

紙トランジスタ (10点)

現代社会の電子技術はすべて、シンプルかつ強力な素子であるトランジスタによって支えられている。トランジスタはスイッチや増幅などの機能を持つが、デジタル情報の記憶や処理にはスイッチの機能が用いられる。

ここでは2つのタイプの電界効果トランジスタ (FET)、すなわち接合電界効果トランジスタ (JFET) と薄膜トランジスタ (TFT) を解析しよう。

FET がどのように動作するか、簡単に説明する。FET は3端子の非線形素子 (端子の名前をゲート (G)、ソース (S)、ドレイン (D) とする) であり、ゲートとソースの間に加えられた電圧によってソースとドレインの間を流れる電流を制御することができる。FET は水道の蛇口からでる水に例えることができる。この例では、蛇口による水流の制御が、ゲートによる電流制御に対応している。



図 1. nチャンネル接合型電界効果トランジスタの模式図 (左), 水流によるイメージ図 (中央), 電子回路の記号 (右). 左図の矢印はソース (S) とドレイン (D) の間を流れる電流を示す。電流経路の幅はゲート (G) とソース (S) の間に加えられた電圧に依存する。

接合型電界効果トランジスタ (JFET) は、p型ドーパシリコン-n型ドーパシリコンなどの2種の半導体を接触させてつくった接合の性質を利用している。JFET では、ソースとドレインの間を流れる電流は細い電流経路を通り抜けるようにできており、nチャンネル FET ではこの電流経路はn型半導体でできている。この電流経路の幅は、ゲートとソースの間の負の電圧 $V_{GS} = V_G - V_S$ によって正確に制御することができる。 V_{GS} を一定に保ったとき、ソースとドレインの間を流れる電流は、ドレイン-ソース間の電圧 $V_{DS} = V_D - V_S$ の非線形関数となる。しかし、ドレイン-ソース間の電圧 V_{DS} が小さいときは、電流は V_{DS} に比例し、JFET はオームの法則に従う。出力抵抗 $R_{DS} = V_{DS}/I_{DS}$ はゲート-ソース間の電圧 V_{GS} に強く依存し、次のような法則に従う:

$$R_{DS} = \frac{R_{DS}^0}{1 - V_{GS}/V_P}, \quad (1)$$

ここで R_{DS}^0 は $V_{GS} = 0$ での出力抵抗であり、 $V_P (< 0)$ はピンチオフ電圧と呼ばれる JFET のパラメータである。式から明らかなように、ピンチオフ電圧において FET は電流を完全に遮断する。

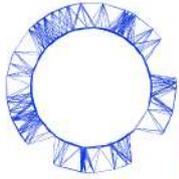
ここで $V_{GS} > V_P$ の範囲で V_{GS} の値を固定し、 V_{DS} を増やすと、ソース-ドレイン間の電流は V_{DS} との比例関係からずればじめ、あるところでほぼ一定値に飽和するようになる。飽和領域 (V_{GS} が大きい領域) で、飽和電流は V_{GS} に次のように依存する:

$$I_{DS} = I_{DSS} (1 - V_{GS}/V_P)^2. \quad (2)$$

ここで JFET に特徴的な2つの重要な性質を強調しておく。出力抵抗を制御するゲート-ソース電圧は非常に小さいが、入力抵抗 ($R_{GS} = V_{GS}/I_{GS}$) は極めて大きく、典型的に $10^9 \Omega$ 程度であるため、この素子は非常に小さな入力電圧で動作する。また、小さい JFET では電気容量は非常に小さくなるので、素子の動作をとて早くでき、スイッチのオン・オフ切り替えを MHz のレートよりすばやく行うことができる。

ここで、もう一つのタイプの FET である TFT (薄膜トランジスタ) がどのように動作するかを説明しよう。

Experiment



IPHO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-2

Japanese (Japan)

他の FET と同様、TFT はゲート電極に加える電圧によってソースとドレインの間の電流を制御することができる。

ゲート電極と半導体層の間は絶縁体によって物理的に仕切られており、垂直方向の電場によって半導体に存在する自由な電荷キャリアを制御することができる(電界効果)。誘電体層はイオンが動くことのできる電解質膜に置き換えることが可能であり、例えば紙などに置き換えることができる。ゲートに加えられた電圧により、荷電イオンを半導体界面の方に押し出し、イオン電荷膜を作って半導体中の自由電荷キャリア密度を変調させる(電解質ゲートトランジスタ)。新リスボン大学の研究者は、2008年に開発された「紙トランジスタ」研究の先駆者であり、この分野で世界のリーダーとなっている。

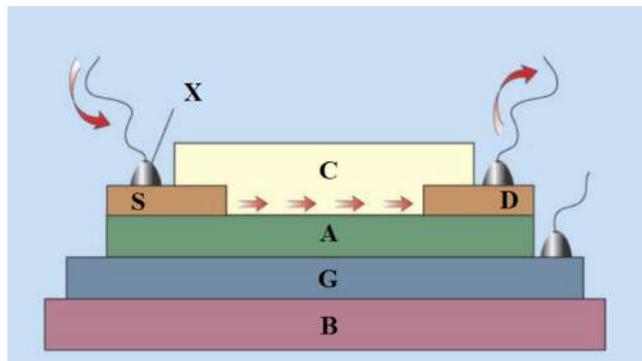


図 2. 本問題で使われる紙薄膜トランジスタ (TFT) の模式図。S: ソース, D: ドレイン, G: ゲート, A: 紙 (誘電体), B: 基板, C: 半導体層 (ガリウム・インジウム・亜鉛の酸化物), X: 金属。矢印は電流の流れを示す。

JFET と同様に、TFT トランジスタは線形モードと飽和モードの 2 つの基本作動モードによって動作する。JFET と異なり、TFT の内部電気容量は素子性能にとって重要なパラメータとなる。

この実験問題では、n-チャンネル JFET と紙でできた TFT がどのように動作するかを調べる。

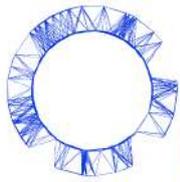
ゲート G (V_{GS}) とドレイン D (V_{DS}) に異なる電圧を加えたときのソースとドレイン間の電流 (I_{DS}) を測ることで、これらの素子の特性曲線を決定する。

2 つの最も重要な特性曲線が出力曲線と伝達曲線である：

出力曲線: この曲線は、 V_{GS} を一定に保ちながら V_{DS} を 0V から +3V まで掃引して、ソース-ドレイン間の電流 (I_{DS}) をソース-ドレイン間の電圧 (V_{DS}) の関数として測定し、プロットを行って作成する。

伝達曲線: この曲線は、 I_{DS} を V_{GS} に対して測定し、プロットを行って作成する。 V_{DS} はトランジスタが常に**飽和モード**として動作するよう適当な値をとり、その値を固定しながら、 V_{GS} を -3V から 0V まで掃引する。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-3

Japanese (Japan)

実験装置

この実験問題に対しては、次の実験装置のセット（図3）が与えられている。

1. マルチメータ（テスター）
2. JFET トランジスタ（ラベルの付いたビニール袋の中に入っている）
3. ワニ口クリップの付いたケーブル (10)
4. 平らなワニ口クリップ（4, ビニール袋の中に入っている）
5. 乾電池パック（1.5V が 4 つ）
6. 乾電池ホルダー
7. ミニブレッドボード
8. ミニブレッドボードに接続するジャンパー線 (3)
9. HB 鉛筆
10. 銀の導電インクペン（回路書き込み用）
11. ストップウォッチ
12. 回路が印刷され、紙を誘電層に用いた TFT が埋め込まれた紙片（図4）
13. 筆記用具の入ったバッグ（ペン 1, 鉛筆 1, 消しゴム/鉛筆削り 1, 定規 1）

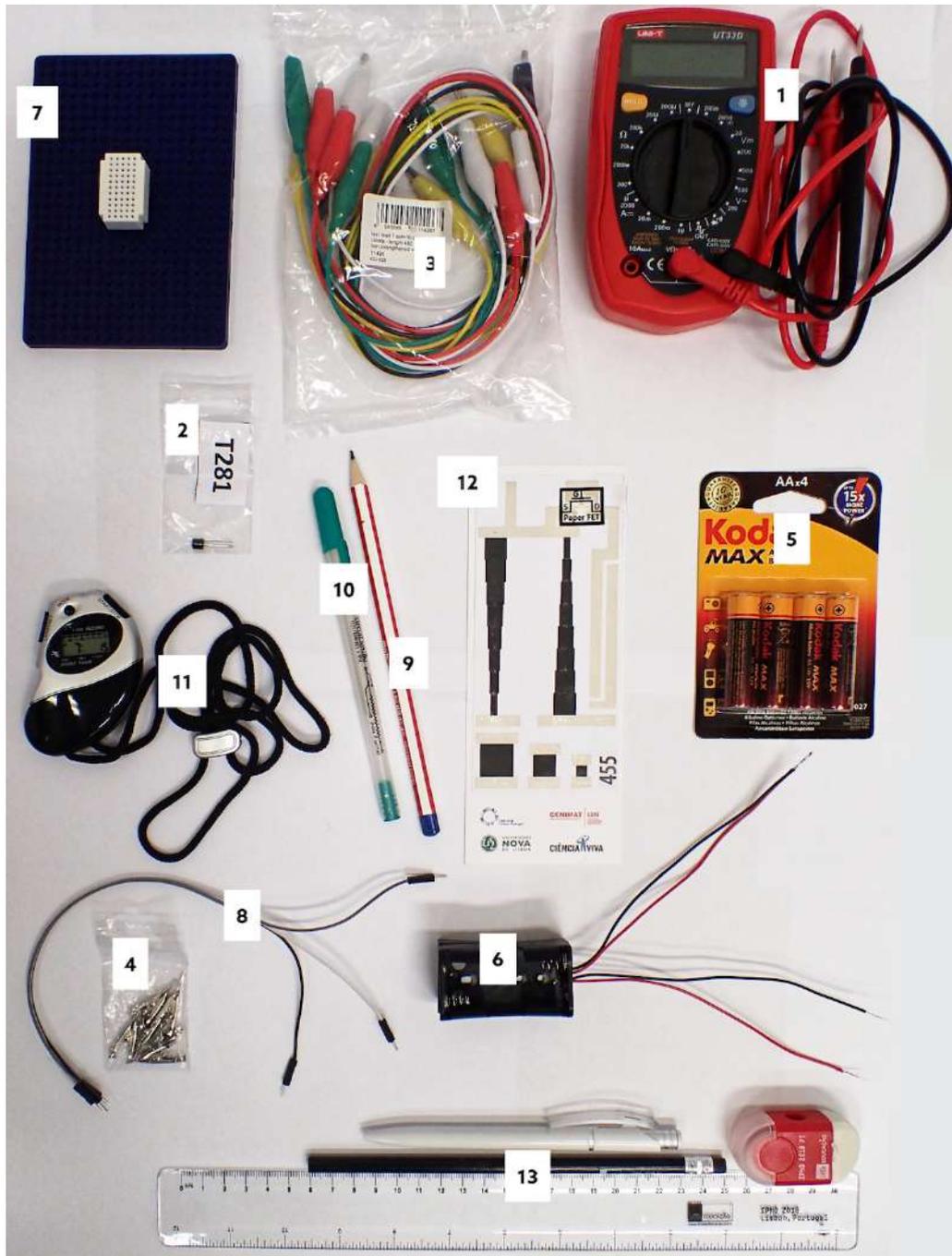
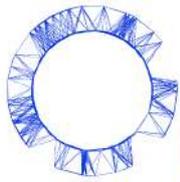


図 3. 実験装置のセット

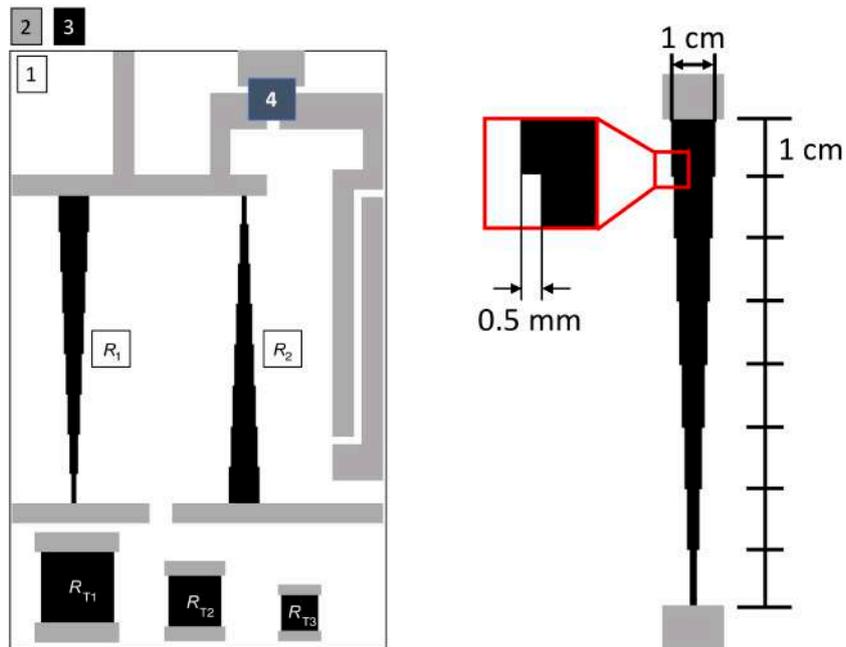
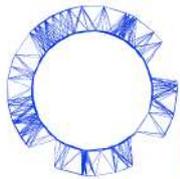
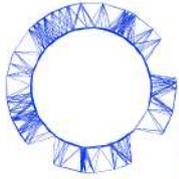


図4. 左図：実験装置に含まれている回路の印刷された紙片。(1) 紙, (2) 銀の導電部, (3) カーボン抵抗部, (4) 紙トランジスタ, (R_1 と R_2) 電圧分割用抵抗。右図：電圧分割用抵抗の寸法（各分割部分の段差は0.5mmで一定）

重要な注意点：

回路がプリントされ、トランジスタの埋め込まれた紙片は簡単に傷つくので**折り曲げないこと**。最良の結果を得るためには実験の間できるだけ平らな状態に保つようにせよ。

実験においては、次の**重要な情報**を考慮に入れることが大切である。



- マルチメータは常に **DC モード** で使用すること。
- マルチメータはオートレンジとせず実験に最適な（測定）レンジを慎重に選ぶべきである。オーバーフローが起きるとディスプレイには正または負の値に対して、それぞれ、（左詰で）”1”または”-1”が表示される。その時には異なるレンジに変更すべきである。
- 低い電流のレンジは 315mA のヒューズで保護されている。大電流によりヒューズが飛んでしまうため、**電池とマルチメータをショートさせることは絶対に避けること。**
- 電圧計として使用するときのマルチメータの内部抵抗は $10\text{M}\Omega$ である。
- 電流計として使用するとき、マルチメータの内部抵抗は次の表に示されるようにレンジに依存する：

レンジ	R_{int}/Ω
200 mA	1.0
20 mA	10
2 mA	100

表 1: 電流計として使用したときのマルチメータの内部抵抗

従って、マルチメータを DC 電流計のモードで使用する場合、DC の 3 つのレンジ全てにおいてレンジの最大電流値では端子間に最大 200mV の電圧降下がある。

Part A. 回路のディメンジョンング (2.5 点)

必要な V_{DS} と V_{GS} の電圧を得るために、紙に印刷された 2 つのカーボン抵抗 (R_1 および R_2 , 図 4 を見よ) と電圧分割回路を用いる。 R_1 と R_2 は電圧分割回路の全抵抗 (R_{tot}) となる。例えば、一定の電圧（この場合には電池の 3V）を R_1 の両端に加えたとき、その両端に 3V (V_{in} , 電池の正の端子) から接地端子 (0V; ; 今後接地端子という場合には 2 つのバッテリーパックの中間の共通端子を指す) への電圧降下が見られ、 R_{tot} は実質的に 2 つの抵抗 (R_x and R_y) に分割され、必要な V_{out} を得ることができる (図 5)。

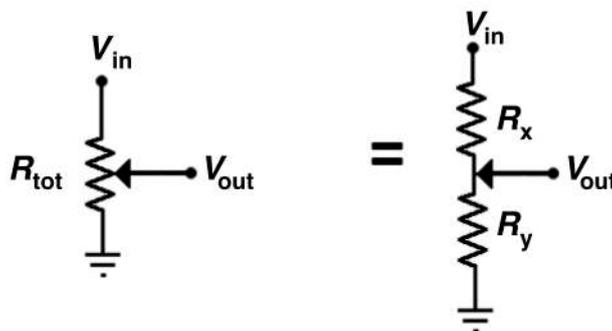
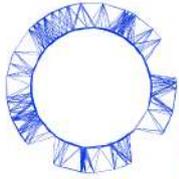


図 5. 電圧分割回路

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-7

Japanese (Japan)

A.1	出力電圧 V_{out} を V_{in} と抵抗 R_x および R_y の関数として書け。	0.2pt
A.2	紙のシートの下の部分にある3つの試験抵抗器 (R_{T1} , R_{T2} および R_{T3}) の抵抗をマルチメータで測定せよ。銀の端子の異なる場所で必要な回数測定すること。それらの値を解答用紙に記入せよ。それぞれの試験抵抗器の抵抗に対して平均値を計算し誤差を見積もれ。	0.5pt
A.3	正方形の薄膜の抵抗は一辺の長さに依存しないことを示せ。このサイズに依存しない抵抗はシート抵抗と呼ばれ、 R_{\square} と書かれる。	0.3pt
A.4	A.2 のデータからカーボン薄膜のシート抵抗の平均値を計算し、カーボン薄膜の抵抗率 ρ を求め、誤差を評価せよ (カーボンフィルムの厚さ t を $20 \pm 1 \mu\text{m}$ と考えること)。	0.4pt
A.5	抵抗 R_1 と R_2 の理論的な値が $R_1 = R_2 = \kappa R_{\square}$, $\kappa \sim 14.2897$ であることを示せ。 R_1 と R_2 を測定し、解答用紙に値を書け。 κ の実験値を決定し、理論値と比較せよ。	0.5pt

与えられた銀の導電インクペンを用い、(図6に例示されたように) 与えられた抵抗器のそれぞれに沿って、7本の銀の導電線を等間隔で描け。これらのそれぞれの線を電圧分割器の接触端子として用いる。

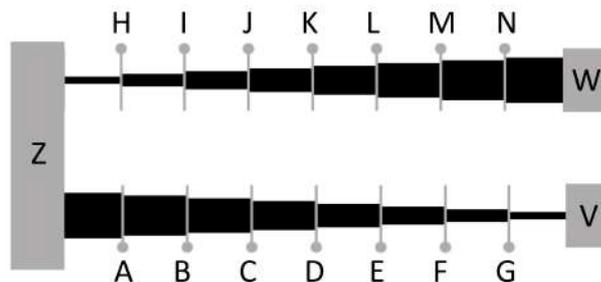


図6. 銀の導電線の書き方の例と接触端子の名前の付け方

A.6	全ての接触端子について抵抗 R_x と R_y を測定せよ。 R_x は接触端子と V (抵抗1の場合) もしくは W (抵抗2の場合) との間の抵抗と定義され、 R_y は接触端子と Z との間の抵抗と定義される。解答用紙に与えられた表を埋めよ。	0.3pt
------------	--	-------

乾電池を乾電池ホルダーに入れよ。乾電池の極を注意して観察し、短絡が起きないようにせよ。それから図7に示されているように乾電池パックを物理的に接続せよ。ワニ口クリップで銀の配線を傷つけないように注意せよ。

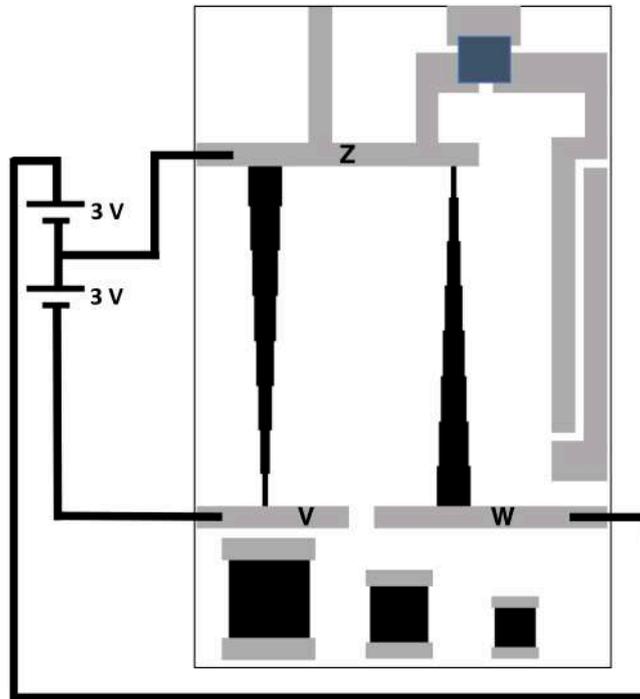
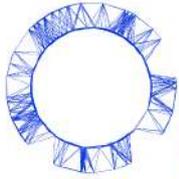


図 7. 乾電池の接続

A.7 それぞれの接触端子での V_{out} を測定せよ。 V_{out} は Z に対して測定した電圧であり、 0.3pt 解答用紙に与えられた表に値を記入せよ。

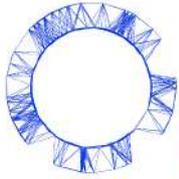
これで回路のディメンジョニングの部分を終えて、JFET トランジスタの CC (特性曲線) の測定へ進むことができる。

Part B. JFET トランジスタの特性曲線 (4.0 点)

JFET トランジスタの特性を調べるために図 8 に示されたセットアップを用いる。まず、与えられた JFET トランジスタの 3 つの端子 (S, D および G) がどれになるか確認せよ。**トランジスタ素子是对称ではないので、よく注意して端子を正しく確認すること。**JFET を取り付けるのに与えられたミニブレッドボードを用いてよい。与えられたジャンパー線はミニブレッドボードで使用できる。

与えられたケーブルを用い、トランジスタのゲートとソースを接地端子 (回路の Z の点を 0V とする) に接続せよ。問題のこのパート全体で、JFET のソースは常に接地端子に接続し続けること。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-9

Japanese (Japan)

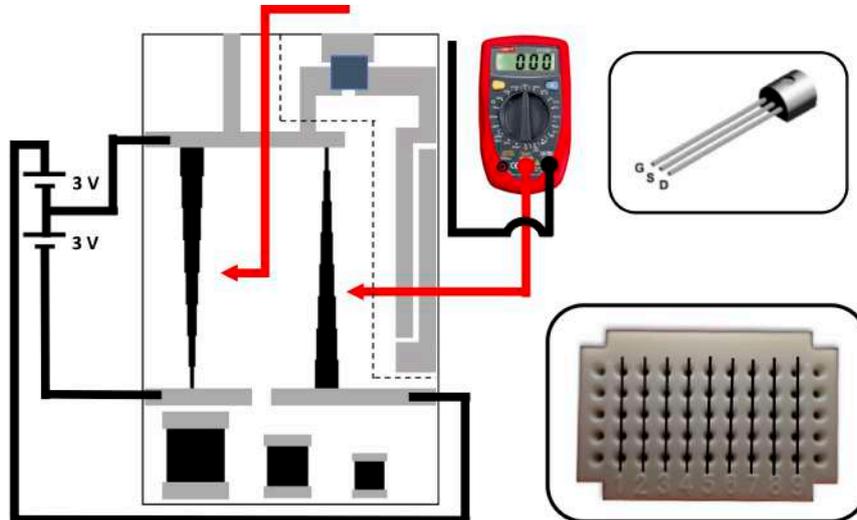


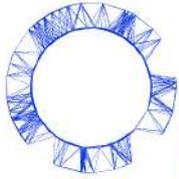
図8. JFETの特性曲線を決定するための装置。破線で囲まれたTFTを含む部分はパートBでは使われない。右上の挿入図は、JFETトランジスタのゲート(G)、ソース(S)、ドレイン(D)の見分け方を示している。右下の挿入図は小型ブレッドボードの穴の結線を示している。番号付けされた列のすべての穴は内部で結線されており、他の列の穴とは絶縁している。マルチメータの図は簡略化されたものである。適切な測定モードと測定レンジをマルチメータの回転スイッチで選択すること。

B.1 トランジスタのゲートを接地端子に接続せよ ($V_{GS} = 0$)。次に直流電流(DC current) モードにしたマルチメータの一本のケーブルをトランジスタのドレインに接続せよ。もう一方のケーブルで電圧分割器の最も高い電圧が得られるポイントに触れよ。電流 I_{DS} の値を解答用紙に記入せよ。 0.2pt

B.2 $V_{GS} = 0$ に保ったまま、異なる正の電圧をドレインに与えた場合の電流 I_{DS} を測定せよ。次に負の電圧をトランジスタのソース-ゲート間に与える ($V_{GS} < 0$) ように回路を変更し、 I_{DS} をドレイン-ソース間に与えた正の電圧の関数として求める測定を繰り返せ。解答用紙の表に測定結果を書き込め。 0.8pt

電圧分割器の回路が抵抗の小さな負荷に接続されているとき (図9) は、電圧分割器で与えられる電圧 V_{out}^L は、インピーダンスの大きな電圧計のように抵抗の大きな負荷に接続された場合の公称電圧 V_{out} と異なっている。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-10

Japanese (Japan)

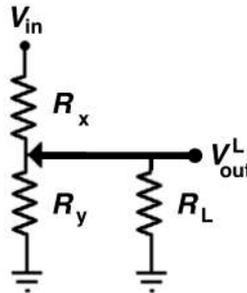


図9. 負荷を接続した電圧分割器

- B.3** 電圧分割器が抵抗 R_L の負荷に接続されている場合を考える。補正係数 $f = V_{out}^L/V_{out}$ を R_L, R_x, R_y の関数として求めよ。 0.2pt

JFET トランジスタは、 $V_{GS} = 0$ 、すなわち $R_{DS}^0 \sim 50 \Omega$ のとき、小さい出力抵抗をもつ。しかし、ゲートがソースに対して負の電圧になると、この抵抗は大幅に増加する。 $V_{GS} < 0$ に対しては、出力抵抗は式 (1) で与えられた法則にほぼ従う。

- B.4** 適切な補正係数を用いて、 V_{DS} 、すなわちドレイン-ソース間の電圧降下を B.2 で測定したすべてのドレイン点について計算せよ。この課題で用いた JFET の公称値 ($R_{DS}^0 = 50 \Omega, V_p = -1.4 V$) を考慮すること。 1.2pt

- B.5** 用いた JFET トランジスタの出力曲線 $I_{DS}(V_{DS})$ をすべて描け。 0.5pt

- B.6** トランジスタが小さい V_{DS} で動作している場合を考える。異なる V_{GS} に対する用いた JFET の実験値 R_{DS} を異なる V_{GS} に対して求め、結果の図を描け。 0.5pt

- B.7** 用いた JFET の $V_{DS} \sim +3 V$ における伝達曲線を描け。 0.3pt

JFET トランジスタが飽和モードで動作しているとき、電流 I_{DS} は式 (2) で表される法則にほぼ従う。

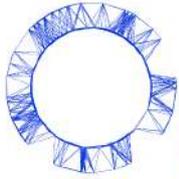
- B.8** 測定結果から、用いた素子の I_{DSS} とピンチオフ電圧 V_p を求めよ。公称値として与えられた V_p と比較せよ。 0.4pt

JFET トランジスタを増幅器として用いる場合の重要なパラメータは、いわゆるトランジスタの相互コンダクタンス g であり、以下の式で与えられる。

$$g = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{GS}}. \quad (3)$$

二つの変数をもつ関数 $f(x, y)$ にたいして、 $\frac{\partial f}{\partial x}$ は y を一定に保ったときの f の x による微分を表す。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-11

Japanese (Japan)

- B.9** 測定した伝達曲線から、用いた素子の $V_{GS} = -0.50\text{ V}$ における相互コンダクタンスを求めよ。結果を式 (2) から得られる計算結果と比較せよ。 0.4pt

Part C. 紙薄膜トランジスタ (2.0 点)

ここからは、JFET は使わない。以下のすべての実験問題は印刷された回路の上側の角にある紙薄膜トランジスタ (TFT) についてのものである。TFT のゲート (G)、ソース (S)、ドレイン (D) は図 10 に示されている。TFT のゲートとソースを接地端子に接続せよ。この課題でも図 10 に示すように、紙 TFT のソースは乾電池パックの共通端子つまり 0 V に常に接続される。電圧分割器の一つを用いてトランジスタを $V_{DS} > 0$ の状態にせよ (図 10)。電流が電流計を流れていることを確認せよ。

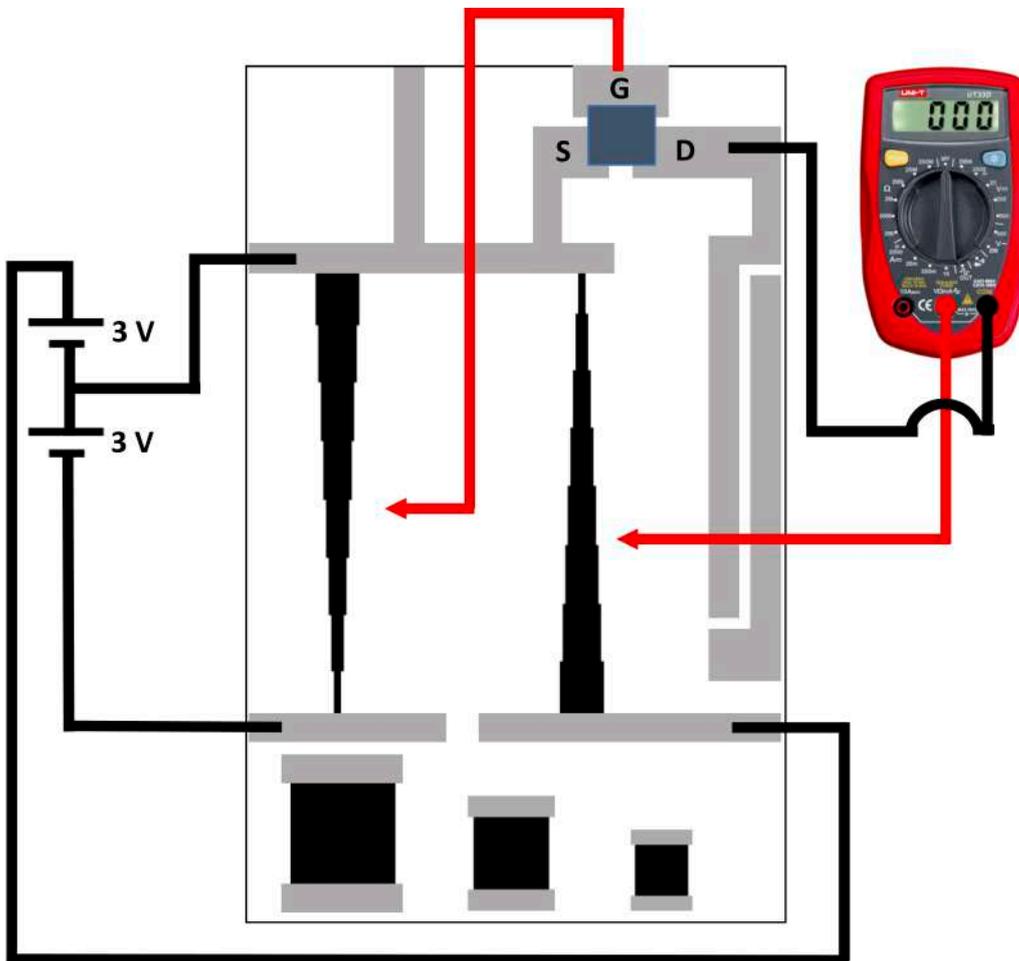
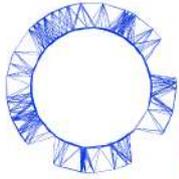


図 10. 紙 TFT の測定装置。マルチメータの図は簡略化されたものである。適切な測定モードと測定レンジをマルチメータの回転スイッチで選択すること。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q1-12

Japanese (Japan)

C.1 $V_{DS} = +3.0V$ を与えよ。 $V_{GS} = -3.0V$ を与えてトランジスタを遮断せよ。トランジスタが遮断されるまで1分間待つこと。残留した電流 I_{closed} の値を解答用紙に書け。次に $V_{DS} = +3.0V$ を保ったまま $V_{GS} = 0$ としてトランジスタを開け。電流を時間の関数として測定せよ。トランジスタを開いた直後に開始し、少なくとも5分間は測定せよ。 $I_{DS}(t)$ のデータを解答用紙に集計せよ。 0.8pt

C.2 $I_{DS}(t)$ を図示せよ。この時間特性は、一方の時定数 (τ_2) が他方 (τ_1) より非常に大きい二つの指数関数現象の重ね合わせになっている。短い方の時定数 τ_1 を決定せよ。 1.2pt

Part D. 反転回路 (1.5 点)

電子回路で最も重要な回路の一つは、デジタル入力を逆転することができる反転回路である。例えば、もし $V_{in} = \text{high}$ の場合は $V_{out} = \text{low}$ であり、その逆でもある。今一度言うが、トランジスタは回路の基礎である。最も単純なデザインは、図 11 に示す共通ソース増幅器と呼ばれものであり、トランジスタと負荷抵抗 (R_L) を用いる。この場合は $V_{in} = V_{GS}$ で、 V_{out} はトランジスタのドレイン電極の電圧を測定する。このように、この課題では V_{GS} を $-3V$ から $0V$ まで変化させたときに、 V_{out} に何が起るかを調べる。

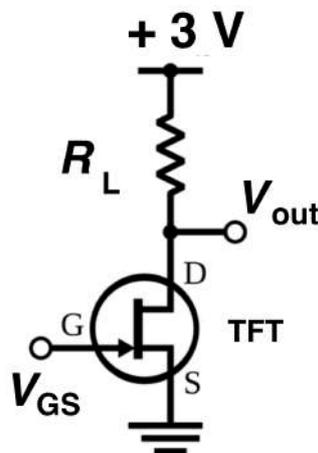


図 11. 共通ソース増幅器と反転回路

図 11 の装置では、トランジスタは紙 TFT であり、 R_L はこれから手作業で付け加える負荷である。図 12 に示すようにゲート端子と接続して V_{in} 端子とする端子とドレイン端子との間に鉛筆で負荷 R_L を書く。鉛筆で書くことにより、導電性黒鉛の薄い層を蓄積させる。そのため、より多くの層を描くほど、より低い抵抗が得られる。 R_L を描く間は、その抵抗を継続的に確認すること。 V_{out} をできるだけ $0V$ に近づけるためには、負荷抵抗は十分に大きい必要がある。そのため、抵抗を描いている間は、 $R_L = 200\text{ k}\Omega$ を達成することを目的とせよ。

鉛筆を用いて R_L を減少させるだけでなく、消しゴムで増加させることもできる。目的とする値からの差が 10% 以下であることを目標とせよ。

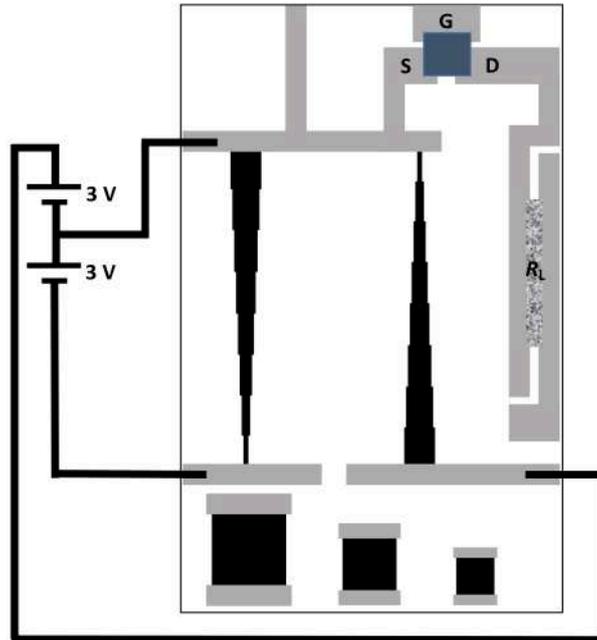
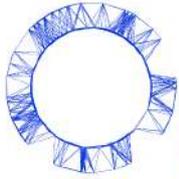
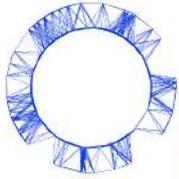


図 12. 反転／共通ソース増幅器装置の配置

反転回路（図 12 参照）を作るために紙 TFT の負荷抵抗に用いる $R_L \approx 200 \text{ k}\Omega$ の炭素抵抗を，付属の HB 鉛筆を用いて手で描け。

D.1 作成した R_L の測定値を解答用紙に書け。炭素抵抗と紙 TFT を用いて反転回路（図 12）を作成せよ。測定前にトランジスタを完全にオフにするために $V_{GS} = -3 \text{ V}$ を与えて約 1 分間待つことを忘れないこと。次に V_{GS} を -3 V から 0 V まで変化させて V_{out} を測定する。各点で最大 100 秒間の安定化時間をおいてから V_{out} を読み取ること。測定結果を解答用紙に書け。 0.5pt

D.2 測定した $V_{out}(V_{in})$ 電圧伝達曲線を描け。データ点の傾向を示す滑らかな曲線を描け。 0.5pt



ポリマー糸の粘弾性 (10 点)

実験の開始まで糸に力を加えないように注意せよ。
すぐにはかりのスイッチを入れよ (温まるまでに約 10 分かかる)。はかりの設定を変えるな。

イントロダクション

固体の物質に外力がかかると変形する。加えた力が小さければ変形は力に比例し (フックの法則), 変形は可逆であり, 力が取り除かれると物質はもとの形状に戻る。

固体では, 応力と変形概念を用いてより便利に記述される。応力 σ は, 力 F を力がかかる面の面積 S で割ったものとして定義される。一方, 変形 ϵ は長さの相対的な変化で定義される。

$$\sigma = \frac{F}{S}, \quad \epsilon = \frac{\ell - \ell_0}{\ell_0}, \quad (1)$$

ここで, ℓ と ℓ_0 はそれぞれ変形後, 変形前の長さである。単純な弾性体の挙動では, 応力は $\sigma = E\epsilon$ のように単に変形に比例し (フックの法則), 比例係数 E はヤング率と呼ばれる。

フックの法則で表される弾性体の挙動は, 十分小さい変形でのみ有効な近似である。より大きな変形では, プラスチック領域に達するとともに変化は徐々に不可逆になる。そのような場合, 分子の運動は束縛されなくなり始め, 粘性流体の運動に似てくる。つまり, 弾性限界を超えて伸ばされたり押し込められると, 物質は漸近的に流体になる。

粘弾性物質

ある種の物質は弾性体の特徴と粘性流体に似た特徴をあわせ持ち, 「粘弾性」として知られている。

そのため, 粘弾性物質を扱う上で, 純粋に弾性的なふるまいと追加の粘性的なふるまいを分けて考えるのがよい。つまり, 与えられた変形 ϵ を起こす全応力 σ は, 純粋な弾性項 $\sigma_0 = E_0\epsilon_0$ と粘弾性項 σ_1 の和である。

$$\sigma = \sigma_0 + \sigma_1 \quad (2)$$

両方の応力項が同じ変形 ($\epsilon = \epsilon_0 = \epsilon_1$) に対応すると仮定されている。しかし, 粘弾性項に対応する変形 ϵ_1 は通常, 純粋な弾性変形 $\epsilon_1^e = \sigma_1/E_1$ と純粋な粘性変形 ϵ_1^v の和としてモデル化される (共に共通の応力 $\sigma_1 = \sigma_1^e = \sigma_1^v$ によって生じる):

$$\epsilon_1 = \epsilon_1^e + \epsilon_1^v \quad (3)$$

純粋な粘性過程では, (粘性流体で見つかったことと同様に) 応力と変形の時間微分の間に関係が認められる。

$$\sigma_1 = \eta_1 \frac{d\epsilon_1^v}{dt},$$

ここで, η_1 は粘性係数である。

この現象論的なモデルは, 線型粘弾性の「標準線型固体モデル」と呼ばれ, 図 1 に描かれている。ばねは純粋な弾性成分を表し, ポットは純粋な粘性成分を表す。

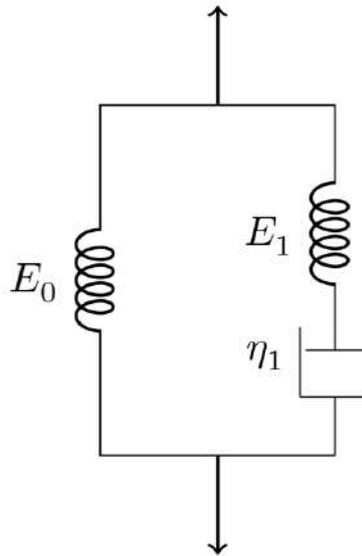
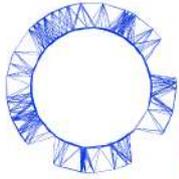


図 1. 線型粘弾性の標準線型固体モデル

上の方程式から、次の関係式が得られる。

$$\frac{d\epsilon_1}{dt} = \frac{1}{E_1} \frac{d\sigma_1}{dt} + \frac{\sigma_1}{\eta_1} \quad (4)$$

そのため、粘弾性の標準線型モデルでは、次の式が示される。

$$\sigma = E_0 \epsilon + \tau_1 (E_0 + E_1) \frac{d\epsilon}{dt} - \tau_1 \frac{d\sigma}{dt} \quad (5)$$

ここで、 $\tau_1 = \eta_1 / E_1$ 。この微分方程式は、応力と変形の関係はもはや線型ではなく、応力と変形はともに時間の一般関数であることを示している。 $\epsilon(t)$ を得るには、関数 $\sigma(t)$ を特定する必要があり、逆もまたそうである。

2つの特別な場合、 $d\epsilon/dt = 0$ と $d\sigma/dt = 0$ に実用的な興味がある。それぞれ「応力緩和条件」と「クリープ条件」として一般に知られている。応力緩和条件では、突然応力が加えられ、ある時間にわたって一定に保たれる ($d\epsilon/dt = 0$)。そのような場合では、関数 $\sigma(t)$ は媒質の粘弾性パラメータにのみ依存し、式 (5) の解は、

$$\sigma(t) = \epsilon (E_0 + E_1 e^{-t/\tau_1}) \quad (6)$$

ここで、 $t = 0$ では弾性成分のみが応力に寄与すると仮定し、よって $\sigma(t=0) = \epsilon (E_0 + E_1)$ であるとする。この解は、粘弾性応力は時定数 τ_1 で時間とともに指数関数的に減衰することを示している。

多重粘弾性過程

標準線型モデルは、図 2 に示されるように、多くの粘弾性過程を含むモデルに拡張できる。

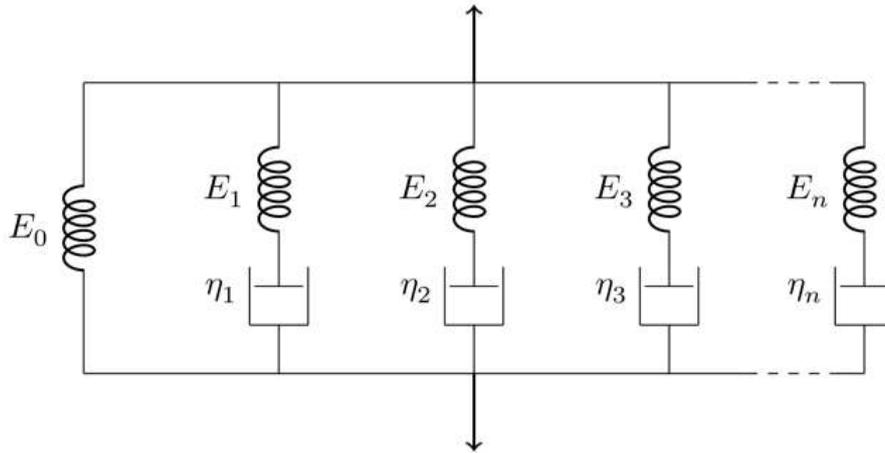
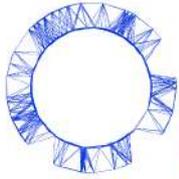


図2. 多重粘弾性過程の一般化モデル

よって、 N 個の異なる粘弾性成分を考えると、

$$\sigma = \sigma_0 + \sum_k \sigma_k, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

ここで $\frac{d\epsilon_k}{dt} = \frac{1}{E_k} \frac{d\sigma_k}{dt} + \frac{\sigma_k}{\eta_k}$ であり、上と同様に、 $\frac{d\epsilon_0}{dt} = \frac{d\epsilon_k}{dt} = \frac{d\epsilon}{dt}$

式 (5) を次のように一般化できる。

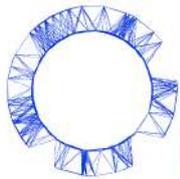
$$\sigma = E_0 \epsilon + \eta_t \frac{d\epsilon}{dt} - \sum_k \tau_k \frac{d\sigma_k}{dt}, \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

ここで、 $\eta_t = \sum_k \eta_k$, $\tau_k = \eta_k / E_k$ 。

変形が定数であるという条件では、様々な粘弾性応力が $\sigma_k = A_k e^{-t/\tau_k}$ のように時間とともに指数関数的に減衰する。このことから次の解が導かれる。

$$\sigma(t) = \epsilon \left(E_0 + \sum_k E_k e^{-t/\tau_k} \right), \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

ここで、 $t = 0$ では弾性成分のみが全応力に寄与し、そのため $\sigma_0 = \epsilon(E_0 + \sum_k E_k)$ であることを仮定した。その結果現れる粘弾性応答は明らかに非線型になる。



装置

次の装置はこの実験問題で用いるものである（図3を見よ）。

1. レーザーポインターを取り付け、上部に糸を取り付けてはかりの上で一定の変形を保って垂直に引っ張られるようにするスタンド1台
2. おもりセット（真ん中がへこんだ円柱状のおもりと糸を取り付ける指示ねじ）1つ
3. 一方におもりセットが取り付けられ、もう一方が上部の支えから糸をつるすために指示ねじにつけてある長い thermoplastic polyurethane (TPU) 糸1本
4. 短い TPU 糸1本
5. レーザーポインターとその支え1組
6. 電子てんびん1台
7. 平面鏡2台
8. ストップウォッチ1つ
9. 定規1つ
10. 金属製の巻き尺1つ
11. スクリーンとして用いる A4 用紙1枚
12. レーザーを支え、電源をつけるための洗濯ばさみ1つ

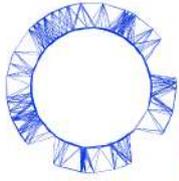
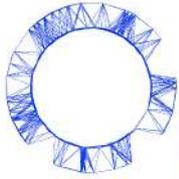


図3. この実験問題で用いる装置

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-6

Japanese (Japan)

Part A: 応力緩和測定 (1.9 点)

糸には実験の前に応力がかからないように注意すること！ 不用意にも応力をかけてしまった場合は、予備のものと取り換えてもらうこと。ただし、この交換作業には時間がかかるので、実験時間が減ってしまうことに留意すること。
この Part A の測定を始める前に“Part D：データ解析”の指示を注意深く読み、Part A の測定方法に活かすこと。

A.1 応力を加えていない糸のねじ頭間の長さを測定せよ。糸の全長 l_0 を得るためには、ねじの中の糸の長さ 5 mm の 2 倍を加えなさい。解答用紙に l_0 の測定値とその不確かさの値を記入しなさい。 0.3pt

A.2 おもりセットの全重量 P_0 を gf (g 重) の単位で測定しなさい。なお、1 gf とは、質量 1 g の物体の重さを示す ($1 \text{ gf} = 9.80 \times 10^{-3} \text{ N}$)。解答用紙に測定値と不確かさについて見積もった値を記入しなさい。 0.3pt

緩和の影響を観測するためには、応力を与える時間を十分にとる必要がある。この測定の場合、約 45 分は応力を加え続けなければならない。

ここからは、二つの操作 1 と 2 を同時に実施する。開始前に説明を注意深く読むこと。
重要：もし、何らかの原因で実験が中断してしまった場合は、そのまま継続することはできず、新しい糸を用意して最初からやり直さなければならない。もしそうってしまった場合は、予備のものと取り換えてもらうこと。

以下の操作を同時に行うこと。

1. おもりセットを電子てんびんの上に載せたまま、糸の他端のねじをスタンドに取り付ける (図 4)。
2. ストップウォッチによる時刻測定を 1. と同時に開始する。

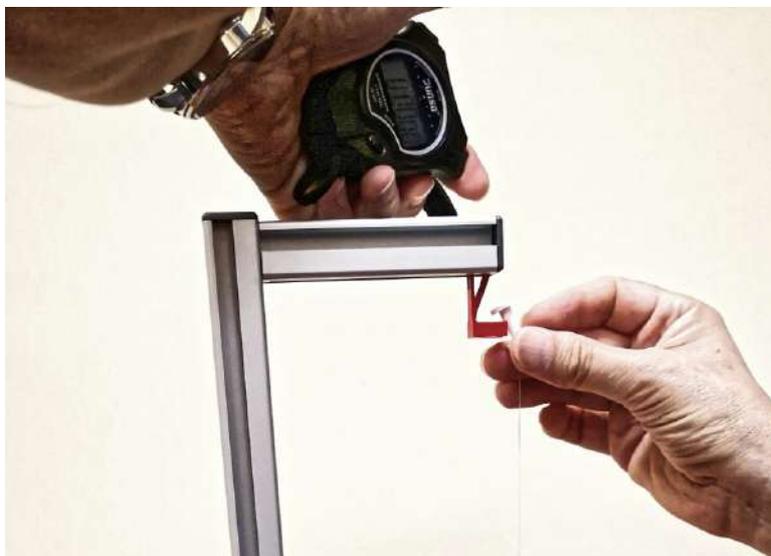
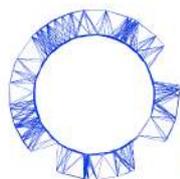


図4. 糸を支持システムに配置すると同時に測定を開始する。

A.3 約45分間、電子てんびんの値 $P(t)$ を時刻 t とともに解答用紙に記録せよ。 1.0pt

A.4 糸の長さ l を測定するとともに、不確かさを見積り、解答用紙に記録せよ。 0.3pt

Part B : 伸びた糸の直径の測定 (1.3 点)

**レーザーを直視しないこと！ また、測定時以外は電源を切ること。
回折模様がうまく見られないときはレーザーの交換を求めること。**

この Part では、光の回折を利用してポリマー糸の直径を測定する。(知っていることだと思うが,) 幅 d の長方形のスリットによる回折パターンは、直径 d の円柱の物体による回折パターンに似ている。十分遠方 (フラウンホーファー) において、物体の直径に比べて十分大きい距離を隔てて置かれたスクリーン上に現れる回折パターンは、角度が小さい範囲において、回折光の強度が極小を示す位置の間隔がスリットでも物体でも等しいとみなせ、以下の式で与えられる。

$$d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (10)$$

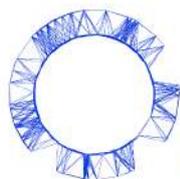
θ は回折角である。

また、レーザーの波長は $\lambda = 650 \pm 10 \text{ nm}$ である。

この Part は以下のように進める。

1. 洗濯ばさみでレーザー光の電源を入れる。(図5)
2. 糸に直接レーザー光があたるように位置を調整する。
3. 与えられた器具を用いて、回折パターンを紙に投影する方法を考案し、式(14)を用いて糸の直径を決定できるようにデータを測定する。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-8

Japanese (Japan)



図5. ばねクリップでレーザー光の電源を入れる。

B.1 考案した方法を解答用紙に記しなさい。 0.6pt

B.2 糸と回折像が投影されたスクリーンまでの光学距離 D を測定しなさい。また、これを解答用紙に見積もった不確かさとともに記しなさい。 0.3pt

B.3 強度が極小となる位置の隣り合う間隔の平均値 \bar{x} を決定しなさい。また、これを解答用紙に見積もった不確かさとともに記しなさい。 0.3pt

B.4 測定結果を式 (10) に適用し、伸びたポリマー糸の直径 d を不確かさとともに決定しなさい。また、これを解答用紙に見積もった不確かさとともに記しなさい。 0.3pt

Part C : 新しい糸への交換 (0.3 点)

これまでのデータ解析 (Part D) を行う前に、短い糸 (Part E) の準備を行う。

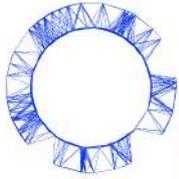
おもりから長い糸を取り外し (ねじを緩める)、短い糸と交換する (糸の端をねじの穴に入れ、もう一方のねじで固定する。図6)。

穴に糸の一端を入れることが困難な場合は申し出てよい。



図6. 固定ねじに TPU 糸を取り付ける。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-9

Japanese (Japan)

C.1 A.1と同様に、長さ l'_0 を測定しなさい。不確かさとともに解答用紙に記録せよ。 0.3pt

おもりが一定の力を及ぼすように新しく取り付けられた糸を吊るす。これによって実験の解析を行っている間に、徐々に糸の変形 $\epsilon = \sigma/E$ が一定値に達する（最低でも 30 分は伸ばされた状態を保持すること）。

PartD：データ解析 (5.7 点)

注意：リスボンの重力加速度の大きさは、 $g = 9.80 \text{ ms}^{-2}$ である。

D.1 全ての測定点において、糸にはたらく力の大きさ F を gf で計算し、A.3 の表の対応する箇所を埋めなさい。 0.3pt

D.2 解答用紙のグラフ用紙に $F(t)$ をプロットしなさい。 0.4pt

電子てんびんの上面は動かないとみなせるので、変形は一定とし、式 (9) を用いることができる。比 $\frac{\sigma}{\epsilon}$ は β を一定として $\frac{\sigma}{\epsilon} = \beta F$ と表せる。よって、

$$\frac{\sigma}{\epsilon} = \beta F(t) = E_0 + E_1 e^{-t/\tau_1} + E_2 e^{-t/\tau_2} + E_3 e^{-t/\tau_3} + \dots \quad (11)$$

と表される。ただし、便宜上 ($\tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \dots$) の順に並べて記載している。

D.3 糸の変形 ϵ を不確かさとともに決定せよ。また、これを解答用紙に見積もった不確かさとともに記しなさい。 0.3pt

D.4 β を計算して求めなさい。その際、 σ を SI 単位で、 F を gf 単位でそれぞれ扱いなさい。また、これらを解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 0.3pt

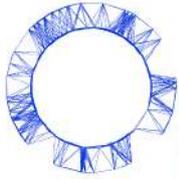
D.5 D.2 でグラフを描くのに用いたデータを見てみよう。これは純粋な弾性過程を示してはいない。解答用紙のグラフ用紙に、純粋な弾性過程の場合の $F(t)$ グラフを定性的に描きなさい。 0.4pt

データ解析は、 $F(t)$ よりも $\frac{dF}{dt}$ を用いる方が簡単になる。これは、時間微分を用いると緩和に影響するパラメータが手作業によって抜き出せることを意味している。この手作業を行うには、時間微分 $\frac{dF}{dt}$ を全ての測定点で計算しなければならない。この作業は、数値的な方法、またはグラフによる視覚的な方法によりできる。測定点 $(t_1, f_1), (t_2, f_2), (t_3, f_3), \dots$ の間隔が一定の場合、関数 $f(t)$ の点 t_i での微分の値は、次の式で近似される。

$$\left. \frac{df}{dt} \right|_i = \frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{2h} \quad i = 2, \dots, N-1 \quad (12)$$

ただし、 h (一定) は測定点の間隔であり、 N は測定点の個数である。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-10

Japanese (Japan)

もし、測定点の間隔が一定ではない場合、時間微分はおおよそ次の式で与えられる。

$$\left. \frac{df}{dt} \right|_i = \frac{h_-^2 f_{i+1} - h_+^2 f_{i-1} + (h_+^2 - h_-^2) f_i}{h_+^2 h_- + h_+ h_-^2} \quad i = 2, \dots, N-1 \quad (13)$$

ただし、 $h_+ = (t_{i+1} - t_i)$ 、 $h_- = (t_i - t_{i-1})$ であり、 N は測定点の個数である。この式はある測定点の左右における時間微分の、時間間隔の逆数で重み付けられた平均を表している。

データの解析と影響を与えるパラメータを抜き出しは、以下の手順で行う。また、式 (11) の級数を用いる。

D.6 測定で得たデータセットが τ_2 より長い時間続いていると仮定して、 $t > 1000$ s となる時間について微分 $\frac{dF}{dt}$ を計算しなさい。A.3. で用いた表に数値を示しなさい。 $\frac{dF}{dt}$ を計算するのにグラフを使う場合、解答用紙のグラフ用紙を用いよ。 0.5pt

D.7 単一の粘弾性過程の場合に期待される $\frac{dF}{dt}$ の時間依存性を解答用紙に表わせ。 0.3pt

D.8 グラフを用いて、D.6. で示したデータ点からパラメータ E_1 と τ_1 を SI 単位系で求めて、解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 1.0pt

D.9 D.6. で示したデータ点からパラメータ E_0 を SI 単位系で求めて、解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 0.3pt

D.10 $F(t)$ から粘性成分と最も緩和時間の長い粘弾性成分を引くことで、A.3 で用いた表の $y(t)$ 列を埋めよ。（D.6 で用いたデータ点は考えなくてよい。） 0.3pt

D.11 グラフを用いて、 $y(t)$ (D.10 を見よ) から 2 番目の粘弾性成分のパラメータ E_2 と τ_2 を SI 単位系で求め、解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 1.0pt

粘弾性に影響を与える他の粘弾性成分は同様に抜き出すことができる。

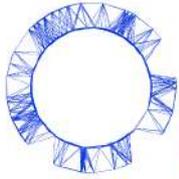
D.12 第 3 の項と関連がある $[t_i, t_f]$ の時間区間を見出しなさい。また、 t_i と t_f を解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 0.3pt

D.13 D.11 のグラフから、 τ_3 を SI 単位系で見積りなさい。また、これを解答用紙に記しなさい（不確かさを考える必要はない）。 0.3pt

Part E : 一定の応力が付加される条件下での E の測定 (0.6 点)

Part C. で伸ばした短い糸を用いる。あらかじめ、30 分以上の伸ばされた状態にあったことが必要である。これによって、糸の変形 $\epsilon = \sigma/E$ を一定とみなすことができる。

Experiment



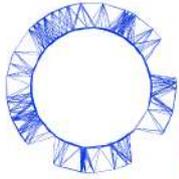
IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Q2-11

Japanese (Japan)

- E.1** 伸びた糸の長さから E を決定しなさい。また、これを **Part D** で得た E_0 との差を 0.6pt 比較して解答用紙に記しなさい (不確かさを考える必要はない)。

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A1-1

Japanese (Japan)

あなたの数字の癖をみるために、次の表に0から9までの数字を書け。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Part A: 回路のディメンジョニング (2.5 点)

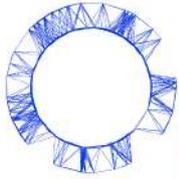
A.1 (0.2 pt)

$V_{\text{out}} =$

A.2 (0.5 pt)

#	R_{T1}	R_{T2}	R_{T3}
\bar{R}			
σ_R			

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A1-2

Japanese (Japan)

A.3 (0.3 pt)

証明:

A.4 (0.4 pt)

$$R_{\square} = \quad \pm$$

$$\rho_{\text{Carbon film}} = \quad \pm$$

A.5 (0.5 pt)

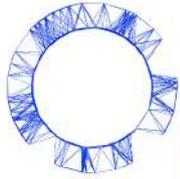
証明:

測定値:

$$R_1 =$$

$$R_2 =$$

$$\kappa =$$



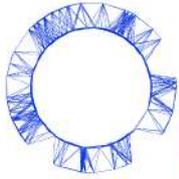
A.6 (0.3 pt)

R_1 Points	R_x	R_y	R_2 Points	R_x	R_y
Z			Z		
A			H		
B			I		
C			J		
D			K		
E			L		
F			M		
G			N		
V			W		

A.7 (0.3 pt)

Points	V_{out}	Points	V_{out}
A		H	
B		I	
C		J	
D		K	
E		L	
F		M	
G		N	
V		W	

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A1-4

Japanese (Japan)

Part B: JFET トランジスタの特性曲線 (4.5 点)

B.1 (0.2 pt)

$I_{DS} =$

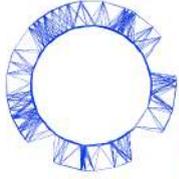
B.2 (0.8 pt)

I_{DS} 電流値:

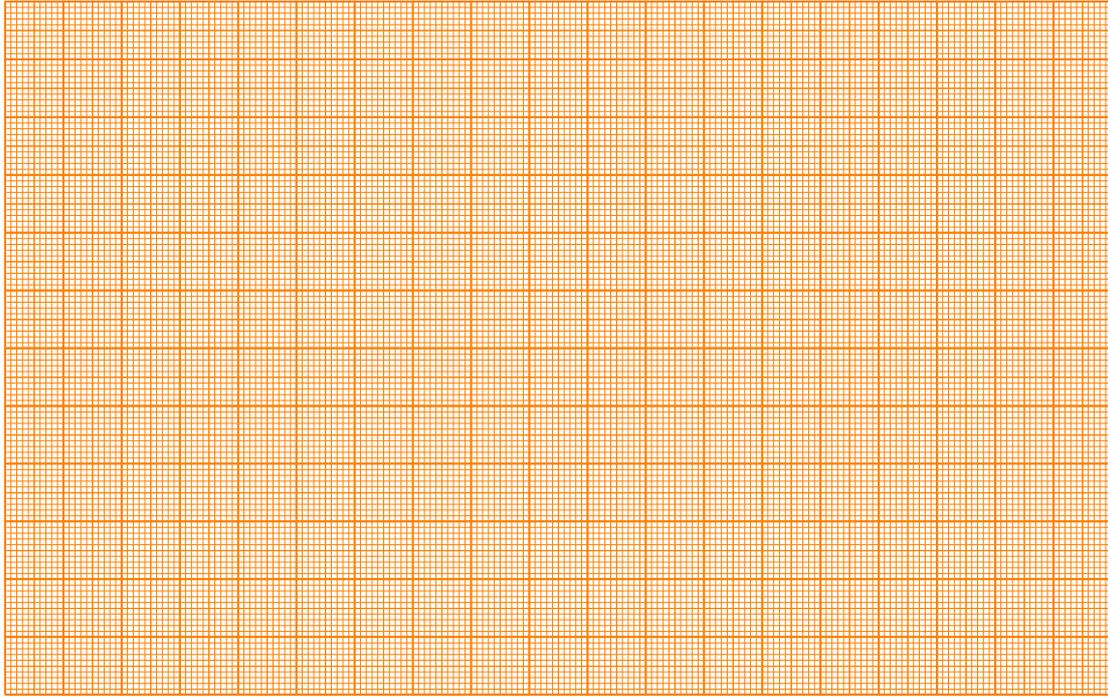
Gate/Drain	Z	H	I	J	K	L	M	N	W
Z									
A									
B									
C									
D									
E									
F									
G									
V									

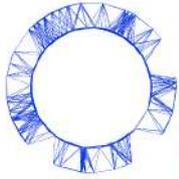
B.3 (0.2 pt)

$f =$



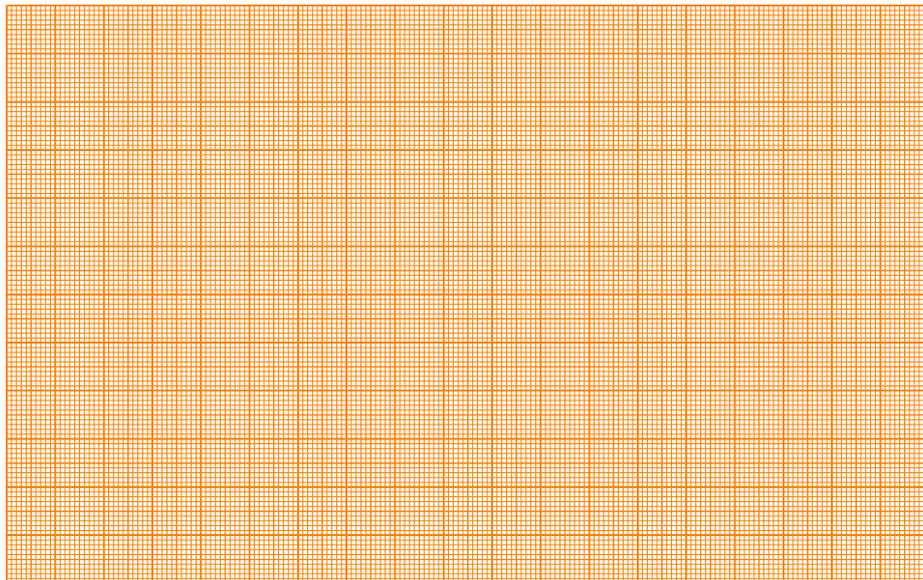
B.5 (0.5 pt)
出力曲線:

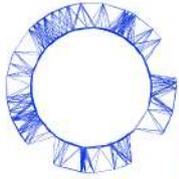




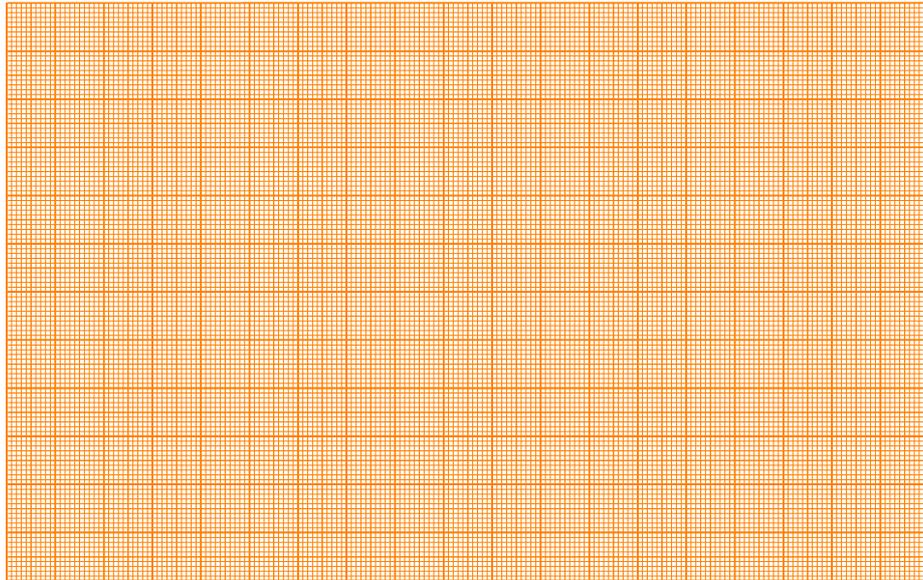
B.6 (0.5 pt)

V_{GS}	R_{DS}





B.7 (0.3 pt)
伝達曲線:



B.8 (0.4 pt)

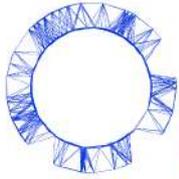
$I_{DSS} =$

$V_P =$

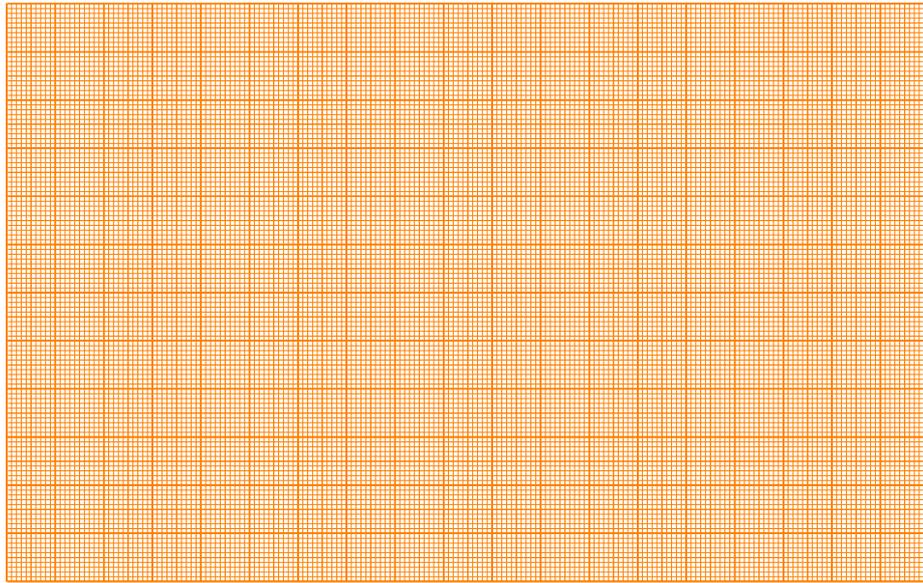
B.9 (0.4 pt)

測定した相互コンダクタンス: $g =$

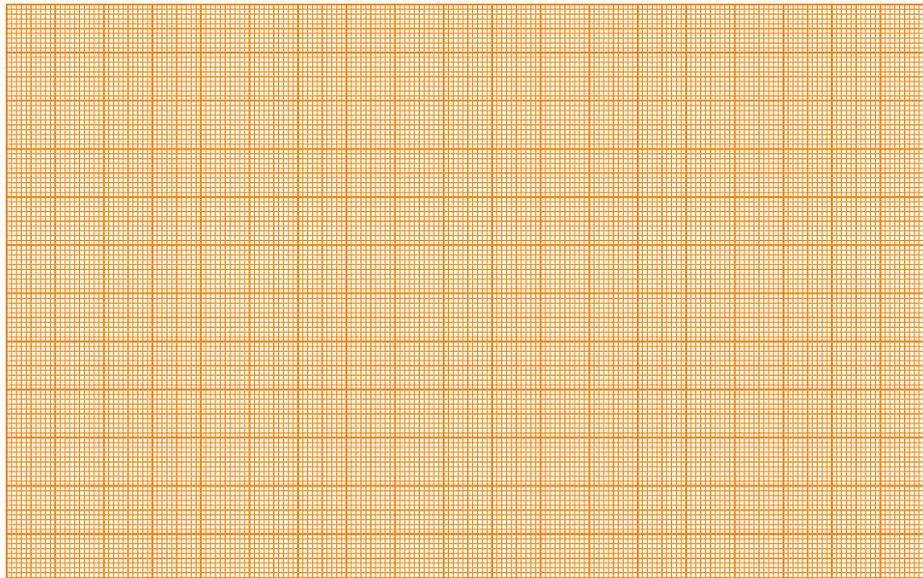
JFET モデルから計算した相互コンダクタンス: $g =$



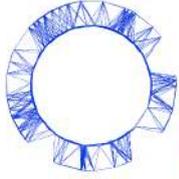
C.2 (1.2 pt)
グラフ: $I_{DS}(t)$



τ_1 を決定するための補助的なグラフ:

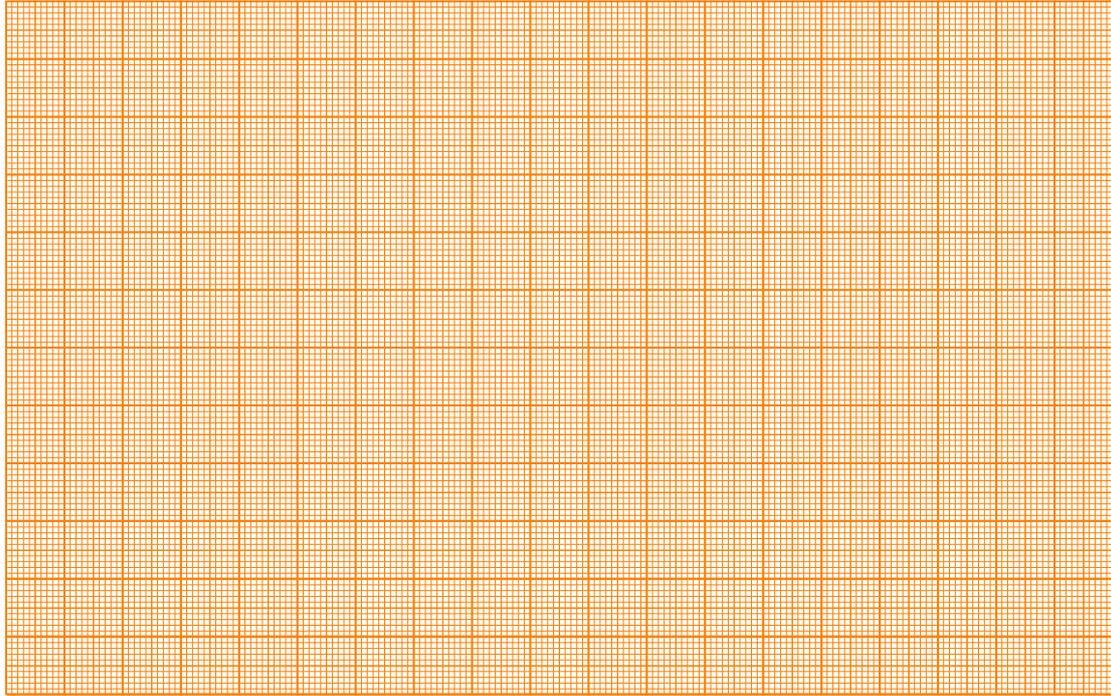


$\tau_1 =$

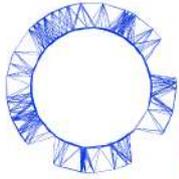


D.2 (0.5 pt)

グラフ: $V_{\text{out}}(V_{\text{in}})$



Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A2-4

Japanese (Japan)

Part B : 伸びた糸の直径の測定 (1.3 点)

B.1 (0.6 pt)

B.2 (0.3 pt)

$D =$ \pm

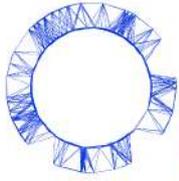
B.3 (0.3 pt)

$\bar{x} =$ \pm

B.4 (0.3 pt)

$d =$ \pm

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A2-5

Japanese (Japan)

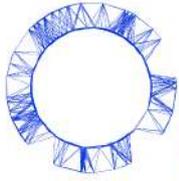
Part C: 新しい糸への交換 (0.3 点)

C.1 (0.3 pt)

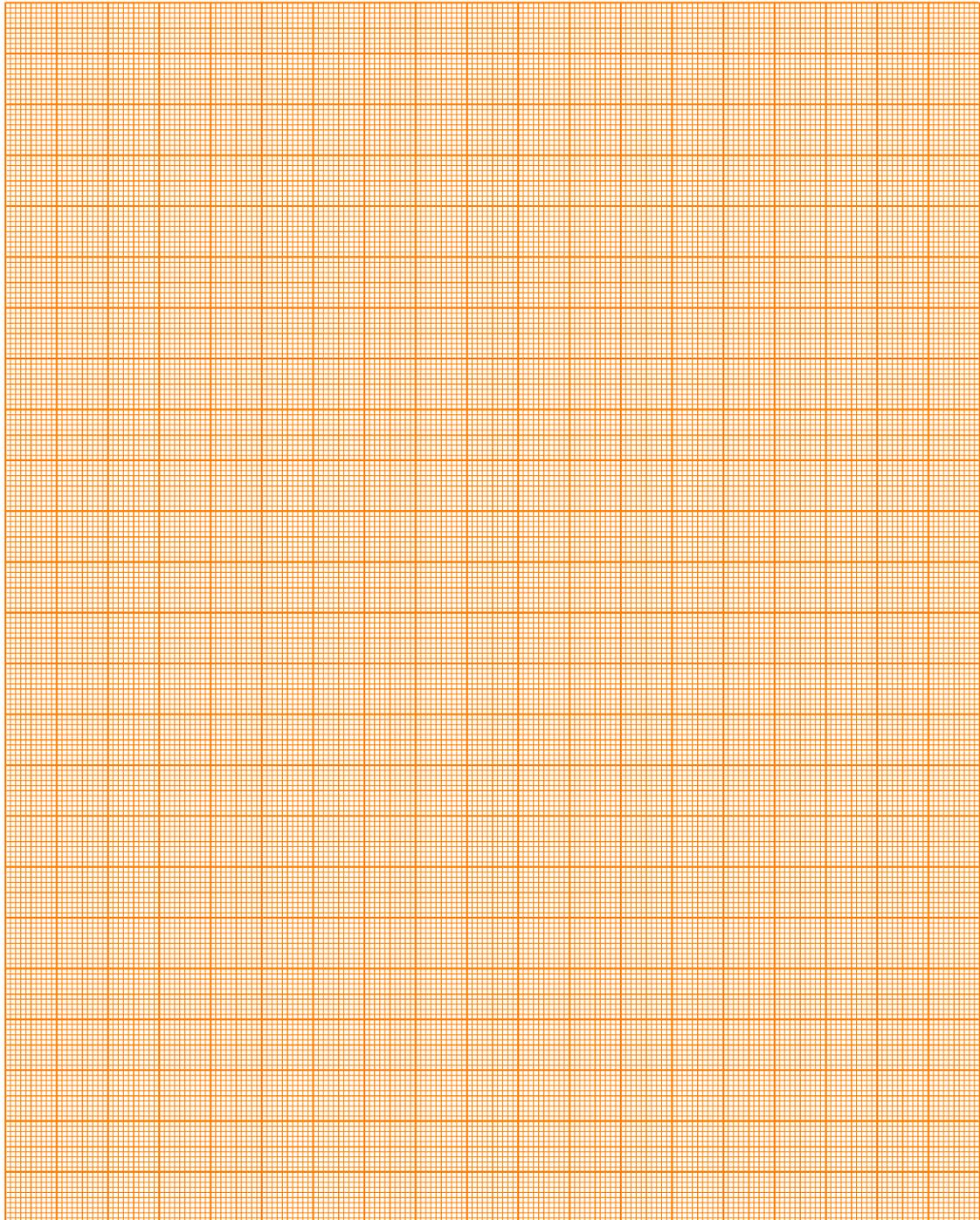
ℓ'_0 \pm

Part D: データ解析 (5.7 点)

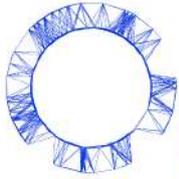
D.1 (0.3 pt)



D.2 (0.4 pt)



Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A2-7

Japanese (Japan)

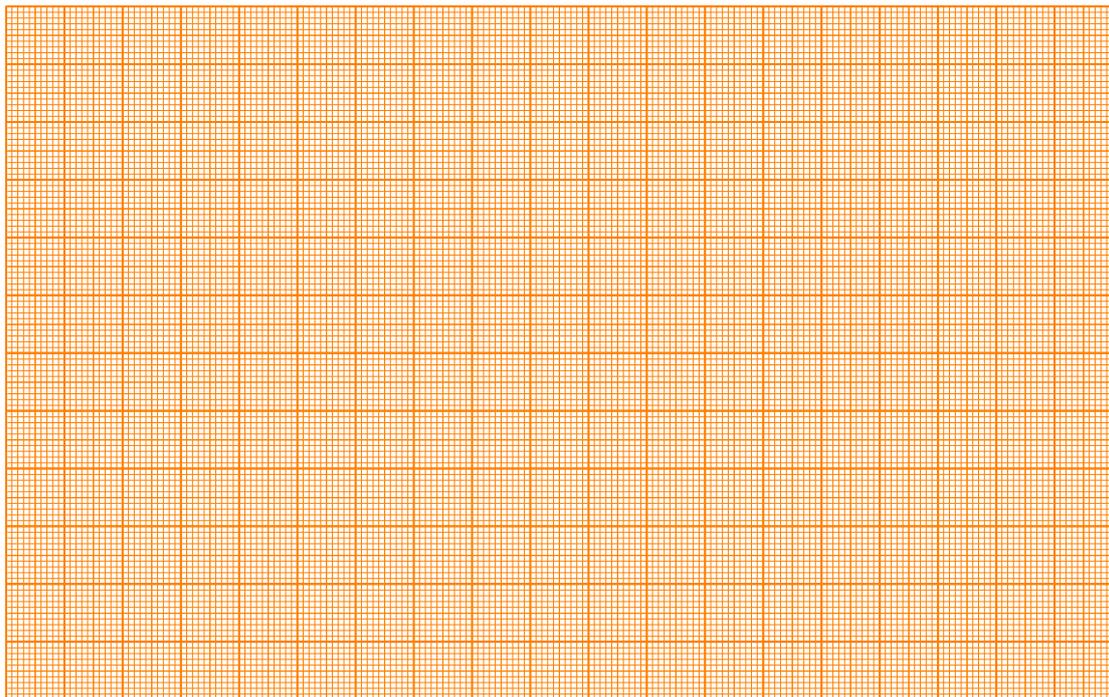
D.3 (0.3 pt)

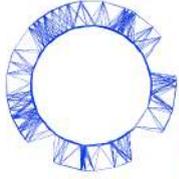
$\epsilon =$ \pm

D.4 (0.3 pt)

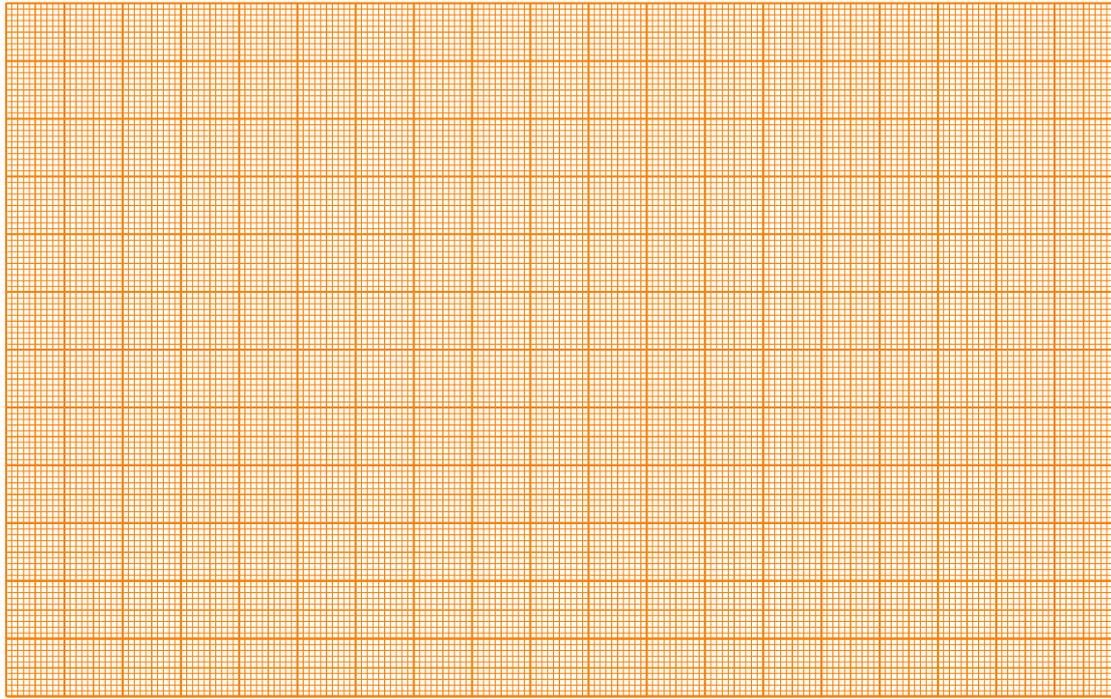
$\beta =$

D.5 (0.4 pt)

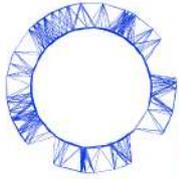




D.6 (0.5 pt)



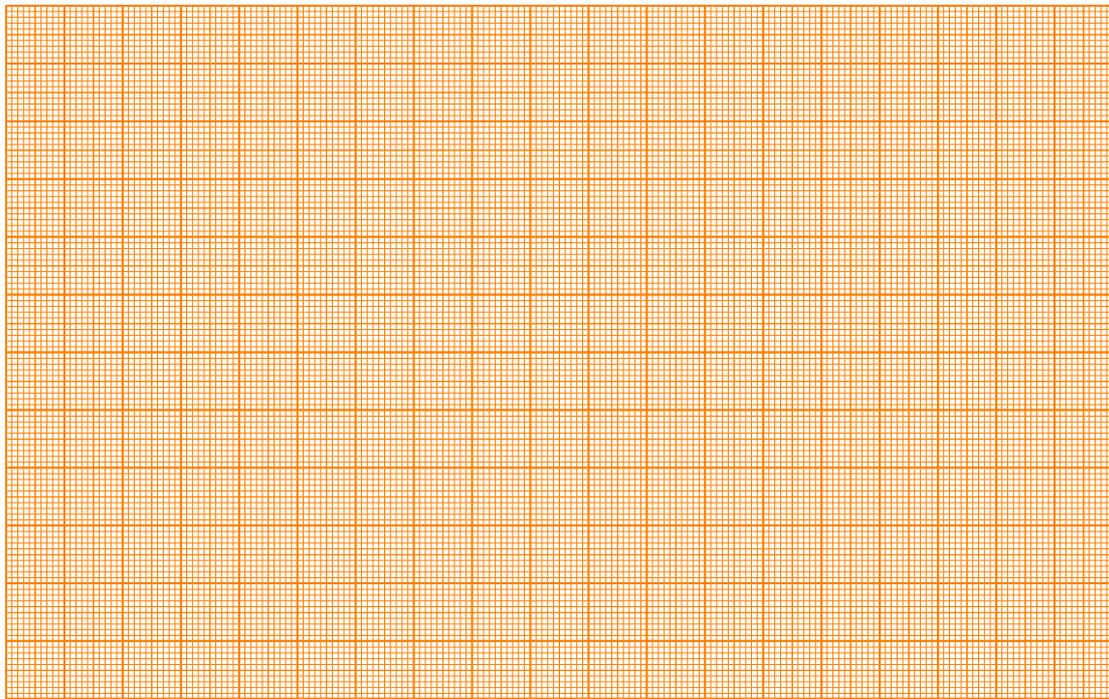
D.7 (0.3 pt)



D.8 (1.0 pt)

$$E_1 =$$

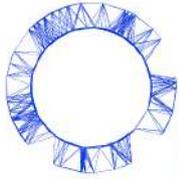
$$\tau_1 =$$



D.9 (0.3 pt)

$$E_0 =$$

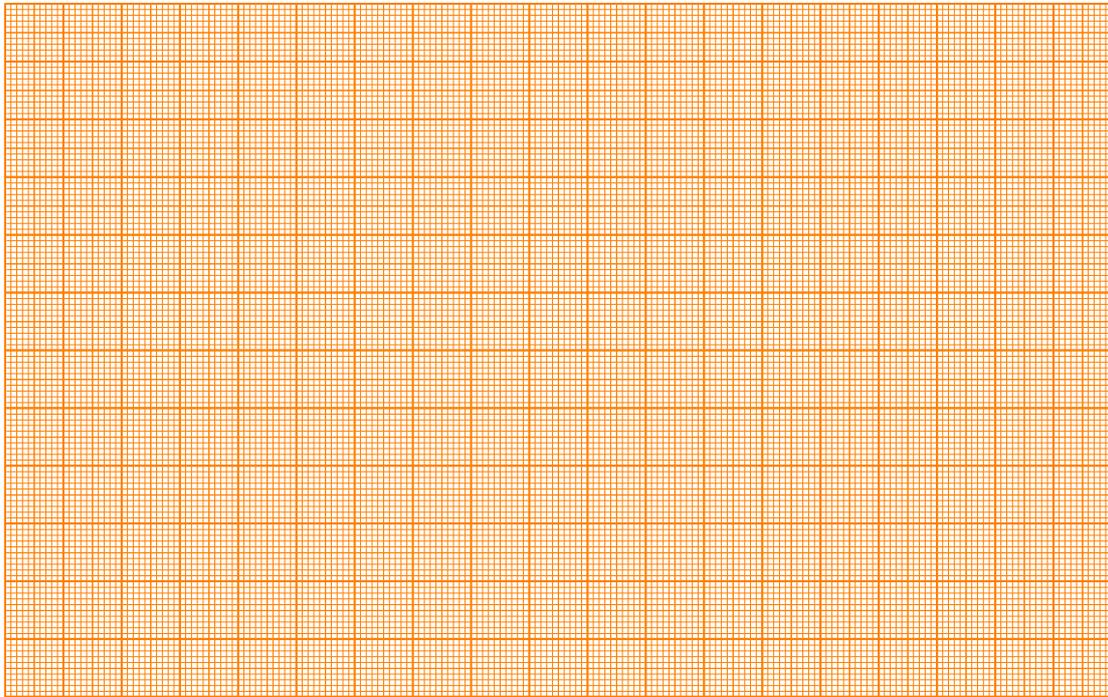
D.10 (0.3 pt)



D.11 (1.0 pt)

$$E_2 =$$

$$\tau_2 =$$

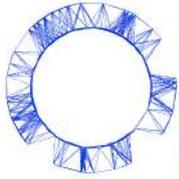


D.12 (0.3 pt)

$$t_i =$$

$$t_f =$$

Experiment



IPhO 2018
Lisbon, Portugal

A2-11

Japanese (Japan)

D.13 (0.3 pt)

$\tau_3 =$

Part E: 一定の応力が付加される条件下での E の測定 (0.6 点)

E.1 (0.6 pt)

$E =$

$\frac{E-E_0}{E_0} =$