

## らせん構造による回折

(配点: 10)

### 導入

ロザリンド・フランクリンの研究室で撮影された DNA の X 線回折画像 (図 1) は“Photo 51”として知られ、ワトソンとクリックによる 1952 年の二重らせん構造発見の基礎となった。可視光を用いるこの実験課題では、らせん構造による回折パターンを理解しよう。

### 実験目的

光の回折を用いて、らせん構造の幾何学パラメータを決定する。

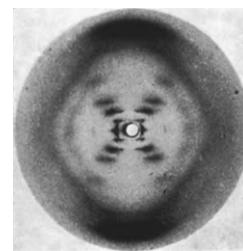


図 1: Photo 51

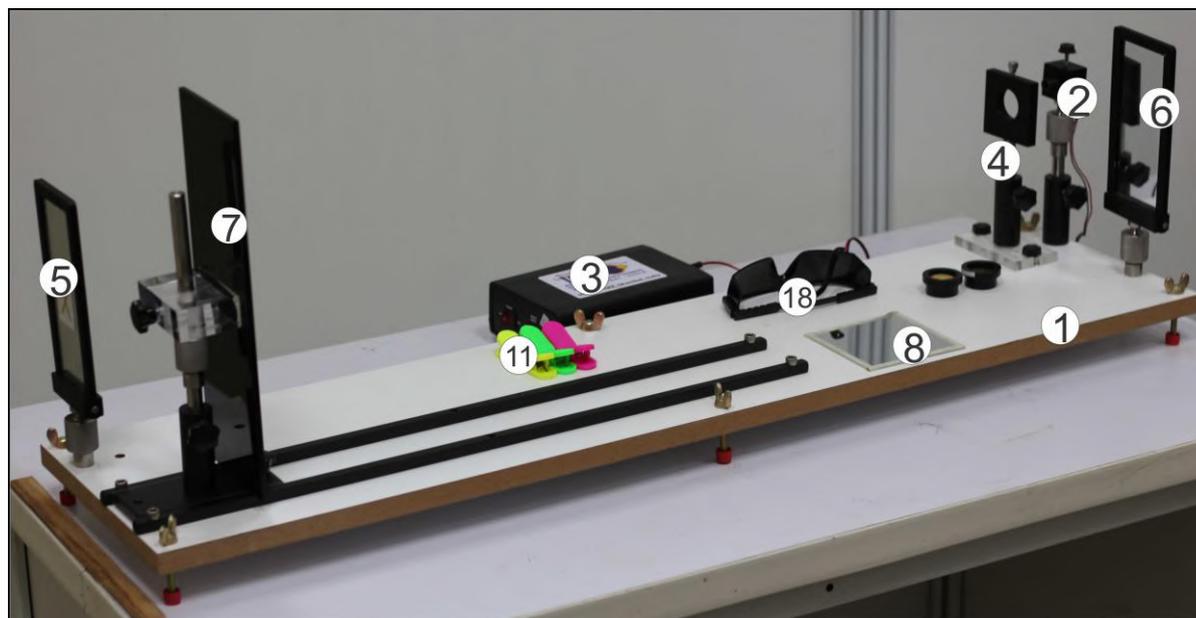


図 2: 実験 E-I で使用する実験器具

### 実験器具リスト

[1]	木製の台	[11]	プラスチック製クリップ
[2]	レーザー光源と支持具	[12]	黒い円形シール
[3]	レーザー光源用の直流安定化電源	[13]	シャープペンシル
[4]	試料ホルダーと支持具	[14]	デジタルノギス (固定具付き)
[5]	左側の反射板 (片側の表面が鏡)	[15]	プラスチック定規 (30 cm)
[6]	右側の反射板 (片側の表面が鏡)	[16]	巻き尺 (1.5 m)
[7]	スクリーン (10 cm x 30 cm) と固定器具	[17]	回折パターン記録シート
[8]	平面鏡 (10 cm x 10 cm)	[18]	レーザー保護めがね
[9]	試料 I (つるまきバネ)	[19]	懐中電灯
[10]	試料 II (二重らせん状パターンプリントされたガラス板)		

注: 器具 [1], [3], [14], [15], [16], [18] は実験 E-II でも使用する。

## 器具の説明

**木製の台 [1]**: 木製の台には、ガイドレール、レーザー、反射板、スクリーン、試料の固定器具がしっかりと固定されている。

**レーザー光源と固定器具 [2]**: 金属製固定器具にとりつけられたレーザー光源（波長  $\lambda = 635 \text{ nm}$  ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ )) が、ボールジョイント(図3の[20])を介して基盤に固定されている。ボールジョイントで位置の微調整 (X-Y-Z方向) が可能である。レーザー光源上部の固定ネジをゆるめるとレーザー光源が手で回転できる。回折パターンが見つからない時は、レーザー光の焦点を調整すると鮮明なパターンが得られる。先端のレンズキャップを回すとレーザー光の焦点が調整できる(図3の赤い矢印)。

**直流安定化電源 [3]**: 前面パネルには強度の切替スイッチ (high/low)、レーザー光源のコネクターをつなぐためのソケット、3つのUSBポートがある。背面パネルには、電源スイッチと電源ケーブル用ソケットがある(図4の挿入写真)。

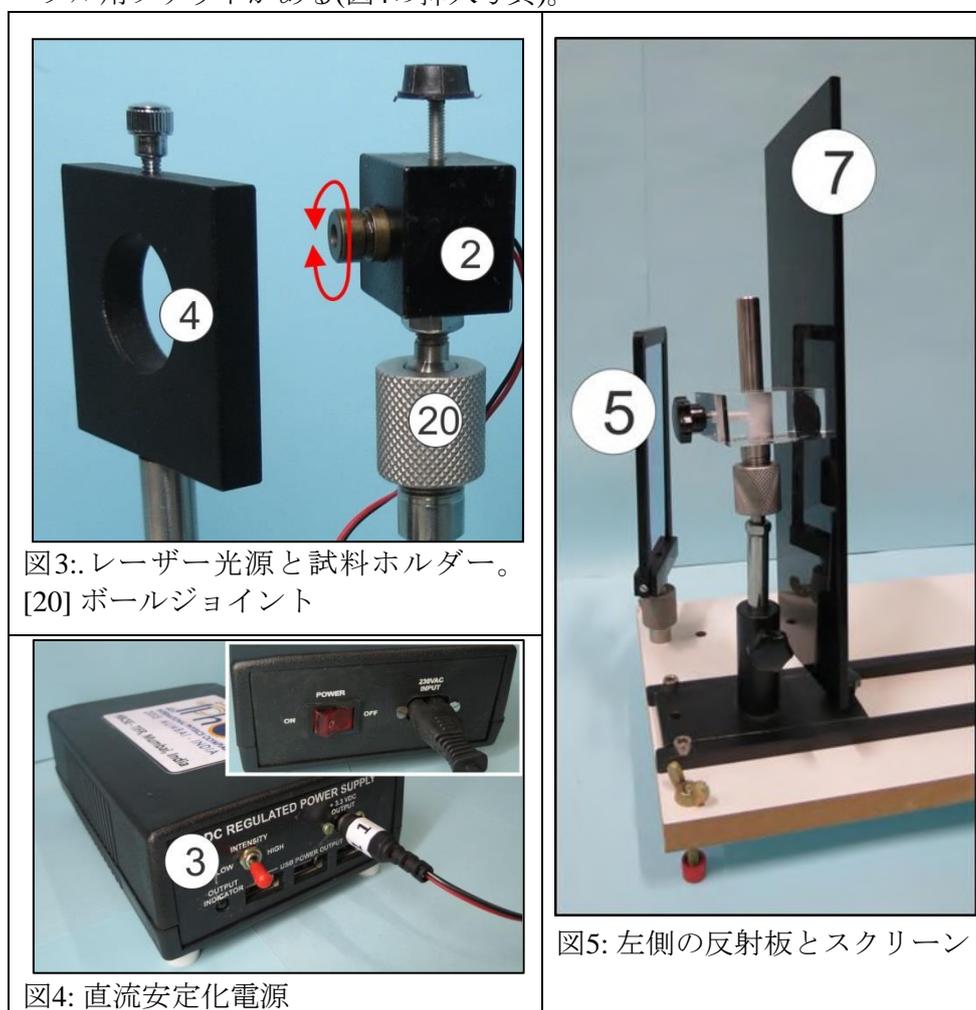


図3: レーザー光源と試料ホルダー。  
 [20] ボールジョイント

図5: 左側の反射板とスクリーン



図4: 直流安定化電源

**試料ホルダーと固定器具、基盤 [4]**: 試料は上部のネジを用いて固定する(図3)。試料ホルダーは水平・垂直2方向に位置の調整ができる。また、垂直軸と水平軸まわりに回転できる。

**左側の反射板 [5]**: 木製の台に固定されている(図5)。Xの書かれた面は使わないこと。

**右側の反射板 [6]**: 木製の台に固定されている (実験E-IIでは取り外す)。Xの書かれた面は使わないこと。

**スクリーンと固定器具 [7]**: スクリーンはボールジョイントと基盤に取り付けられており、向きの調整が可能である(図5)。スクリーンは図2や図6のように固定して使える。

試料 I [9]: つるまきバネが白いアクリル板に固定され、円形の固定器具に取り付けられている。

試料 II [10]: 二重らせん状のパターンが表面にプリントされたガラス板。円形の固定器具に取り付けられている。

デジタルノギス [14]: デジタルノギスは固定器具に取り付けられている(固定器具は実験E-IIで使用する)。デジタルノギスにはOn/Offスイッチ、表示を0に戻すリセットスイッチ、単位(mm/inch)を選択するスイッチ(mmから変更しないこと)、固定ネジ、図2で右側の刃を動かすためのノブが付いている。

回折パターン記録シート [17]: 回折パターン記録シートは半分に折り、プラスチック製クリップを用いてスクリーンに取り付けること。回折パターンは、枠の内側に書き写すこと。

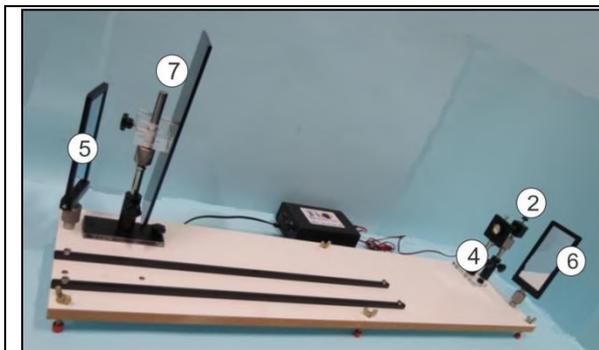


図6: スクリーンの位置の例。スクリーンは図2と異なる位置に固定されている。必要に応じて適切な位置に設置すること。

### 理論

細い円柱 (直径  $a$  の針金) の回折像を考えよう。レーザー光 (波長  $\lambda$ ) を円柱に垂直な方向から当てると、入射方向に垂直な遠方のスクリーン上には、円柱と入射光の両方に垂直な方向に伸びた回折パターンが現れる (図7)。

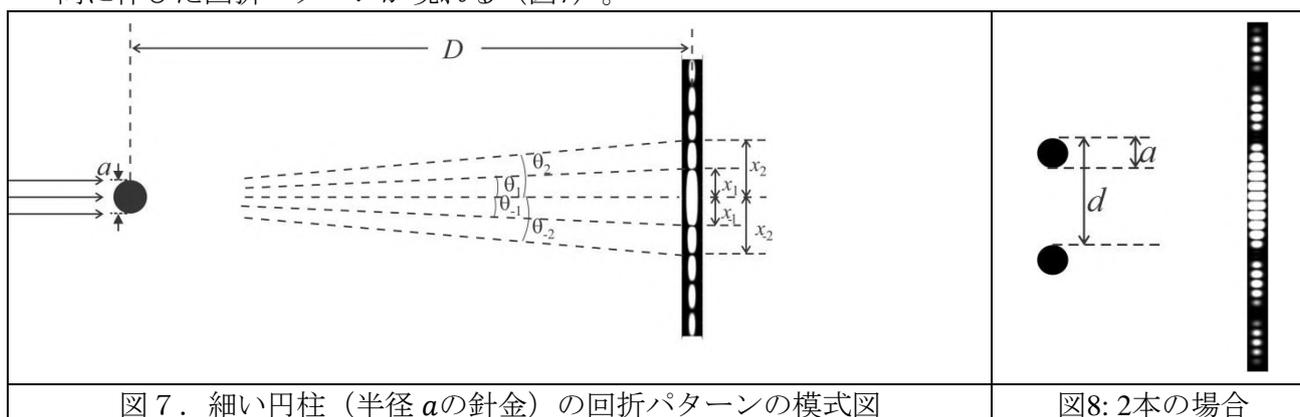


図7. 細い円柱 (半径  $a$  の針金) の回折パターンの模式図

図8: 2本の場合

回折光と入射光のなす角  $\theta$  の関数としてスクリーン上の光の強度分布は次式で与えられる。

$$I(\theta) = I(0) \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \quad \text{ただし } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

パターンの中心には明点が現れるが、その他の  $\sin \beta$  ( $\beta \neq 0$ ) がゼロとなる角度ではレーザー光強度がゼロでスクリーン上の暗点となる。  $n$  番目の暗点が現れる角度  $\theta_n$  は、

$$\sin \theta_n = \pm n \frac{\lambda}{a} \quad n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$$

で与えられる。ここで、 $\pm$  は中心の明点 ( $\theta = 0$ ) を挟んで対称な位置に現れる暗点を表す。

次に、距離  $d$  だけ離れた2本の平行な円柱による回折パターン(図8)を考えよう。それぞれの円柱は上で説明したような回折パターンを生じる。今度は円柱が2本あるので、一方の円柱の回折パターンに対して、2本目の円柱からの回折光の影響 (干渉) を考えることになる。計算によれば、光の強度分布は次式で与えられる。

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \delta \left[ \frac{\sin \beta}{\beta} \right]^2 \quad \text{ただし } \delta = \frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}, \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

距離  $D$  離れた遠方のスクリーンに現れる暗点の位置は  $x_{\pm n} = \pm n \frac{\lambda D}{a}$ 、2つ目の円柱のせいで生じる暗点の位置は  $x_{\pm m} = \pm \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D}{a}$  で表される(ただし  $m, n = 1, 2, 3, 4, 5 \dots$ )。4本の円柱(図9)による回折も同様にして議論できる。この場合、回折パターンは、個々の円柱による回折パターンと2本の円柱どうしの可能な組み合わせに対して生じる光の干渉パターンを合成したものになる。つまり回折パターンは  $a, d, s$  によって決まる。言い換えれば、3つの異なる回折パターンが重なって観測される。

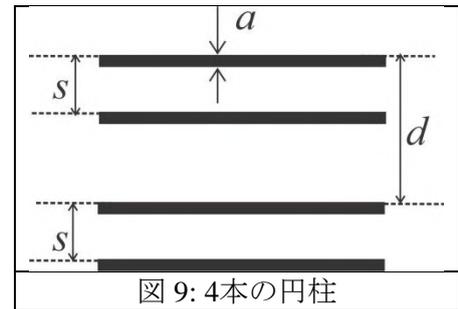


図 9: 4本の円柱

### 初期設定

1. レーザーの電源を入れ、スクリーンにレーザー光が当たるよう2枚の反射板を調節する。
2. レーザーの光軸が木製の台と平行になるように、プラスチック定規を用いてレーザーの支持具と反射板を調節する。
3. スクリーンの中央付近にレーザースポットが来るようにせよ。
4. レーザーの電源を切る。回折パターン記録シートをスクリーンに留める。
5. 平面鏡をプラスチック製クリップでスクリーンに取り付け、レーザーを再点灯する。
6. 平面鏡で反射したレーザー光が同じ経路をたどってレーザーまで戻ってくるようにスクリーンの位置を調節する。光軸合わせが終了したら5で取り付けた平面鏡は取り除く。
7. ブースのライトは適宜、点灯・消灯してよい。

### 実験問題

#### Part A: つるまきバネの幾何学パラメーターの決定

試料Iは、均一な太さ  $a_1$  の線材でできたつるまきバネ(半径  $R$ 、ピッチ  $P$ )である。(図. 10(a)) 試料Iを横から見ると図10(b)のように見える(一定間隔  $d_1$  で並んだ平行線の組が2つあって、それらが互いに角度  $2\alpha_1$  をなすように配置されている)。

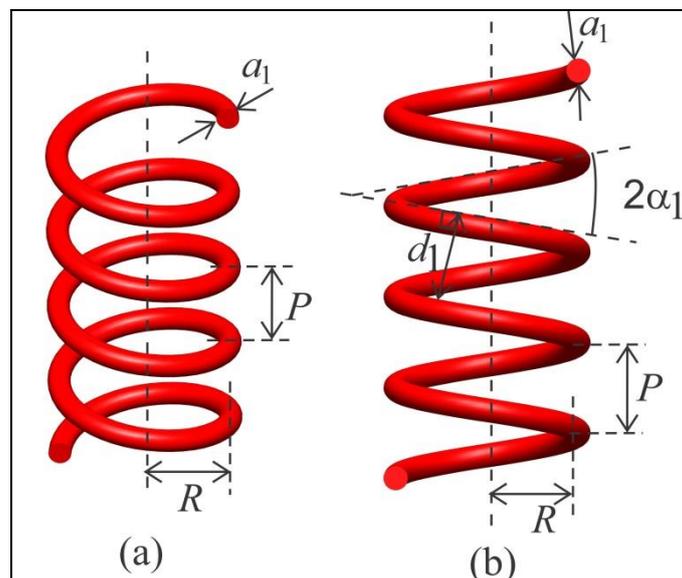


図10:(a) 1重らせん構造の外観 (b) 横から見た時の見え方

- 試料Iを試料ホルダーに取り付ける。バネの軸が鉛直向きにあることを確認する。
- 回折パターン記録シート上にX形のはっきりした干渉パターンが得られるようにする。
- このため以下を検討せよ。
  - レーザーの焦点 (レンズキャップを回す)
  - レーザーの向き (バネのちょうど2巻き分にレーザーが当たるようレーザー本体を回転させる)
  - レーザーの強度 (電源のhigh/lowスイッチを適宜、切り換え)
  - 背景光 (ブースのライトを適宜、点灯・消灯)

もし中央の明点が明るすぎる場合は、黒い円形シールを回折パターン記録シートに貼って周りへの散乱を防ぐとよい。

Tasks	Description	Marks
A1	中央の輝点の両側に並んだ暗点 (強度が最小の位置) を回折パターン記録シート上に記録せよ(鉛筆[13]を用いよ)。これらをもとに $a_1, d_1$ を決定せよ。回折パターン記録シートは区別が付くように P-1, P-2, ... と数字を記入すること。	0.7
A2	デジタルノギスを用いて、 $a_1$ を決定できるような適切な距離の測定を行い、表 A1 の欄を埋めよ	0.5
A3	適切なグラフを描き (「グラフ A1」と記す)、直線の傾きから $a_1$ を決定せよ。	0.7
A4	$d_1$ を決定できるような適切な距離の測定を行い、表 A2 の欄を埋めよ	0.8
A5	適切なグラフを描き (「グラフ A2」と記す)、直線の傾きから $d_1$ を決定せよ。	0.6
A6	X形のパターンにもとづいて角度 $\alpha_1$ を決定せよ。	0.2
A7	$P$ を $d_1, \alpha_1$ で表せ。また $P$ を計算せよ。	0.2
A8	$R$ を $P, \alpha_1$ で表せ。また $R$ を計算せよ。 $(a_1$ は無視せよ)	0.2

### Part B: 2重らせん構造の幾何学的パラメーターの決定

図11(a) に2重らせん構造が2周期分描かれている。図11(b) はこれを横から見た図 (軸に垂直な方向の2次元投影) である。2種類のらせんは、同じ太さ $a_2$ と角度 $2\alpha_2$ を持ち、軸方向に距離 $s$ だけ離れている。各々のらせんは1周期ごとに距離 $d_2$ だけ離れる。試料IIのガラス板には2重らせん構造を模したパターンがプリントされている(図 12)。その干渉パターンは2重らせん構造と似ている。ここでは試料IIの幾何学パラメーターを決定してもらおう。

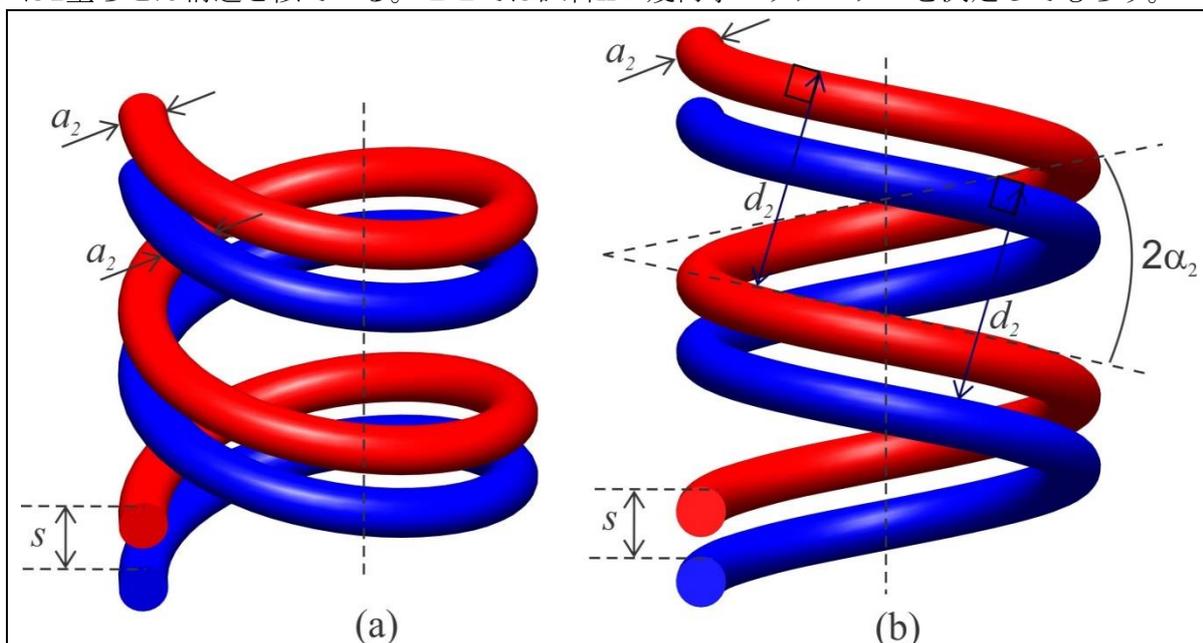


図11: (a) 2重らせん構造 (b) 横から見た場合 (軸に垂直)

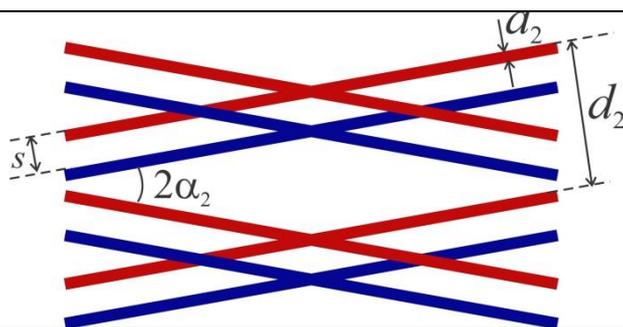


図 12: 試料IIの2重らせん状のパターンの模式図

- 試料 II を試料ホルダーに載せる。
- 新しいパターン記録シートをスクリーンに取り付ける。
- スクリーン (シート) 上にX形のはっきりした干渉パターンが得られるようにせよ。

Tasks	Description	Marks
B1	中央の輝点の両側に並んだ暗点 (強度が最小の位置) を回折パターン記録シート上に記録せよ。これらをもとに $a_2, s, d_2$ を決定せよ。回折パターン記録シートは複数使って良い。	1.1
B2	$a_2$ を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 B1 の欄を埋めよ。	0.5
B3	適切なグラフを描き (「グラフ B1」と記す)、直線の傾きから $a_2$ を決定せよ。	0.5
B4	$s$ を決定できるよう適切な距離の測定を行い、表 B2 の欄を埋めよ。	1.2
B5	適切なグラフを描き (「グラフ B2」と記す)、直線の傾きから $s$ を決定せよ。	0.5
B6	$d_2$ を決定できるような測定 (距離) を行い、表 B3 の欄を埋めよ。	1.6
B7	適切なグラフを描き (「グラフ B3」と記す)、直線の傾きから $d_2$ を決定せよ。	0.5
B8	X形のパターンから角度 $\alpha_2$ を決定せよ。	0.2

**Part A : つるまきバネの幾何パラメーターの決定**

Tasks	Description	Marks																																	
A1	<p>Part A に使用した パターン記録シートの枚数: _____                      それぞれのシートの番号を記せ: P _____</p>																																		
A2	<p style="text-align: center;">表 A1: シート P _____ から作成</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Obs. No. 測定番号</th> <th style="width: 50px;"></th> <th style="width: 50px;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="padding: 5px;">1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;">5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="padding: 5px;"> </td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	Obs. No. 測定番号			1			2			3			4			5																		
Obs. No. 測定番号																																			
1																																			
2																																			
3																																			
4																																			
5																																			
A3	<p><math>a_1</math> を決定するための Graph A1 の縦軸横軸 : _____ 対 _____</p> <p>graph A1 の傾き =</p> <p><math>a_1</math> の計算</p>   <p><math>a_1 =</math></p>																																		

	Table A2: シート P____から作成	Marks																																										
A4	<table border="1" style="margin: auto; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="padding: 5px;">Obs. No. 測定番号</th> <th style="width: 50px;"></th> <th style="width: 50px;"></th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">6</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	Obs. No. 測定番号			1			2			3			4			5			6			7			8																		
Obs. No. 測定番号																																												
1																																												
2																																												
3																																												
4																																												
5																																												
6																																												
7																																												
8																																												
A5	<p><math>d_1</math>を決定するための Graph A2 の縦軸横軸 : _____ 対 _____</p> <p>graph A2 の傾き =</p> <p><math>d_1</math>の計算</p>          <p><math>d_1 =</math></p>																																											
A6	<p><math>\alpha_1 =</math></p>																																											











**Part D: 水の表面張力の測定**

[D1]:

$l_1 =$ _____	$l_2 =$ _____	$L =$ _____
---------------	---------------	-------------

[D2]:

**表 D1**

測定 番号					
1					
2					
3					
4					
5					
6					

[D3]:

$q$ を決めるためのグラフ：横軸 \_\_\_\_\_ 縦軸 \_\_\_\_\_

Marks

表 D2

測定 番号		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

傾き = \_\_\_\_\_

$q =$  \_\_\_\_\_

**Marks**

式 (2):

**表面張力の決定 :**

**[D4]:**

$\sigma$ を決定するためのグラフ : 横軸 \_\_\_\_\_ 縦軸 \_\_\_\_\_

表 D3

測定 番号.		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

傾き = \_\_\_\_\_

Marks

表面張力:

$\sigma =$  \_\_\_\_\_

**Part E: 水の粘性係数の測定**

[E1]: 振動子の周波数 = \_\_\_\_\_ Hz

表 E1

測定 番号.				
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Marks

[E2]:

$\delta$ を決めるためのグラフ：横軸\_\_\_\_\_ 縦軸\_\_\_\_\_

$\delta =$  \_\_\_\_\_

[E3]:

粘性係数  $\eta$  の決定 :

$$\eta = \text{_____}$$

**Marks**