 pt)

$$\langle H(t) \rangle =$$

B.3 (1.1 pt)

$$I(z) =$$

B.4 (0.6 pt)

$$\beta =$$

B.5 (0.7 pt)

$$z_{1/2} =$$

物質	温度が増加すると $z_{1/2}$ は増加する	$z_{1/2}$ は減少する	$z_{1/2}$ は変わらない
水			
スープ			



熱音響エンジン - 解答用紙

Part A: 閉じた管の中の音波 (3.7 points)

A.1 (0.3 pt)

$$\lambda_{\max} =$$

A.2 (0.5 pt)

$$V_1(x) =$$

A.3 (0.7 pt)

$$p_1(x) =$$

A.4 (0.3 pt)

$$c =$$

A.5 (0.7 pt)

$$T_1(x) =$$

A.6 (1.2 pt)

点	増加する	減少する	変わらない
A			
B			
C			

Part B: 外部熱源との接触による音波の増幅 (6.3 points)

B.1 (0.4 pt)

$$T_{\text{st}} =$$

Theory



A3-2

Japanese (Japan)

B.2 (1.0 pt)

$$\tau_{\text{cr}} =$$

B.3 (0.8 pt)

$$\frac{dQ}{dt} =$$

B.4 (1.9 pt)

$$V_a =$$

$$V_b =$$

B.5 (0.8 pt)

$$W_{\text{tot}} =$$

B.6 (0.8 pt)

$$Q_{\text{tot}} =$$

B.7 (0.6 pt)

$$\eta =$$

DELEGATION PRINT