

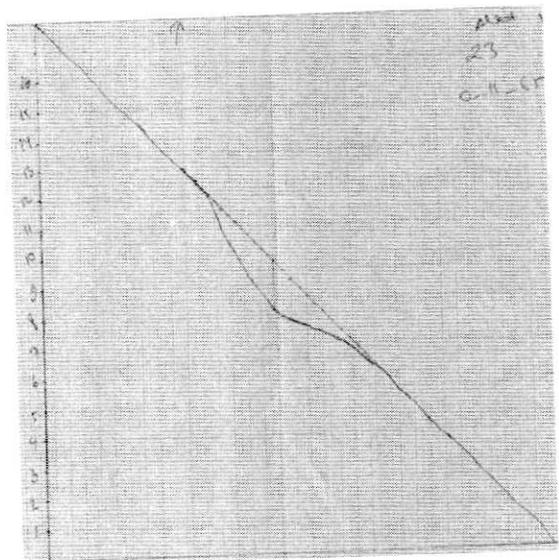
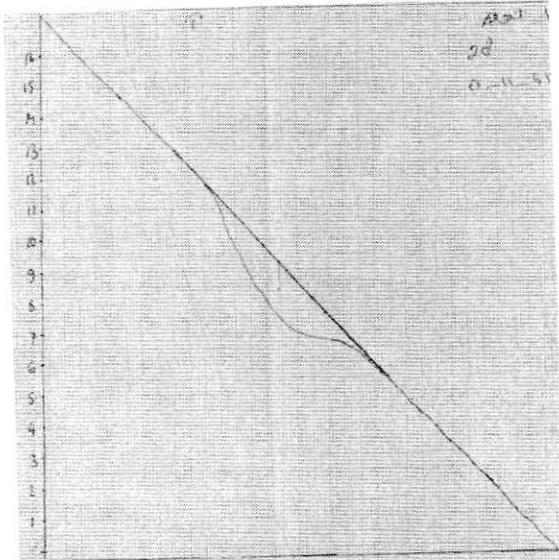


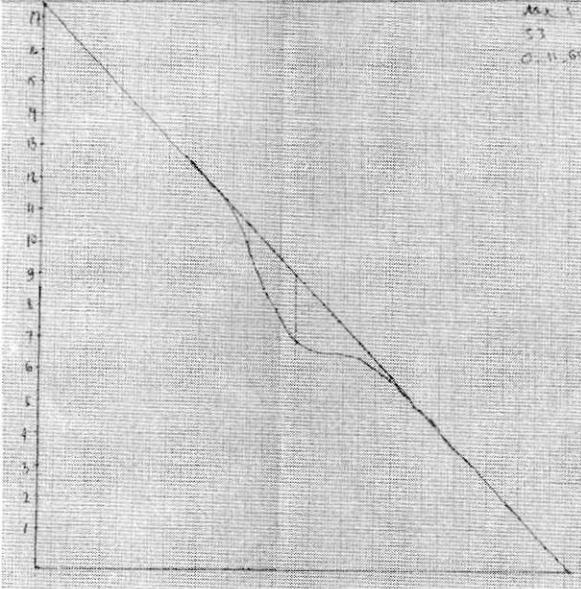
Student Code

□ □ □ □ □ □

### Determination of Refractive Index Gradient and Diffusion Coefficient of Salt Solution From Laser Deflection Measurement (10 points)

#### A. Measurement of Refractive Index Gradient of Salt Water Solution (4.5 points)

Question	Answer	Marks
A1. (1.2 pts)		Defractogram of $C_0 = 23 \text{ g/150 mL}$  # of data = 20
A1.		Defractogram of $C_0 = 28 \text{ gr/300 mL}$  # of data = 20

<p>A1.</p>		<p>Deflectogram of  <math>C_0 = 33 \text{ g/300 mL}</math></p>																																																																																																																																				
<p>A2.          (1.5 pts)</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>i</math></th> <th><math>\delta_i \text{ (cm)}</math></th> <th><math>\xi_i \text{ (cm)}</math></th> <th><math>Z_0 \text{ (cm)}</math></th> <th><math>d \text{ (cm)}</math></th> <th><math>Z \text{ (cm)}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0.05</td><td>11.55</td><td><math>10.4 \pm 0.1</math></td><td><math>0.8 \pm 0.1</math></td><td><math>53.4 \pm 0.1</math></td></tr> <tr><td>2</td><td>0.35</td><td>11.3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>0.6</td><td>11.05</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td>0.9</td><td>10.85</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td>1</td><td>10.65</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>6</td><td>1.1</td><td>10.35</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>7</td><td>1.3</td><td>10.15</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>8</td><td>1.4</td><td>9.85</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>9</td><td>1.45</td><td>9.7</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>10</td><td>1.5</td><td>9.45</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>11</td><td>1.6</td><td>9.25</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>12</td><td>1.5</td><td>8.95</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>13</td><td>1.4</td><td>8.65</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>14</td><td>1.2</td><td>8.35</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>15</td><td>1</td><td>8.05</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>16</td><td>0.8</td><td>7.75</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>17</td><td>0.7</td><td>7.55</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>18</td><td>0.5</td><td>7.25</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>19</td><td>0.3</td><td>6.95</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>20</td><td>0.2</td><td>6.65</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>21</td><td>0.05</td><td>6.4</td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	$i$	$\delta_i \text{ (cm)}$	$\xi_i \text{ (cm)}$	$Z_0 \text{ (cm)}$	$d \text{ (cm)}$	$Z \text{ (cm)}$	1	0.05	11.55	$10.4 \pm 0.1$	$0.8 \pm 0.1$	$53.4 \pm 0.1$	2	0.35	11.3				3	0.6	11.05				4	0.9	10.85				5	1	10.65				6	1.1	10.35				7	1.3	10.15				8	1.4	9.85				9	1.45	9.7				10	1.5	9.45				11	1.6	9.25				12	1.5	8.95				13	1.4	8.65				14	1.2	8.35				15	1	8.05				16	0.8	7.75				17	0.7	7.55				18	0.5	7.25				19	0.3	6.95				20	0.2	6.65				21	0.05	6.4				<p>Table 1 of  <math>C_0 = 23 \text{ g/150 mL}</math></p> <p>Optimum <math>Z</math>          and <math>Z_0</math></p> <p># data = 20</p>
$i$	$\delta_i \text{ (cm)}$	$\xi_i \text{ (cm)}$	$Z_0 \text{ (cm)}$	$d \text{ (cm)}$	$Z \text{ (cm)}$																																																																																																																																	
1	0.05	11.55	$10.4 \pm 0.1$	$0.8 \pm 0.1$	$53.4 \pm 0.1$																																																																																																																																	
2	0.35	11.3																																																																																																																																				
3	0.6	11.05																																																																																																																																				
4	0.9	10.85																																																																																																																																				
5	1	10.65																																																																																																																																				
6	1.1	10.35																																																																																																																																				
7	1.3	10.15																																																																																																																																				
8	1.4	9.85																																																																																																																																				
9	1.45	9.7																																																																																																																																				
10	1.5	9.45																																																																																																																																				
11	1.6	9.25																																																																																																																																				
12	1.5	8.95																																																																																																																																				
13	1.4	8.65																																																																																																																																				
14	1.2	8.35																																																																																																																																				
15	1	8.05																																																																																																																																				
16	0.8	7.75																																																																																																																																				
17	0.7	7.55																																																																																																																																				
18	0.5	7.25																																																																																																																																				
19	0.3	6.95																																																																																																																																				
20	0.2	6.65																																																																																																																																				
21	0.05	6.4																																																																																																																																				
<p>A2.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>i</math></th> <th><math>\delta_i \text{ (cm)}</math></th> <th><math>\xi_i \text{ (cm)}</math></th> <th><math>Z_0 \text{ (cm)}</math></th> <th><math>d \text{ (cm)}</math></th> <th><math>Z \text{ (cm)}</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0.05</td><td>11.65</td><td><math>10.4 \pm 0.1</math></td><td><math>0.8 \pm 0.1</math></td><td><math>53.4 \pm 0.1</math></td></tr> <tr><td>2</td><td>0.25</td><td>11.4</td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	$i$	$\delta_i \text{ (cm)}$	$\xi_i \text{ (cm)}$	$Z_0 \text{ (cm)}$	$d \text{ (cm)}$	$Z \text{ (cm)}$	1	0.05	11.65	$10.4 \pm 0.1$	$0.8 \pm 0.1$	$53.4 \pm 0.1$	2	0.25	11.4				<p>Table 1 of  <math>C_0 = 28 \text{ g/150 mL}</math></p>																																																																																																																		
$i$	$\delta_i \text{ (cm)}$	$\xi_i \text{ (cm)}$	$Z_0 \text{ (cm)}$	$d \text{ (cm)}$	$Z \text{ (cm)}$																																																																																																																																	
1	0.05	11.65	$10.4 \pm 0.1$	$0.8 \pm 0.1$	$53.4 \pm 0.1$																																																																																																																																	
2	0.25	11.4																																																																																																																																				



Summary Answer Sheet

Experimental Question

1

Student Code

--	--	--	--	--	--

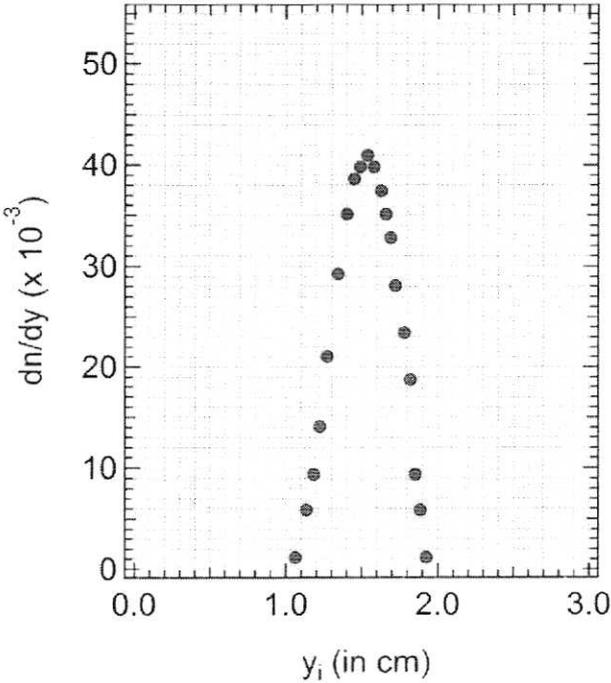
page 3 of 11

	3	0.4	11.2				Optimum $Z$ and $Z_0$  # data = 20		
	4	0.8	11						
	5	1	10.75						
	6	1.2	10.4						
	7	1.4	10.2						
	8	1.5	10						
	9	1.6	9.8						
	10	1.7	9.5						
	11	1.75	9.25						
	12	1.7	8.95						
	13	1.65	8.7						
	14	1.5	8.4						
	15	1.25	8.05						
	16	0.9	7.6						
	17	0.6	7.3						
	18	0.4	7.05						
	19	0.25	6.75						
	20	0.05	6.3						
	A2.	$i$	$\delta_i$ (cm)	$\xi_i$ (cm)	$Z_0$ (cm)	$d$ (cm)		$Z$ (cm)	Table 1 of $C_0 = 33$ g/150 mL
	1	0.05	11.6	$10.4 \pm 0.1$	$0.8 \pm 0.1$	$53.4 \pm 0.1$			
2	0.15	11.4							
3	0.35	11.1							
4	0.65	10.85							
5	1.1	10.6							
6	1.3	10.4							
7	1.5	10.2							
8	1.7	10							
9	1.85	9.7							
10	2	9.5							
11	2.1	9.25							
12	2	9							
13	1.8	8.6							
14	1.5	8.3							
15	1.25	8.05							
16	1	7.8							
17	0.75	7.45							
18	0.55	7.15							
19	0.4	6.8							
20	0.2	6.4							
21	0.05	6.1							



□ □ □ □ □ □

<p>A3. (1.5 pts)</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>i</th> <th><math>Y_i</math> (cm)</th> <th><math>dn/dY</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>1.85944</td><td>0.00117</td></tr> <tr><td>2</td><td>1.81919</td><td>0.00819</td></tr> <tr><td>3</td><td>1.77894</td><td>0.01404</td></tr> <tr><td>4</td><td>1.74674</td><td>0.02106</td></tr> <tr><td>5</td><td>1.71455</td><td>0.02340</td></tr> <tr><td>6</td><td>1.66625</td><td>0.02574</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.63405</td><td>0.03043</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.58575</td><td>0.03277</td></tr> <tr><td>9</td><td>1.56161</td><td>0.03394</td></tr> <tr><td>10</td><td>1.52136</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>11</td><td>1.48916</td><td>0.03745</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.44086</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>13</td><td>1.39257</td><td>0.03277</td></tr> <tr><td>14</td><td>1.34427</td><td>0.02809</td></tr> <tr><td>15</td><td>1.29597</td><td>0.02340</td></tr> <tr><td>16</td><td>1.24767</td><td>0.01872</td></tr> <tr><td>17</td><td>1.21548</td><td>0.01638</td></tr> <tr><td>18</td><td>1.16718</td><td>0.01170</td></tr> <tr><td>19</td><td>1.11888</td><td>0.00702</td></tr> <tr><td>20</td><td>1.07058</td><td>0.00468</td></tr> <tr><td>21</td><td>1.03034</td><td>0.00117</td></tr> </tbody> </table>	i	$Y_i$ (cm)	$dn/dY$	1	1.85944	0.00117	2	1.81919	0.00819	3	1.77894	0.01404	4	1.74674	0.02106	5	1.71455	0.02340	6	1.66625	0.02574	7	1.63405	0.03043	8	1.58575	0.03277	9	1.56161	0.03394	10	1.52136	0.03511	11	1.48916	0.03745	12	1.44086	0.03511	13	1.39257	0.03277	14	1.34427	0.02809	15	1.29597	0.02340	16	1.24767	0.01872	17	1.21548	0.01638	18	1.16718	0.01170	19	1.11888	0.00702	20	1.07058	0.00468	21	1.03034	0.00117	<p>Table 2 of <math>C_0 = 23</math> g/150 mL.  # data = 20</p>
i	$Y_i$ (cm)	$dn/dY$																																																																		
1	1.85944	0.00117																																																																		
2	1.81919	0.00819																																																																		
3	1.77894	0.01404																																																																		
4	1.74674	0.02106																																																																		
5	1.71455	0.02340																																																																		
6	1.66625	0.02574																																																																		
7	1.63405	0.03043																																																																		
8	1.58575	0.03277																																																																		
9	1.56161	0.03394																																																																		
10	1.52136	0.03511																																																																		
11	1.48916	0.03745																																																																		
12	1.44086	0.03511																																																																		
13	1.39257	0.03277																																																																		
14	1.34427	0.02809																																																																		
15	1.29597	0.02340																																																																		
16	1.24767	0.01872																																																																		
17	1.21548	0.01638																																																																		
18	1.16718	0.01170																																																																		
19	1.11888	0.00702																																																																		
20	1.07058	0.00468																																																																		
21	1.03034	0.00117																																																																		
<p>A3.</p>		<p>Plot <math>dn/dY</math> vs <math>Y</math> <math>C_0 = 23</math> g/150 mL.  "Gaussian-Like" shape</p>																																																																		
<p>A3.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>i</th> <th><math>Y_i</math> (cm)</th> <th><math>dn/dY</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1.87554</td> <td>0.00117</td> </tr> </tbody> </table>	i	$Y_i$ (cm)	$dn/dY$	1	1.87554	0.00117	<p>Table 2 of <math>C_0 = 28</math> g/150 mL.</p>																																																												
i	$Y_i$ (cm)	$dn/dY$																																																																		
1	1.87554	0.00117																																																																		

	<table border="1"> <tbody> <tr><td>2</td><td>1.83529</td><td>0.00585</td></tr> <tr><td>3</td><td>1.80309</td><td>0.00936</td></tr> <tr><td>4</td><td>1.77089</td><td>0.01872</td></tr> <tr><td>5</td><td>1.73065</td><td>0.02340</td></tr> <tr><td>6</td><td>1.67430</td><td>0.02809</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.64210</td><td>0.03277</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.60990</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>9</td><td>1.57770</td><td>0.03745</td></tr> <tr><td>10</td><td>1.52941</td><td>0.03979</td></tr> <tr><td>11</td><td>1.48916</td><td>0.04096</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.44086</td><td>0.03979</td></tr> <tr><td>13</td><td>1.40061</td><td>0.03862</td></tr> <tr><td>14</td><td>1.35232</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>15</td><td>1.29597</td><td>0.02926</td></tr> <tr><td>16</td><td>1.22352</td><td>0.02106</td></tr> <tr><td>17</td><td>1.17523</td><td>0.01404</td></tr> <tr><td>18</td><td>1.13498</td><td>0.00936</td></tr> <tr><td>19</td><td>1.08668</td><td>0.00585</td></tr> <tr><td>20</td><td>1.01424</td><td>0.00117</td></tr> </tbody> </table>	2	1.83529	0.00585	3	1.80309	0.00936	4	1.77089	0.01872	5	1.73065	0.02340	6	1.67430	0.02809	7	1.64210	0.03277	8	1.60990	0.03511	9	1.57770	0.03745	10	1.52941	0.03979	11	1.48916	0.04096	12	1.44086	0.03979	13	1.40061	0.03862	14	1.35232	0.03511	15	1.29597	0.02926	16	1.22352	0.02106	17	1.17523	0.01404	18	1.13498	0.00936	19	1.08668	0.00585	20	1.01424	0.00117	# data = 20
2	1.83529	0.00585																																																									
3	1.80309	0.00936																																																									
4	1.77089	0.01872																																																									
5	1.73065	0.02340																																																									
6	1.67430	0.02809																																																									
7	1.64210	0.03277																																																									
8	1.60990	0.03511																																																									
9	1.57770	0.03745																																																									
10	1.52941	0.03979																																																									
11	1.48916	0.04096																																																									
12	1.44086	0.03979																																																									
13	1.40061	0.03862																																																									
14	1.35232	0.03511																																																									
15	1.29597	0.02926																																																									
16	1.22352	0.02106																																																									
17	1.17523	0.01404																																																									
18	1.13498	0.00936																																																									
19	1.08668	0.00585																																																									
20	1.01424	0.00117																																																									
A3.		Plot $dn/dY$ vs $Y$ $C_0 = 28 \text{ g}/150 \text{ mL}$ .  "Gaussian-Like" shape																																																									
A3.	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>i</math></th> <th><math>Y_i \text{ (cm)}</math></th> <th><math>dn/dY</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1.86749</td> <td>0.00117</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>1.83529</td> <td>0.00351</td> </tr> </tbody> </table>	$i$	$Y_i \text{ (cm)}$	$dn/dY$	1	1.86749	0.00117	2	1.83529	0.00351	Table 2 of $C_0 = 33 \text{ g}/150 \text{ mL}$ .																																																
$i$	$Y_i \text{ (cm)}$	$dn/dY$																																																									
1	1.86749	0.00117																																																									
2	1.83529	0.00351																																																									



Student Code

--	--	--	--	--

	<table border="1"> <tr><td>3</td><td>1.78699</td><td>0.00819</td></tr> <tr><td>4</td><td>1.74674</td><td>0.01521</td></tr> <tr><td>5</td><td>1.70650</td><td>0.02574</td></tr> <tr><td>6</td><td>1.67430</td><td>0.03043</td></tr> <tr><td>7</td><td>1.64210</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>8</td><td>1.60990</td><td>0.03979</td></tr> <tr><td>9</td><td>1.56161</td><td>0.04330</td></tr> <tr><td>10</td><td>1.52941</td><td>0.04681</td></tr> <tr><td>11</td><td>1.48916</td><td>0.04915</td></tr> <tr><td>12</td><td>1.44891</td><td>0.04681</td></tr> <tr><td>13</td><td>1.38452</td><td>0.04213</td></tr> <tr><td>14</td><td>1.33622</td><td>0.03511</td></tr> <tr><td>15</td><td>1.29597</td><td>0.02926</td></tr> <tr><td>16</td><td>1.25572</td><td>0.02340</td></tr> <tr><td>17</td><td>1.19938</td><td>0.01755</td></tr> <tr><td>18</td><td>1.15108</td><td>0.01287</td></tr> <tr><td>19</td><td>1.09473</td><td>0.00936</td></tr> <tr><td>20</td><td>1.03034</td><td>0.00468</td></tr> <tr><td>21</td><td>0.98204</td><td>0.00117</td></tr> </table>	3	1.78699	0.00819	4	1.74674	0.01521	5	1.70650	0.02574	6	1.67430	0.03043	7	1.64210	0.03511	8	1.60990	0.03979	9	1.56161	0.04330	10	1.52941	0.04681	11	1.48916	0.04915	12	1.44891	0.04681	13	1.38452	0.04213	14	1.33622	0.03511	15	1.29597	0.02926	16	1.25572	0.02340	17	1.19938	0.01755	18	1.15108	0.01287	19	1.09473	0.00936	20	1.03034	0.00468	21	0.98204	0.00117	<p># data = 20</p>
3	1.78699	0.00819																																																									
4	1.74674	0.01521																																																									
5	1.70650	0.02574																																																									
6	1.67430	0.03043																																																									
7	1.64210	0.03511																																																									
8	1.60990	0.03979																																																									
9	1.56161	0.04330																																																									
10	1.52941	0.04681																																																									
11	1.48916	0.04915																																																									
12	1.44891	0.04681																																																									
13	1.38452	0.04213																																																									
14	1.33622	0.03511																																																									
15	1.29597	0.02926																																																									
16	1.25572	0.02340																																																									
17	1.19938	0.01755																																																									
18	1.15108	0.01287																																																									
19	1.09473	0.00936																																																									
20	1.03034	0.00468																																																									
21	0.98204	0.00117																																																									
<p>A3.</p>		<p>Plot <math>dn/dY</math> vs <math>Y</math>  <math>C_0 = 33 \text{ g}/150 \text{ mL}</math></p>																																																									
<p>A4. (0.3 pts)</p>	<p><math>h</math> for <math>23 \text{ g}/300 \text{ mL} = (1.5 \pm 0.1) \text{ cm}</math></p>																																																										

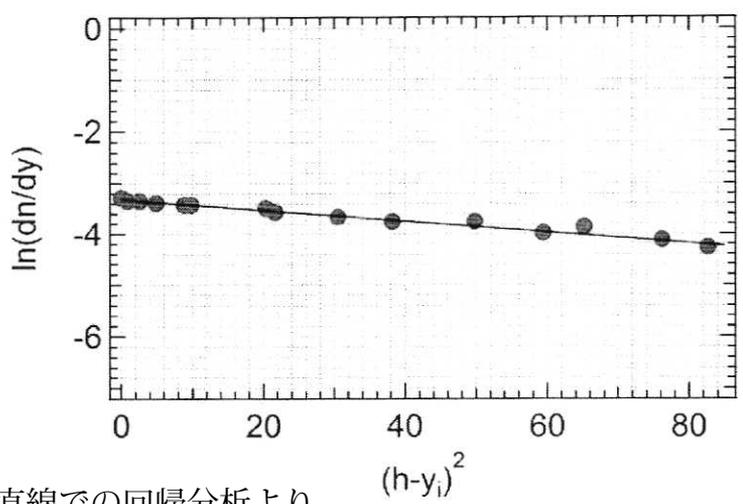


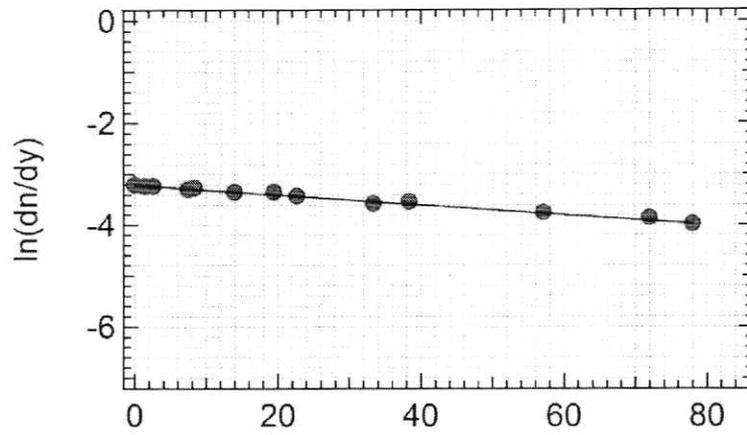
--	--	--	--	--	--

	$h$ for 28 g/ 300 mL = $(1.5 \pm 0.1)$ cm $h$ for 33 g/ 300 mL = $(1.5 \pm 0.1)$ cm	
--	--	--

**B : Determination of Diffusion Coefficient (4.2 points)**

Question	Answer	Marks																																										
B1. <b>(0.9 pts)</b>  横軸 (Abscissa) 縦軸 傾き 定数 (y切片)	<b>Linear form of eq.(3)</b>  $\ln\left(\frac{dn}{dy}\right) \approx m(h - Y)^2 + C$ (b1.1) Abscissa : $(h - y)^2$ (b1.2) Ordinate : $\ln\left(\frac{dn}{dy}\right)$ (b1.3) Gradient : $m = -\frac{1}{4D_e t}$ (b1.4) Constant : $C = \ln\left(\left(\frac{dn}{dc}\right)\left(\frac{C_0}{2\sqrt{\pi D_e t}}\right)\right)$ (b1.5)																																											
B2. <b>(1.8 pts)</b>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>i</th> <th><math>(h - y_i)^2</math></th> <th><math>\ln(dn/dy)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0.06592</td><td>-3.86003</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.050423</td><td>-3.75467</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.031065</td><td>-3.65936</td></tr> <tr><td>4</td><td>0.020752</td><td>-3.4923</td></tr> <tr><td>5</td><td>0.00917</td><td>-3.41819</td></tr> <tr><td>6</td><td>0.005128</td><td>-3.3831</td></tr> <tr><td>7</td><td>0.000984</td><td>-3.3492</td></tr> <tr><td>8</td><td>6.99E-07</td><td>-3.28466</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.002414</td><td>-3.3492</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.009493</td><td>-3.41819</td></tr> <tr><td>11</td><td>0.021237</td><td>-3.57235</td></tr> <tr><td>12</td><td>0.037646</td><td>-3.75467</td></tr> <tr><td>13</td><td>0.05872</td><td>-3.97781</td></tr> </tbody> </table>	i	$(h - y_i)^2$	$\ln(dn/dy)$	1	0.06592	-3.86003	2	0.050423	-3.75467	3	0.031065	-3.65936	4	0.020752	-3.4923	5	0.00917	-3.41819	6	0.005128	-3.3831	7	0.000984	-3.3492	8	6.99E-07	-3.28466	9	0.002414	-3.3492	10	0.009493	-3.41819	11	0.021237	-3.57235	12	0.037646	-3.75467	13	0.05872	-3.97781	Table 3 of $C_0 = 23$ g /150 mL.  # data = 10
i	$(h - y_i)^2$	$\ln(dn/dy)$																																										
1	0.06592	-3.86003																																										
2	0.050423	-3.75467																																										
3	0.031065	-3.65936																																										
4	0.020752	-3.4923																																										
5	0.00917	-3.41819																																										
6	0.005128	-3.3831																																										
7	0.000984	-3.3492																																										
8	6.99E-07	-3.28466																																										
9	0.002414	-3.3492																																										
10	0.009493	-3.41819																																										
11	0.021237	-3.57235																																										
12	0.037646	-3.75467																																										
13	0.05872	-3.97781																																										
B2		Plot of Table 3																																										

	 <p>直線での回帰分析より              Using linear regression of eq. (B1.1), we obtain</p> <p>傾き <math>m</math> (gradient) = <math>-9.4 \pm 0.5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}</math></p>	<p><math>C_0 = 23</math>              g/150              mL</p> <p># data =              10</p>																																										
<p>B2.</p>	<table border="1" data-bbox="438 1041 845 1512"> <thead> <tr> <th>i</th> <th><math>(h-y_i)^2</math></th> <th><math>\ln(dn/dy)</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0.057912</td><td>-3.75467</td></tr> <tr><td>2</td><td>0.033968</td><td>-3.57235</td></tr> <tr><td>3</td><td>0.023136</td><td>-3.41819</td></tr> <tr><td>4</td><td>0.014378</td><td>-3.3492</td></tr> <tr><td>5</td><td>0.007693</td><td>-3.28466</td></tr> <tr><td>6</td><td>0.001553</td><td>-3.22404</td></tr> <tr><td>7</td><td>6.99E-07</td><td>-3.19505</td></tr> <tr><td>8</td><td>0.002414</td><td>-3.22404</td></tr> <tr><td>9</td><td>0.007989</td><td>-3.25389</td></tr> <tr><td>10</td><td>0.018955</td><td>-3.3492</td></tr> <tr><td>11</td><td>0.037646</td><td>-3.53152</td></tr> <tr><td>12</td><td>0.071007</td><td>-3.86003</td></tr> <tr><td>13</td><td>0.099079</td><td>-4.26549</td></tr> </tbody> </table>	i	$(h-y_i)^2$	$\ln(dn/dy)$	1	0.057912	-3.75467	2	0.033968	-3.57235	3	0.023136	-3.41819	4	0.014378	-3.3492	5	0.007693	-3.28466	6	0.001553	-3.22404	7	6.99E-07	-3.19505	8	0.002414	-3.22404	9	0.007989	-3.25389	10	0.018955	-3.3492	11	0.037646	-3.53152	12	0.071007	-3.86003	13	0.099079	-4.26549	<p>Table 3              of  <math>C_0 = 28</math> g              /150 mL</p> <p># data =              10</p>
i	$(h-y_i)^2$	$\ln(dn/dy)$																																										
1	0.057912	-3.75467																																										
2	0.033968	-3.57235																																										
3	0.023136	-3.41819																																										
4	0.014378	-3.3492																																										
5	0.007693	-3.28466																																										
6	0.001553	-3.22404																																										
7	6.99E-07	-3.19505																																										
8	0.002414	-3.22404																																										
9	0.007989	-3.25389																																										
10	0.018955	-3.3492																																										
11	0.037646	-3.53152																																										
12	0.071007	-3.86003																																										
13	0.099079	-4.26549																																										
<p>B2.</p>		<p>Plot of              Table 3  <math>C_0 = 28</math>              g/150              mL</p> <p># data =              10</p>																																										



直線での回帰分析より  $(h-y_i)^2$   
Using linear regression of eq. (B1.1), we obtain

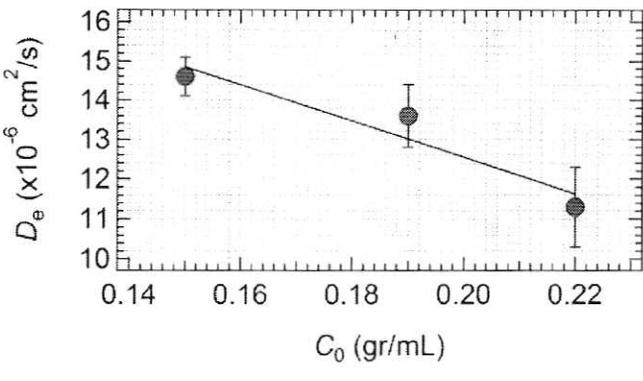
傾き  $m$  (gradient) =  $-10.3 \pm 0.5 \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

B2.

i	$(h-y_i)^2$	$\ln(dn/dy)$
1	0.046873	-3.65936
2	0.033968	-3.4923
3	0.023136	-3.3492
4	0.014378	-3.22404
5	0.005128	-3.13948
6	0.001553	-3.06152
7	6.99E-07	-3.01273
8	0.001688	-3.06152
9	0.011126	-3.16688
10	0.023647	-3.3492
11	0.037646	-3.53152
12	0.054884	-3.75467
13	0.08446	-4.04235

Table 3  
of  
 $C_0 = 33 \text{ g}$   
 $/150 \text{ mL}$   
  
# data =  
10



		
<p>C1.</p>	<p>直線での回帰分析より，食塩水の濃度に対する拡散係数の変化率は</p> <p>Using linear regression we obtain the rate change of diffusion coefficient w.r.t the change of salt solution concentrations:</p> $\frac{d}{dC} D_e = (-4.6 \pm 1.4) \times 10^{-5} \text{ cm}^2 \text{ mL gr}^{-1} \text{ s}^{-1}$	



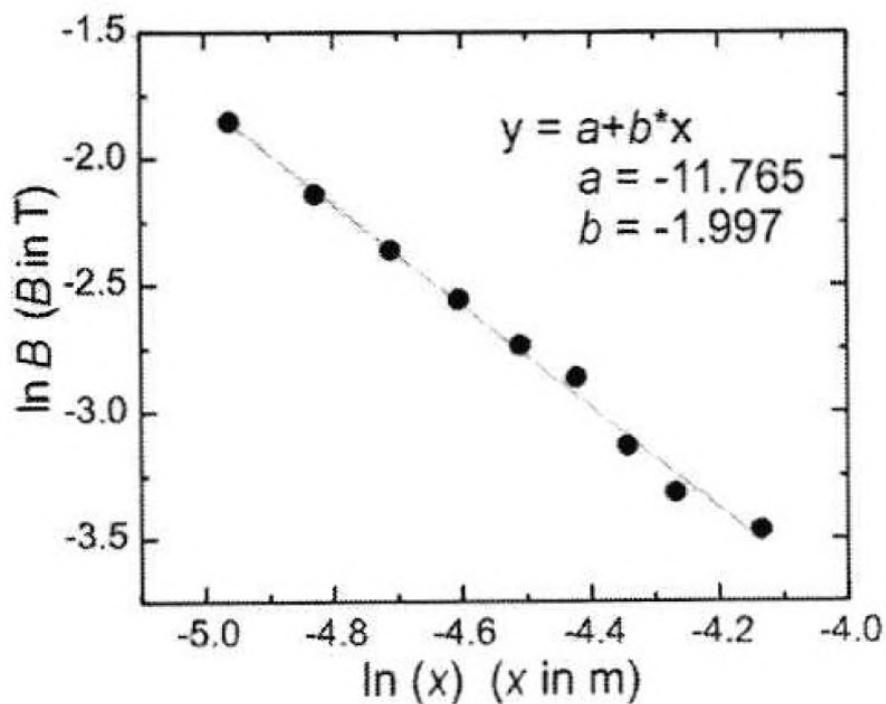
<b>Student Code</b>						
---------------------	--	--	--	--	--	--

平行に並んだ磁気双極子による線状の磁気トラップとその地震計・火山センサーへの応用 (10 points)

## A. PDLトラップの基本的特性

### 1. 磁石の磁化 ( $M$ ) の決定(2.5 pt.)

問題	解答	Marks																																																																																																																		
A.1 0.1 pt.	近くに磁石がない場合のテスラメーターのゼロオフセット( $B_0$ ) を記録しなさい。以下の磁場の測定ではこの値を差し引くこと。  $B_0 =$ 例 0.86 mT																																																																																																																			
A.2 1.15 pt.	「近接場」の領域 ( $7 \leq x \leq 16$ mm)において、 $x$ に対する磁場 $B$ を測定しなさい。 $x$ は磁石の中心から測ること。解答用紙に結果を記録しグラフを書きなさい。下の「ヒントと指示」に従うこと。  <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th><math>\Delta x</math> (mm)</th> <th><math>x</math> (mm)</th> <th><math>B_{raw}</math> (mT)</th> <th><math>B</math>(mT)</th> <th><math>\ln(x)</math> <small><math>x</math> in m</small></th> <th><math>\ln(B)</math> <small><math>B</math> in T</small></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>7</td><td>0.1576</td><td>0.3424</td><td>-4.962</td><td>-1.853</td></tr> <tr><td>4</td><td>8</td><td>0.1186</td><td>0.2367</td><td>-4.828</td><td>-2.139</td></tr> <tr><td>5</td><td>9</td><td>0.0951</td><td>0.1567</td><td>-4.710</td><td>-2.362</td></tr> <tr><td>6</td><td>10</td><td>0.0785</td><td>0.1177</td><td>-4.605</td><td>-2.556</td></tr> <tr><td>7</td><td>11</td><td>0.0657</td><td>0.0942</td><td>-4.510</td><td>-2.736</td></tr> <tr><td>8</td><td>12</td><td>0.0579</td><td>0.0776</td><td>-4.423</td><td>-2.864</td></tr> <tr><td>9</td><td>13</td><td>0.0445</td><td>0.0648</td><td>-4.343</td><td>-3.132</td></tr> <tr><td>10</td><td>14</td><td>0.0371</td><td>0.0570</td><td>-4.269</td><td>-3.318</td></tr> <tr><td>12</td><td>16</td><td>0.0321</td><td>0.0436</td><td>-4.135</td><td>-3.466</td></tr> <tr><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table>	$\Delta x$ (mm)	$x$ (mm)	$B_{raw}$ (mT)	$B$ (mT)	$\ln(x)$ <small><math>x</math> in m</small>	$\ln(B)$ <small><math>B</math> in T</small>	3	7	0.1576	0.3424	-4.962	-1.853	4	8	0.1186	0.2367	-4.828	-2.139	5	9	0.0951	0.1567	-4.710	-2.362	6	10	0.0785	0.1177	-4.605	-2.556	7	11	0.0657	0.0942	-4.510	-2.736	8	12	0.0579	0.0776	-4.423	-2.864	9	13	0.0445	0.0648	-4.343	-3.132	10	14	0.0371	0.0570	-4.269	-3.318	12	16	0.0321	0.0436	-4.135	-3.466																																																							
$\Delta x$ (mm)	$x$ (mm)	$B_{raw}$ (mT)	$B$ (mT)	$\ln(x)$ <small><math>x</math> in m</small>	$\ln(B)$ <small><math>B</math> in T</small>																																																																																																															
3	7	0.1576	0.3424	-4.962	-1.853																																																																																																															
4	8	0.1186	0.2367	-4.828	-2.139																																																																																																															
5	9	0.0951	0.1567	-4.710	-2.362																																																																																																															
6	10	0.0785	0.1177	-4.605	-2.556																																																																																																															
7	11	0.0657	0.0942	-4.510	-2.736																																																																																																															
8	12	0.0579	0.0776	-4.423	-2.864																																																																																																															
9	13	0.0445	0.0648	-4.343	-3.132																																																																																																															
10	14	0.0371	0.0570	-4.269	-3.318																																																																																																															
12	16	0.0321	0.0436	-4.135	-3.466																																																																																																															

A.3  
0.75 pt.

両辺の自然対数をとると

$$B = \frac{\mu_0 m}{2\pi L} \frac{1}{x^p}$$

$$\ln(B) = \ln A - p \ln x$$

ここで,

$$A = \frac{\mu_0 m}{2\pi L}$$

である。  $y = a + bx$  の直線で回帰分析すると、  $a = -11.765, b = -1.997$  となる。従って、指数は  $p = -b = 2.0$  が得られる。これは、磁気双極子の磁束密度が、近距離 ( $x < L$ ) で  $r^2$  に反比例することとよく一致している。

A.4  
0.5 pt.

$$m = \frac{2\pi L}{\mu_0} \exp(a) = 0.987 \text{ Am}^2$$

$$M = \frac{m}{\pi^2 RL} = 1.2 \times 10^6 \text{ A/m}$$

より正確な結果では  $M = 1.1 \times 10^6 \text{ A/m}$  となる。以下ではこの値を用いる。

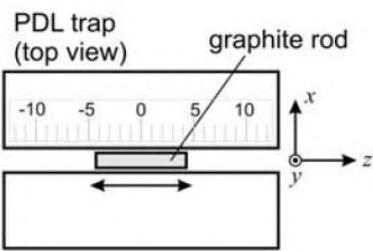
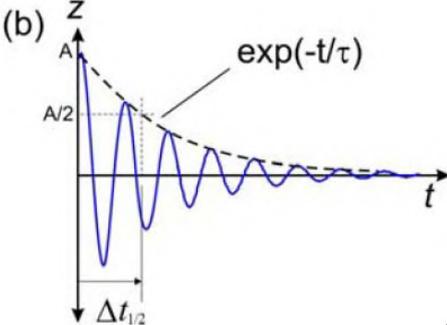
## 2. 磁気浮上効果と磁化率 ( $\chi$ ) (1.0 pt.)

問題	解答	Marks
<p>A.5 0.1 pt.</p>	<p>長さ8 mm のグラファイトの棒HB/0.5を磁気浮上させよ。その時の棒の浮上している高さ<math>y_0</math> を測定しなさい。(図7aを参照。) ヒント：図7bに示されている定規を使いなさい。グラファイトの棒の位置を読むために磁石に定規を押し付けて測りなさい。</p> <p><math>y_0 =</math>            例 2.2 mm</p>	
<p>A.6 0.8 pt.</p>	$mg = F_y = -\frac{\mu_0 M^2 \chi V_R R^4}{2 a^5} f_Y(y_0/a)$ $\chi = -\frac{2\rho g a^5}{\mu_0 M^2 R^4 f_Y(y_0/a)}$ $a = R + g_M/2 = (3.2 + 1.5/2) \text{ mm} = 3.95 \text{ mm}$ <p><math>y_0 = 2.2 \text{ mm}</math> を用いると,</p> $f_Y(u) = \frac{4u(3-u^2)(1-u^2)}{(1+u^2)^5}$ $f_Y(y_0/a) = f_Y(2.2/3.95) = 1.07$ <p><math>M = 1.1 \times 10^6 \text{ A/m}</math>, <math>R = 3.2 \text{ mm}</math>, <math>\rho = 1680 \text{ kg/m}^3</math> を用いて,</p> $\chi = -2 \times 10^{-4}$	
<p>A.7 0.1 pt.</p>	<p>グラファイトは以下のどの磁氣的性質を持った物質か？一つ選びなさい。</p> <p>(i)強磁性 (ii)常磁性 (iii)反磁性</p> <p>(iii) 反磁性</p> <p>理由：</p> <p>(1) グラファイトが磁場に反発すること。</p> <p>(2) <math>\chi</math> の符号が負であること。</p>	

### 3. 「ラクダの背」ポテンシャル中の振動と磁化率( $\chi$ )

問題	解答	Marks
<p>A.8 0.2 pt.</p>	<p>「HB/0.5」のグラファイトを長さ <math>l = 8 \text{ mm}</math> にしたものを振動させてみなさい。(振動振幅は小さい範囲、例えば <math>A &lt; 4 \text{ mm}</math> に留めなさい)。振動の周期を求めなさい。振動は時間とともに減衰により衰える。この減衰の効果は無視しなさい。)</p> <p>例として、長さ <math>8 \text{ mm}</math> の HB/0.5 の芯を約 <math>3 \text{ mm}</math> 変位させて振動させ、5 回往復する時間を測定した。</p> <p>1回目    <math>6.12 \text{ s}</math>                  2回目    <math>6.13 \text{ s}</math>                  3回目    <math>6.14 \text{ s}</math>                  平均:    <math>T_z = 1.23 \text{ s}</math></p>	
<p>A.9 0.8 pt.</p>	<p>この振動を用いて、グラファイトの磁化率(<math>\chi</math>)を計算しなさい。</p> <p>調和振動子とすると、<math>k_z = m_R \omega^2</math>。これより、</p> $\chi = -\frac{k_z}{C_1 \mu_0 M^2 V_r} = \frac{\omega^2 \rho}{C_1 \mu_0 M^2}$ <p><math>M = 1.1 \times 10^6 \text{ A/m}</math>, <math>C_1 = 198.6/\text{m}^2</math>, <math>T_z = 1.23 \text{ s}</math> を用いると、</p> $\chi = -1.5 \times 10^{-4}$	

### 4. 振動のQ値 (Q) と空気の粘性 $\mu_A$ の測定 (4.0 points)

問題	解答	Marks																																																																																																		
<p>A.10 0.5 pt.</p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>(a)</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>(b)</p>  </div> </div> <p>指数関数的な減衰における半減期を求める方法を用いる。 振幅が半分になるまでの時間 <math>\Delta t_{1/2}</math> を求め、次の式で計算する</p> $\tau = \frac{\Delta t_{1/2}}{\ln 2}$																																																																																																			
<p>A.11 1.5 pt.</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Trial</th> <th>Diam.</th> <th>Actual Radius</th> <th><math>\Delta t_{1/2}</math></th> <th>Mean <math>\Delta t_{1/2}</math></th> <th><math>\tau</math></th> <th><math>r^2 \times \ln(0.607 / r)</math></th> </tr> <tr> <td></td> <td>(mm)</td> <td>(mm)</td> <td>(s)</td> <td>(s)</td> <td>(s)</td> <td>(mm<sup>2</sup>)</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>0.3</td> <td>0.19</td> <td>3.89</td> <td>3.913</td> <td>5.646</td> <td>0.117</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3.97</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3.88</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>0.5</td> <td>0.28</td> <td>7.69</td> <td>7.617</td> <td>10.989</td> <td>0.224</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7.57</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>7.59</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>0.7</td> <td>0.35</td> <td>8.77</td> <td>8.82</td> <td>12.73</td> <td>0.322</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>8.81</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>8.88</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>0.9</td> <td>0.45</td> <td>12.4</td> <td>11.70</td> <td>16.88</td> <td>0.482</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>11.33</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>11.38</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Trial	Diam.	Actual Radius	$\Delta t_{1/2}$	Mean $\Delta t_{1/2}$	$\tau$	$r^2 \times \ln(0.607 / r)$		(mm)	(mm)	(s)	(s)	(s)	(mm <sup>2</sup> )	1	0.3	0.19	3.89	3.913	5.646	0.117				3.97							3.88				2	0.5	0.28	7.69	7.617	10.989	0.224				7.57							7.59				3	0.7	0.35	8.77	8.82	12.73	0.322				8.81							8.88				4	0.9	0.45	12.4	11.70	16.88	0.482				11.33							11.38				
Trial	Diam.	Actual Radius	$\Delta t_{1/2}$	Mean $\Delta t_{1/2}$	$\tau$	$r^2 \times \ln(0.607 / r)$																																																																																														
	(mm)	(mm)	(s)	(s)	(s)	(mm <sup>2</sup> )																																																																																														
1	0.3	0.19	3.89	3.913	5.646	0.117																																																																																														
			3.97																																																																																																	
			3.88																																																																																																	
2	0.5	0.28	7.69	7.617	10.989	0.224																																																																																														
			7.57																																																																																																	
			7.59																																																																																																	
3	0.7	0.35	8.77	8.82	12.73	0.322																																																																																														
			8.81																																																																																																	
			8.88																																																																																																	
4	0.9	0.45	12.4	11.70	16.88	0.482																																																																																														
			11.33																																																																																																	
			11.38																																																																																																	

A.12 1.0 pt.	$B = \frac{2\rho}{3\mu_A} \text{ と書くと, } \tau = Br^2 \ln\left(0.607 \times \frac{l}{r}\right)$ <p><math>y = A + Bx</math> の直線で回帰分析をおこなう。</p> <p>ここで, <math>y = \tau</math>, <math>x = r^2 \ln\left(0.607 \times \frac{l}{r}\right)</math></p> <p><math>B = 29.02 \text{ s/mm}^2</math> より,</p> $\mu_A = \frac{2\rho}{3B} = 3.86 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s}$	
-----------------	---	--

## B. PDLトラップの測定器への応用

### 5. PDLトラップ地震計 (0.5 pt.)

問題	解答	Marks
B.1 0.2 pt.	どの直径の棒を選んだか? 最も減衰時間が長く質量の大きな0.9mmの棒を選んだ.	
B.2 0.3 pt.	$\tau = 16.9 \text{ s}, T = 298 \text{ K}, m_R = \rho\pi r^2 l = 8.55 \times 10^{-6} \text{ kg}$ を用いて, $a_n = \sqrt{\frac{4k_B T \omega_0}{Q m_R}} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\tau m_R}} = 1.5 \times 10^{-8} \text{ m/s}^2 \text{ Hz}^{0.5}$	

### 6. PDLトラップを利用した傾斜計 (2 pt.)

問題	解答	Marks
B.3 0.5 pt.	位置変化 $\Delta z$ と、ネジのピッチ $S$ およびネジの回転数 ( $N$ )との関係を導きなさい。 $k_z = mg \sin \theta = mgNS/D \quad \Delta z = \frac{mgSN}{k_z D}$ <p>Q3 から <math>k_z = m\omega^2</math> なので,</p> $\Delta z = \frac{gSN}{\omega^2 D}$	

<p>B.4 1.25 pt.</p>	<p>ネジをそっと回転させて、回転数<math>N</math>とグラファイト棒の位置変化<math>\Delta z</math>との関係 を求め、そこからネジのピッチ<math>S</math>を決定しなさい。</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-bottom: 10px;"> <thead> <tr> <th><math>\Delta z</math> (mm)</th> <th><math>\phi</math></th> <th>N (turn)</th> <th></th> <th></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>0.5</td><td>135</td><td>0.375</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>270</td><td>0.75</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1.5</td><td>450</td><td>1.25</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>585</td><td>1.625</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2.5</td><td>720</td><td>2.0</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>855</td><td>2.375</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3.5</td><td>945</td><td>2.625</td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>(a)</p> </div> <div style="width: 45%;"> <p>(b)</p> </div> </div> <p><math>D = 22 \text{ cm}</math>, Q3 から, <math>T_z = 1.23 \text{ s}</math> を用いる. <math>y = A + Bx</math> の直線で回帰分 析すると, <math>B = 1.287</math> から</p> $S = \frac{B\omega^2 D}{g} = 0.75 \text{ mm/1 回転}$ <p>実際には <math>S = 0.8 \pm 0.1 \text{ mm/1 回転}</math> である.</p>	$\Delta z$ (mm)	$\phi$	N (turn)				0	0	0				0.5	135	0.375				1	270	0.75				1.5	450	1.25				2	585	1.625				2.5	720	2.0				3	855	2.375				3.5	945	2.625				
$\Delta z$ (mm)	$\phi$	N (turn)																																																						
0	0	0																																																						
0.5	135	0.375																																																						
1	270	0.75																																																						
1.5	450	1.25																																																						
2	585	1.625																																																						
2.5	720	2.0																																																						
3	855	2.375																																																						
3.5	945	2.625																																																						
<p>B.5 0.25 pt.</p>	<p>地面の傾斜が変化した際にそれを楽に読み取れるためには、グラファイト棒が 新たな平衡位置にできるだけ速やかに落ち着く（長時間にわたって振動が持続 するのではなく）ことが望ましい。そのために最適な傾斜計の<math>Q</math>値はいくら か？</p> <p style="margin-top: 20px;">臨界減衰の条件なので, <math>Q = 0.5 \text{ s}</math></p>																																																							