実験問題 1 （重要：解答中のグラフや表では、カンマが小数点として使われていることもある）

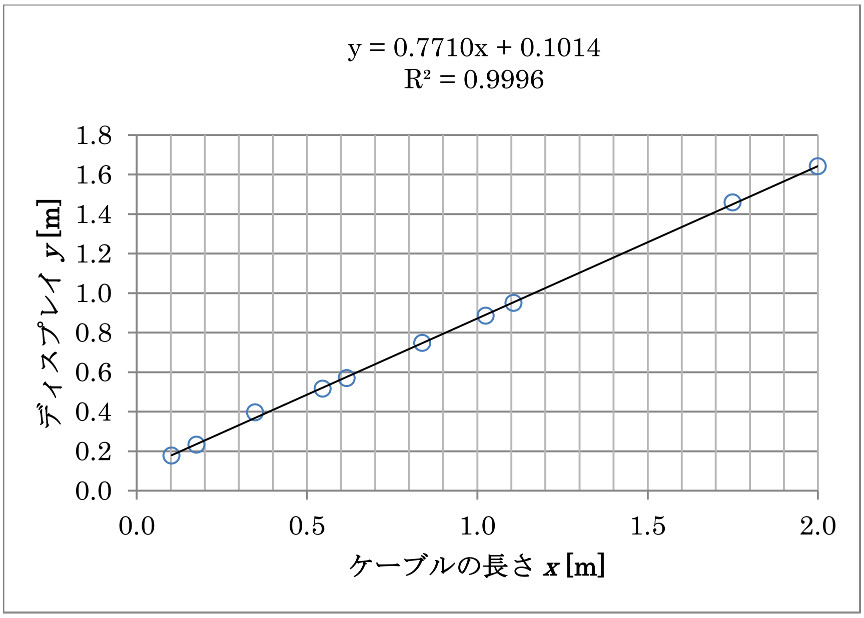
1.1

H = 907 mm $\pm$ 2 mm. 1.3b の図を参照。後面からの距離を測定するモードで，LDM を用いて高さ H を測定する方法を表している。

1.2a

ここでは 2m の光ファイバーを用いているが、1m でも十分である。およそ 8 つの均等にわけられたデータ点で測定を行う必要がある。

x	y
m	m
0.103	0.177
0.176	0.232
0.348	0.396
0.546	0.517
0.617	0.570
0.839	0.748
1.025	0.885
1.107	0.950
1.750	1.459
2.000	1.642



1.2b

光のパルスが送信部分から受信部分まで移動するのにかかる時間は、

$$t = \frac{x}{v_{co}} = \frac{x n_{co}}{c}$$

よって、ディスプレイの示す値は $y = \frac{1}{2}ct + k \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}n_{co}x + k$

屈折率はグラフの直線の傾きの 2 倍であり、 $n_{co} = 2 \cdot 0.7710 = 1.542$

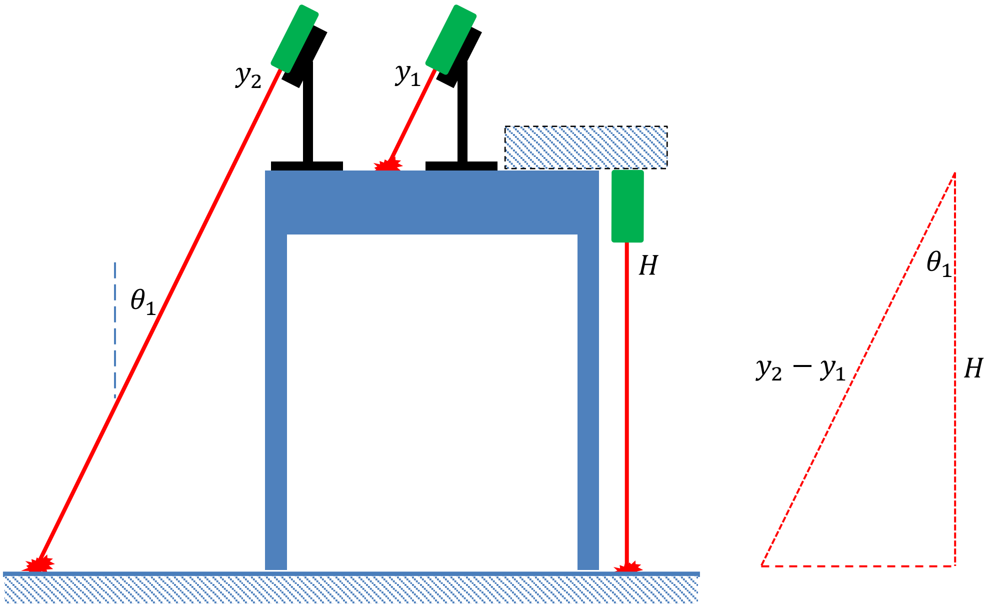
ケーブルのコアでの光の速度は、 $v_{co} = \frac{c}{n_{co}} = \frac{3{,}00 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1{,}542} = 1.95 \cdot 10^8 [\mathrm{m/s}]$

1.3a

$y_1 = 312\ \mathrm{mm} \pm 2\ \mathrm{mm},\ y_2 = 1273\ \mathrm{mm} \pm 2\ \mathrm{mm}$

1.3b

$\theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{H}{y_2 - y_1}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{907\ \mathrm{mm}}{961\ \mathrm{mm}}\right) = 19.30°$　図を参照。



レーザー点の大きさが原因で、三角形の辺の長さは非常に不正確になる事がある。
y_1, y_2, H　の誤差として $\delta = 2\ \mathrm{mm}$ を用いると、θ_1の誤差は、

$$\Delta \cos\theta_1 = \Delta\left(\frac{H}{y_2 - y_1}\right)$$

簡単な微小量の計算により、

$$\tan\theta_1 \cdot \Delta\theta_1 = \frac{\delta}{H} + \frac{2\delta}{y_2 - y_1}$$

$$\Delta\theta_1 = \frac{\left(\frac{\delta}{H} + \frac{2\delta}{y_2 - y_1}\right)}{\tan\theta_1} \cdot \frac{180°}{\pi} = \frac{\left(\frac{2}{907} + \frac{4}{961}\right)}{\tan 19{,}30°} \cdot \frac{180°}{\pi} \approx 1°$$

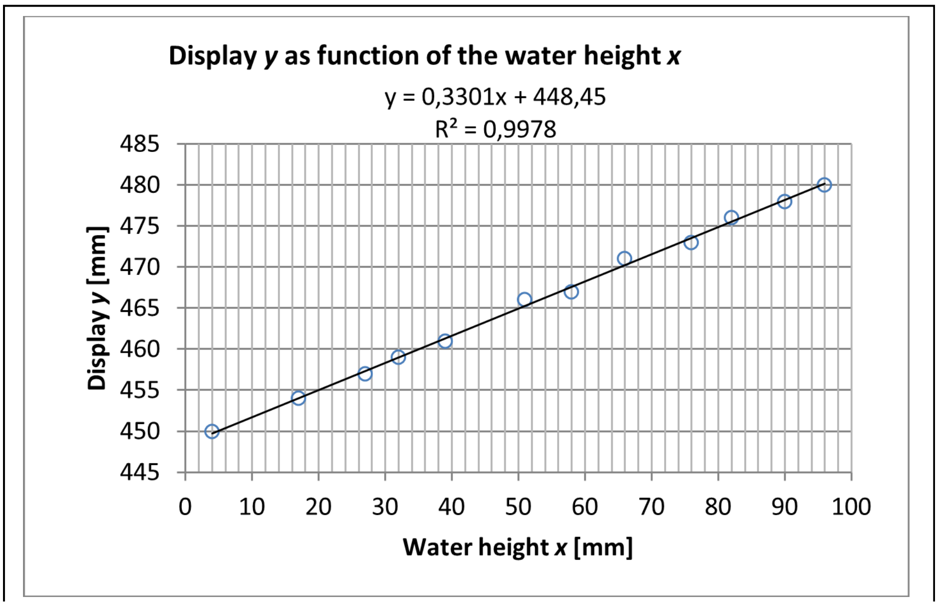
もしくは、θ_1の最小値または最大値を計算し、

$$\Delta\theta_1 = \theta_{1\max} - \theta_1 = \cos^{-1}\left(\frac{H_{\min}}{y_{2\max} - y_{1\min}}\right) = \cos^{-1}\left(\frac{905\ \mathrm{mm}}{965\ \mathrm{mm}}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{907\ \mathrm{mm}}{961\ \mathrm{mm}}\right) = 1.0°$$

$\delta = 1\ \mathrm{mm}$ $\Delta\theta_1 = 0.5°$　という解答も正解とする。

1.4a

x	y
mm	mm
4	450
17	454
27	457
32	459
39	461
51	466
58	467
66	471
76	473
82	476
90	478
96	480



1.4b

光が水面に達するまでの時間は、

$$t_1 = \frac{(h-x)/\cos\theta_1}{c}$$

水面から容器の底面に達するまでの時間は、

$$t_2 = \frac{x/\cos\theta_2}{v}$$

かかる時間の合計は、

$$t = 2t_1 + 2t_2 = 2\frac{(h-x)/\cos\theta_1}{c} + 2\frac{x/\cos\theta_2}{v} = 2\frac{h-x}{c\cos\theta_1} + 2\frac{nx}{c\cos\theta_2}$$

したがってディスプレイが示す値は、（単に $n = n_w$と書く）

$$y = ½ct + k = \left(\frac{n}{\cos\theta_2} - \frac{1}{\cos\theta_1}\right)x + \frac{h}{\cos\theta_1} + k$$

これはxの関数である。
三角関数の性質とスネルの法則を用いて、

$$\cos\theta_2 = \sqrt{1-\sin^2\theta_2} = \sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}}$$

よってグラフの傾きは、

$$\alpha = \frac{n}{\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}}} - \frac{1}{\cos\theta_1} = \frac{n^2}{\sqrt{n^2-\sin^2\theta_1}} - \frac{1}{\cos\theta_1}$$

1.4c

αはグラフの傾きから求められ、1.4b の方程式を解く事で n が求まる。

以下のようなパラメーターpを導入する。

$$p = \alpha + \frac{1}{\cos\theta_1}$$

pを用いると、方程式は、

$$p = \frac{n^2}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}$$

さらに変形して、

$$n^4 - p^2 n^2 + p^2 \sin^2 \theta_1 = 0$$

これを解くと、

$$n_{\mathrm{w}} = \sqrt{\frac{p^2 \pm \sqrt{p^4 - 4p^2 \sin^2 \theta_1}}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} p \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2\sin\theta_1}{p}\right)^2}}$$

グラフより、$\alpha = 0.3301$。よって、$p = 1.37865$ である。負の解と 1 未満の解を除き、$n_{\mathrm{w}} = 1.3437$である。

通常状態の純水における、波長$\lambda = 635$ nmのレーザー光の屈折率の公式値は、$n_{\mathrm{w}} = 1.331$である。

ちなみに、以下のような近似が成り立つ:
小さな角度θ_1において、

$$n_{\mathrm{w}} \approx \frac{\sqrt{2}}{2} p \sqrt{1 + 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{2\sin\theta_1}{p}\right)^2} \approx p\sqrt{1 - \left(\frac{\sin\theta_1}{p}\right)^2} \approx p\left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\sin\theta_1}{p}\right)^2\right)$$

とても小さな角度θ_1において、

$$n_{\mathrm{w}} \approx p \approx \alpha + 1$$

このようにθ_1が小さいと、屈折率は非常に単純な式で表されるが、水面での反射光が強くなりすぎて底面からの反射光の信号を破壊してしまうので、実験としては適切ではない。

実験問題２　2.1 光源への距離に対する太陽電池電流の依存性

$$I(r) = \frac{I_a}{1+\frac{r^2}{a^2}}$$

2.1a	r の関数としてIを測定し、その表を作成せよ。	1.0
2.1b	適当なグラフを用いて I_a と a の値を決定せよ。	1.0

slot #	r	I	$1/I$	r^2
	mm	mA	1/mA	mm^2
3	9.0	5.440	0.184	81
4	14.5	5.290	0.189	210
5	20.0	5.010	0.200	400
6	25.5	4.540	0.220	650
7	31.0	3.840	0.260	961
8	36.5	3.230	0.310	1332
9	42.0	2.730	0.366	1764
10	47.5	2.305	0.434	2256
11	53.0	1.985	0.504	2809
12	58.5	1.730	0.578	3422
13	64.0	1.485	0.673	4096
14	69.5	1.305	0.766	4830
15	75.0	1.140	0.877	5625
16	80.5	1.045	0.957	6480
17	86.0	0.930	1.075	7396
18	91.5	0.840	1.190	8372
19	97.0	0.755	1.325	9409
20	102.5	0.690	1.449	10506

$$I\left(1+\frac{r^2}{a^2}\right) = I_a$$

$$r^2 = I_a a^2 \cdot \frac{1}{I} - a^2$$

グラフの切片より、

$a^2 = 1200\ \mathrm{mm}^2 \pm 100\ \mathrm{mm}^2$,

$a = 35\ \mathrm{mm} \pm 2\ \mathrm{mm}$

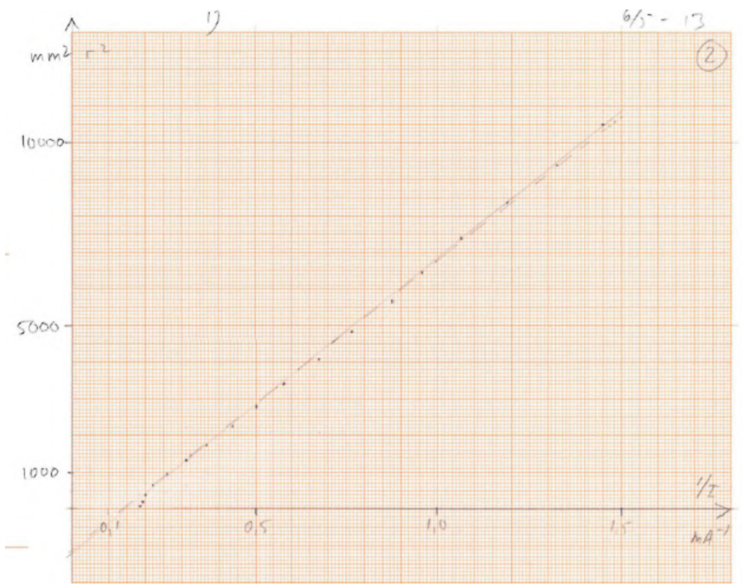
グラフの傾きより、

$$I_a a^2 = \frac{10870-0}{1.50-0.15} \cdot \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{mA}^{-1}} = 8051.85 \ldots \mathrm{mm}^2\mathrm{mA}$$

$$I_a = \frac{8051.85 \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{mA}^{-1}}}{1200\ \mathrm{mm}^2} = 6.7\ \mathrm{mA} \pm 0.5\ \mathrm{mA}$$

$$(I_a a^2)_{\min} = \frac{10700-0}{1.50-0.14} \cdot \frac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{mA}^{-1}} = 7867.6 \ldots \mathrm{mm}^2\mathrm{mA}$$

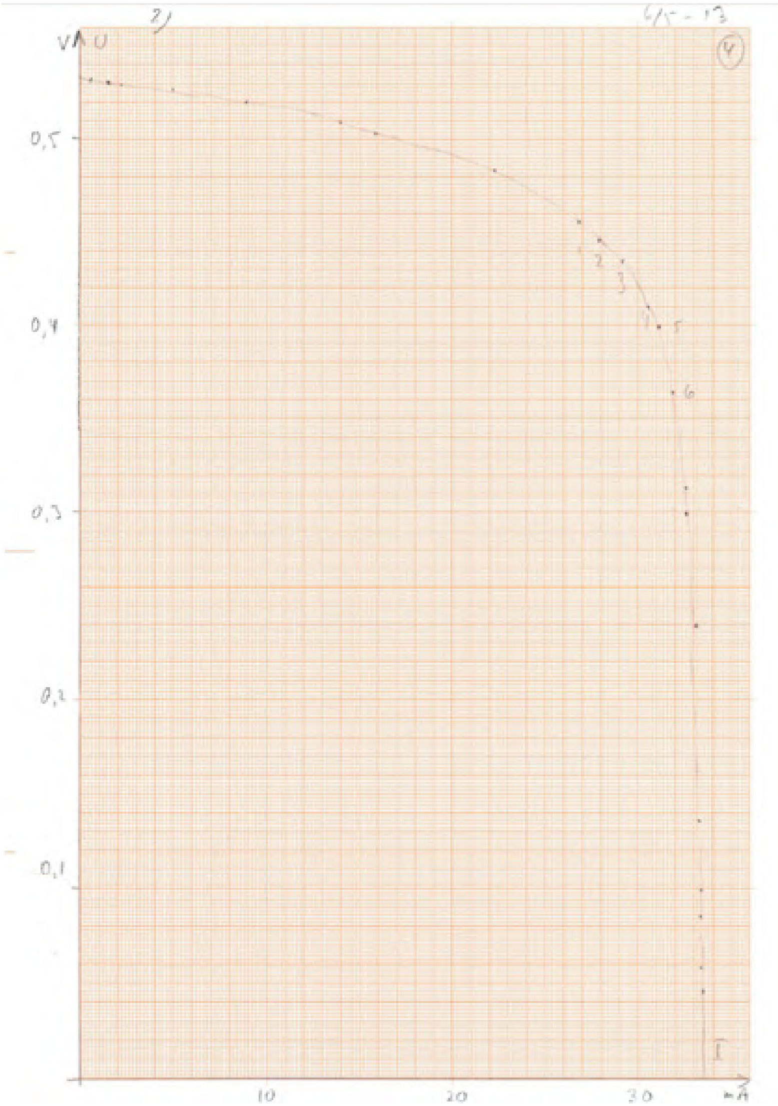
$$\rightarrow I_{a,\max} = \frac{(I_a a^2)_{\min}}{a^2{}_{\min}} = \frac{7867.6\ \mathrm{mm}^2\mathrm{mA}}{1100\ \mathrm{mm}^2} = 7.2\ \mathrm{mA}$$



2.2 太陽電池の特性

2.2a	対応する U と I の 表を作成せよ。	0.6
2.2b	電流の関数として電圧のグラフを描け。	0.8

I	U
mA	V
0.496	0.532
1.451	0.531
5.05	0.526
8.88	0.52
14.05	0.509
31.1	0.395
25.3	0.471
21.6	0.488
30.6	0.41
31.9	0.364
32.6	0.299
32.6	0.313
33.1	0.239
33.4	0.085
33.3	0.138
33.4	0.096
33.4	0.058
33.5	0.046
33.5	0.045
1.05	0.529
27.8	0.454
15.9	0.503
22.3	0.483
26.8	0.458
29.2	0.435



2.3 太陽電池の理論特性

2.3a	問 2.2b のグラフから I_{max}を決定せよ。	0.4
2.3b	上で述べた近似が成立するUの値の範囲を評価せよ。そして、与えられた太陽電池についてI_0とη の値をグラフから決定せよ。	1.2

$U = 0$ で$I = I_{\text{max}}$ であるから、$I_{\text{max}} = 33.5\ \text{mA}$

$\eta k_B T < 4 \cdot 1.381 \cdot 10^{-23}\text{J/K} \cdot 300\ \text{K} = 0.103\ \text{eV}$

$$I = I_{\text{max}} - I_0\left(\exp\left(\frac{eU}{\eta k_B T}\right) - 1\right) \approx I_{\text{max}} - I_0 \exp\left(\frac{eU}{\eta k_B T}\right)$$

$U > 0.4\ V$のとき $\exp\left(\frac{eU}{\eta k_B T}\right) > \exp(4) \gg 1$であるからこの近似は成り立つ。

両辺の対数をとって

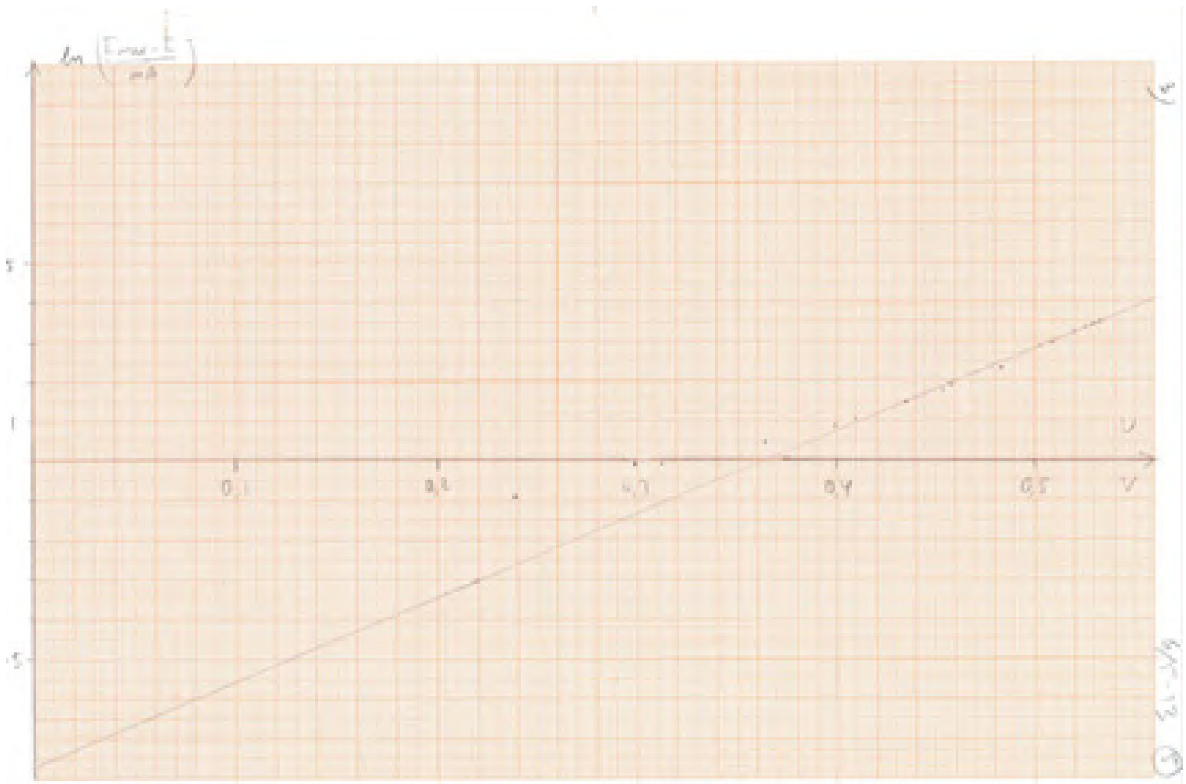
$$ln\left(\frac{I_{max} - I}{\text{mA}}\right) = \frac{e}{\eta k_B T}U - ln\left(\frac{I_0}{\text{mA}}\right)$$

$$\frac{e}{\eta k_B T} = \frac{4.03 - (-7.7)}{0.56\ \text{V}} = 20.95\ \text{V}^{-1}$$

グラフより

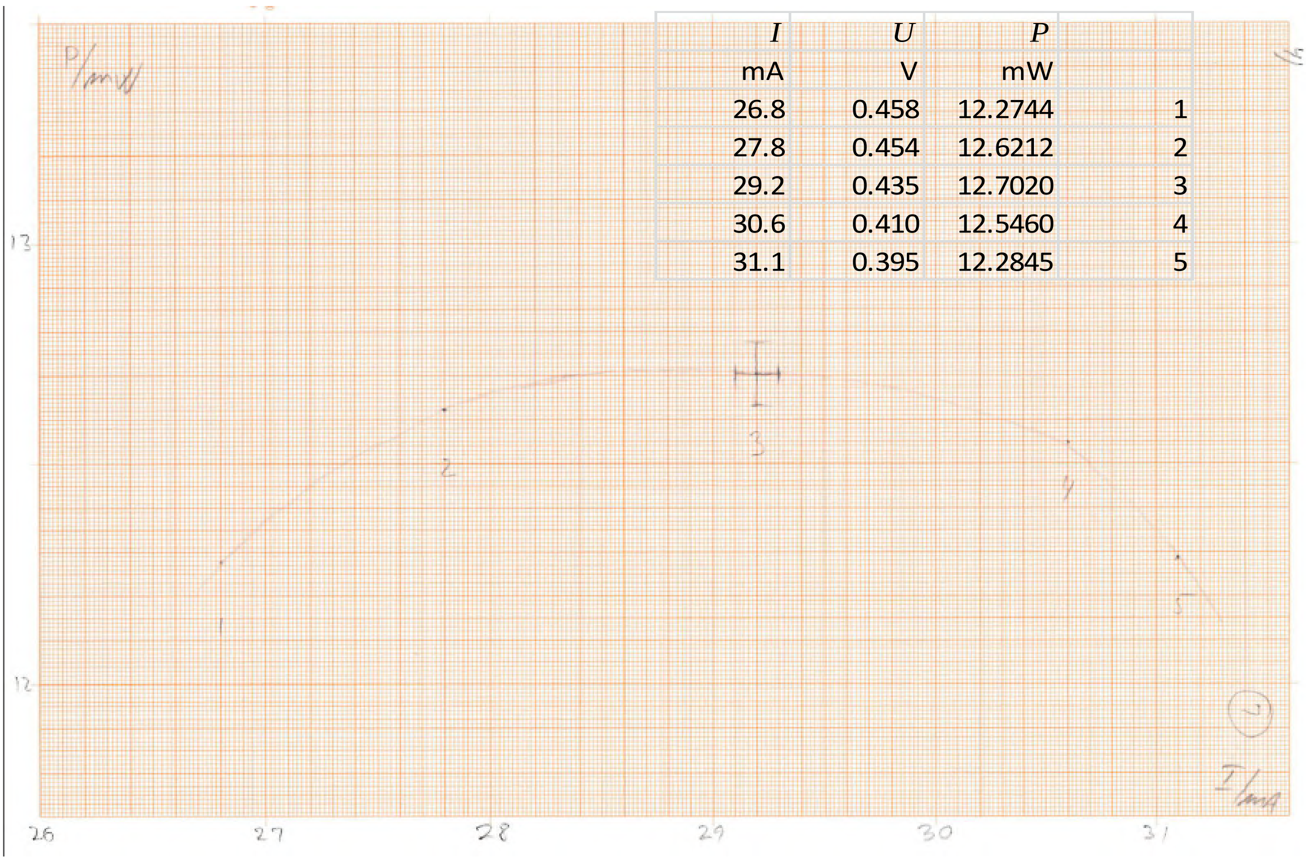
$I_0 = e^{-7.7}\text{mA} = 0.45\mu A$

$$\rightarrow \boldsymbol{\eta} = \frac{e/(k_B T)}{20.95\ \text{V}^{-1}} = 1.85$$



2.4 太陽電池の最大電力

2.4a	外部回路に供給できる太陽電池の最大電力を$P_{\max}$とする。いくつかの適当な測定により、与えられた太陽電池の$P_{\max}$を決定せよ。（問 2.2 での測定値を使ってもよい）	0.5
2.4b	最適負荷抵抗R_{opt}、つまり太陽電池がその最大電力を供給するときの全外部抵抗R_{opt}を推定せよ。誤差も含めて結果を表し、用いた方法を適当な計算とともに示せ	0.5



I	U	P	
mA	V	mW	
26.8	0.458	12.2744	1
27.8	0.454	12.6212	2
29.2	0.435	12.7020	3
30.6	0.410	12.5460	4
31.1	0.395	12.2845	5

I =$(28.8 \pm 0.2)\text{mA}$ のとき$P_{\max} = (12.7 \pm 0.1)\text{mW}$

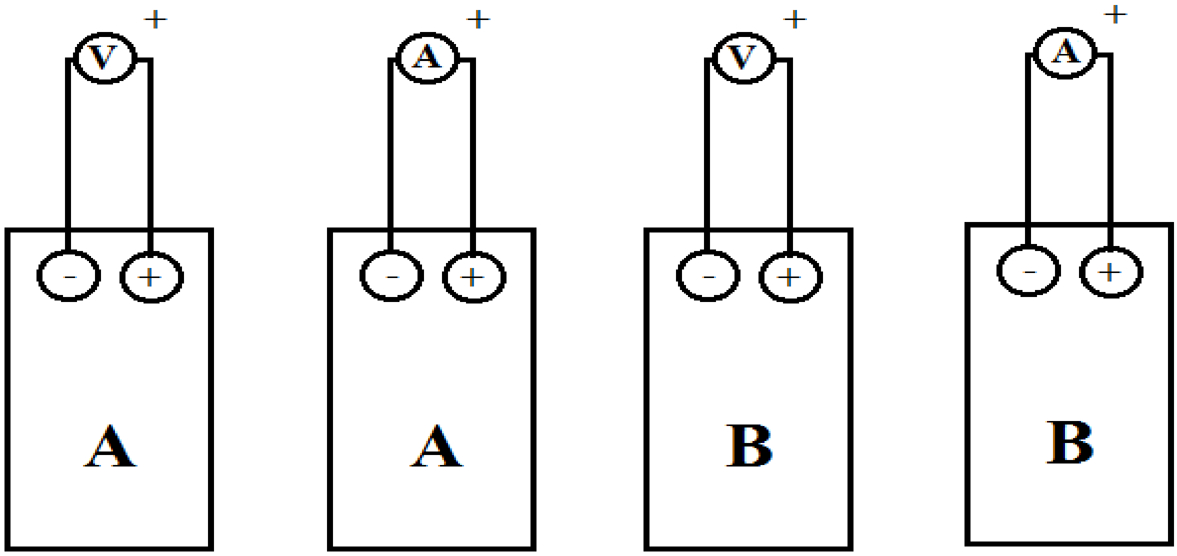
$$R_{\text{opt}} = \frac{P_{\max}}{I_{\text{opt}}^2} = \frac{12.71\,\text{mW}}{(28.8\,\text{mA})^2} = (15.3 \pm 0.3)\Omega$$

2.5 太陽電池の比較

2.5a	与えられた照射において、以下を測定せよ。 - 太陽電池 A で測定できる最大の電位差U_A - 太陽電池 A で測定できる最大の電流I_A 太陽電池 B についても、同様の測定をせよ。	0.5
2.5b	測定に用いた回路の回路図を、太陽電池と電流計または電圧計の配線が分かるように描け。	0.3

2.5a. U_A=0.512 V I_A=16.465 mA U_B=0.480 V I_B = 16.325 mA

2.5b.



2.6 太陽電池の組み合わせ

2.6	２つの太陽電池のうち１つが遮へい板（図 2.1 の J）で覆われているとき、外部回路に対して最も高い出力を与えることができるのは，２枚の太陽電池の４種類の接続方法のどれか決定しなさい。**ヒント**：それぞれの接続方法で測定された、最大電圧と最大電流をもとに計算することで，最大出力を推定できる。対応する回路図も描きなさい。	1.0

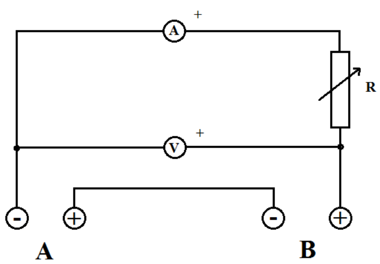
2 つの方法がある。

<u>方法 1:</u> 可変抵抗の抵抗値を一定にして、一定の外部抵抗に見立てる。

<u>方法 2:</u> 問題文のヒントを利用して、そのまま最大電圧 U と最大電流 I を別々に測定する。（可変抵抗は使用しない。）

以下では方法 1 のみの測定方法が示されている。

a.



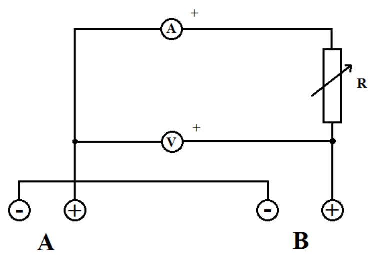
遮蔽なし (ほどよい P になるよう R を調整する)

13.10 mA; 0.794 V; 10.4 mW

A を遮蔽: 0.37 mA; 0.022 V

B を遮蔽: 0.83 mA; 0.049V

b.

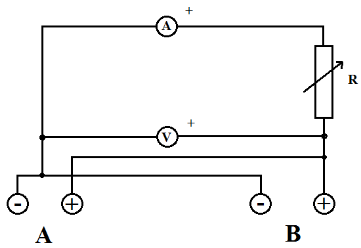


a 図と同じ大きさの R で

A を遮蔽: 1.47 mA; 0.088V

B を遮蔽: -2.82 mA; -0.170 V

c.

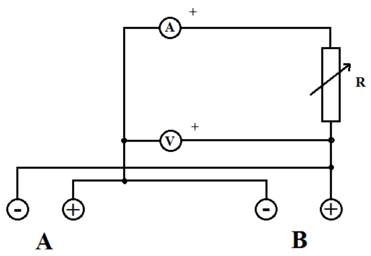


a 図と同じ大きさの R で

A を遮蔽: 6.89 mA; 0.415 V

B を遮蔽: 6.905 mA; 0.4165 V

d.



a 図と同じ大きさの R で

A を遮蔽: 7.14 mA; 0.436 V

B を遮蔽: -7.76 mA; -0.474 V

結論：最大電力は、d 図で B を遮蔽したときに得られる。（太陽電池 A のほうがわずかに B より出力が高い）

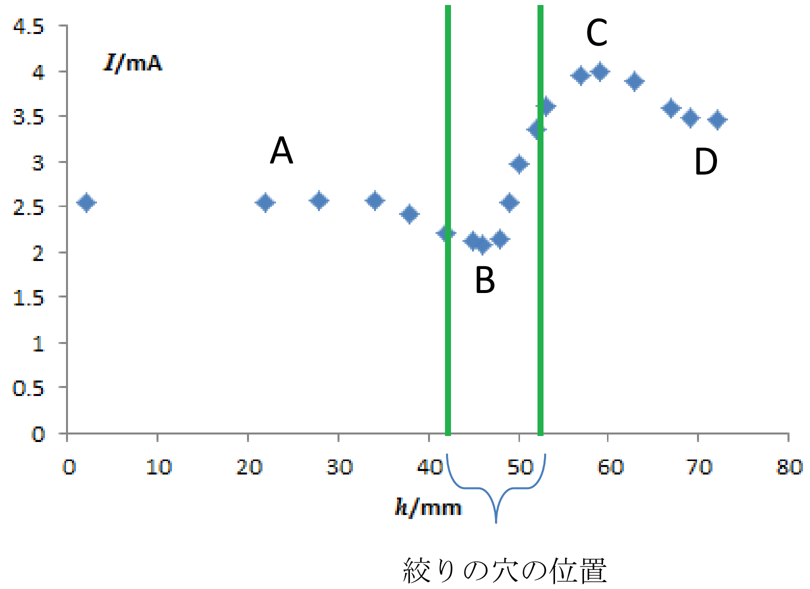
(2.7 は次のページ)

2.7 光学容器(大きな透明容器) の太陽電池の電流に対する効果

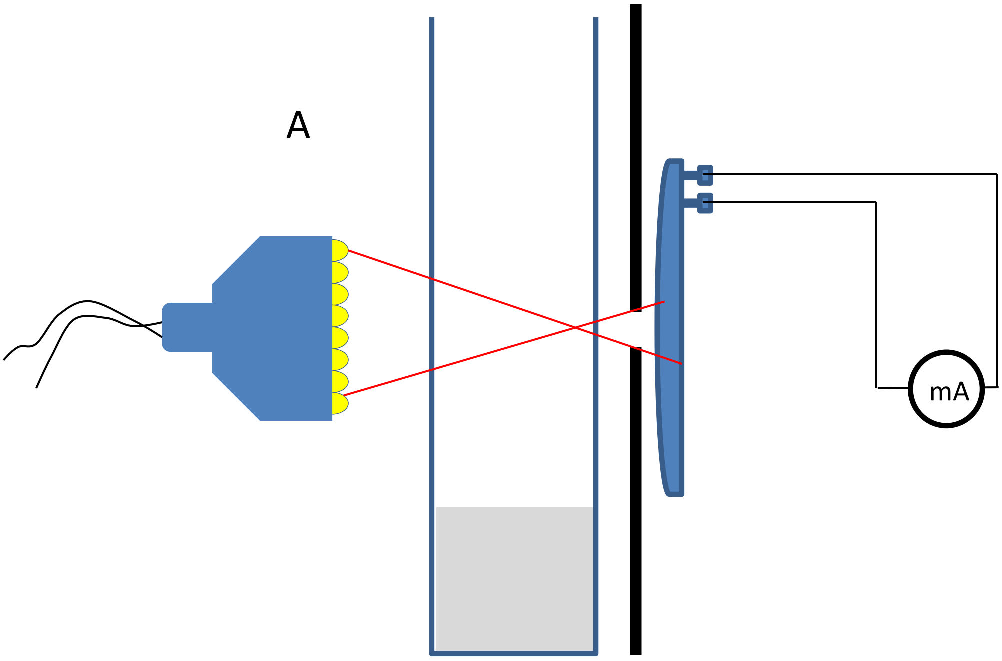
2.7a	光学容器の中の水の高さ h の関数として電流 I を測定しなさい。図 2.8 を見よ。測定値の表を作りグラフを描きなさい。	1.0
2.7b	グラフがなぜそのように形になるか，図と記号だけを用いて説明せよ。	1.0
2.7c	この配置で，以下のことをしなさい： - 光源と太陽電池間の距離 r_1 と電流 I_1 を測定しなさい。 - 円形絞りのすぐ前に空の光学容器を置き，電流 I_2 を測定しなさい。 - 光学容器のほぼいっぱいまで水を入れて電流 I_3 を測定しなさい。	0.6
2.7d	2.7c の測定結果を用いて，水の屈折率 n_w を求めよ。その方法を適当な図と方程式で示せ。追加の測定をしてもよい。	1.6

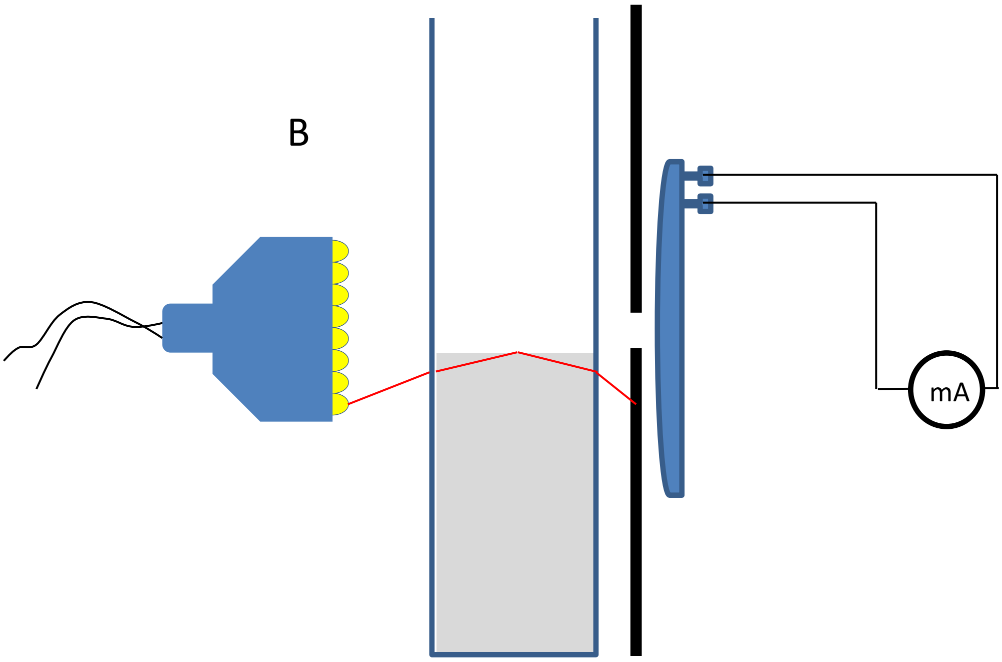
2.7a

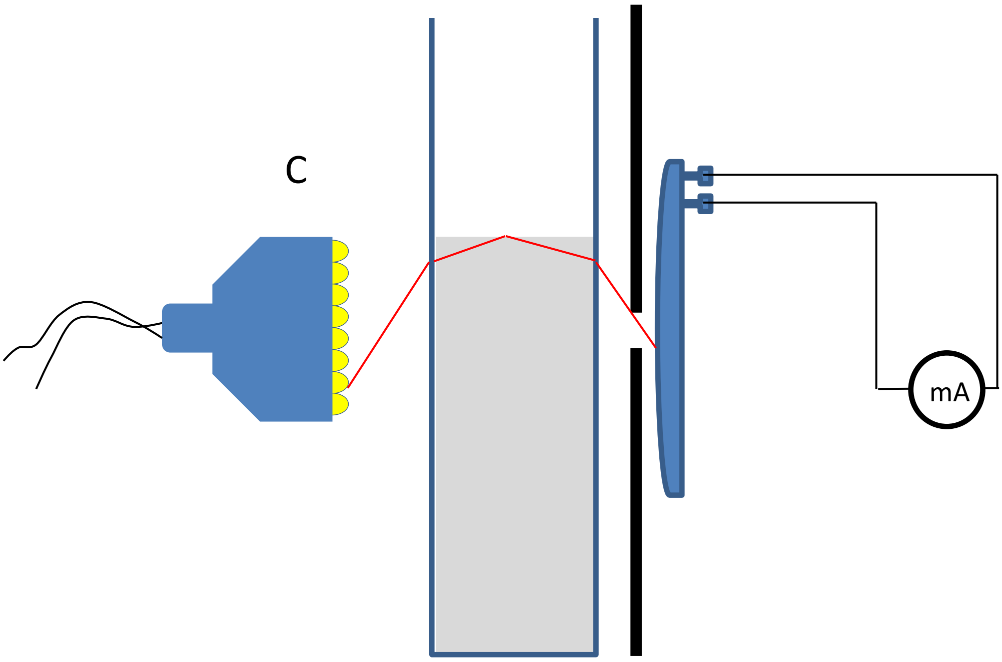
h	I
mm	mA
2	2.54
22	2.55
28	2.56
34	2.57
38	2.42
42	2.21
45	2.13
46	2.08
48	2.15
49	2.54
50	2.97
52	3.36
53	3.61
57	3.96
59	3.99
63	3.89
67	3.6
69	3.49
72	3.47

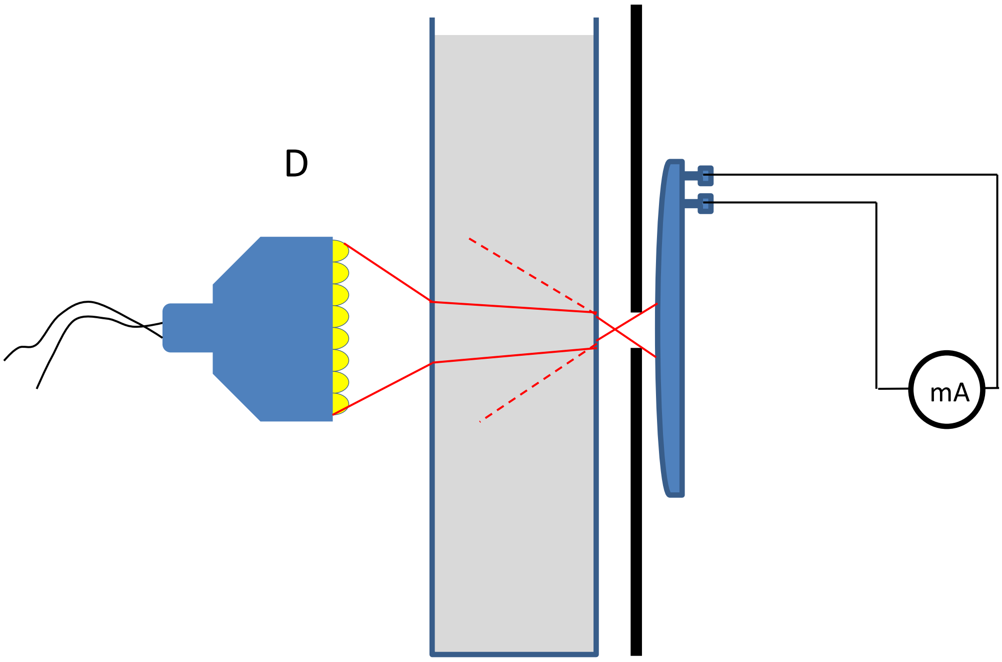


2.7b *模範例*　前のグラフの、位置 A,B,C,D における図:






C
mA

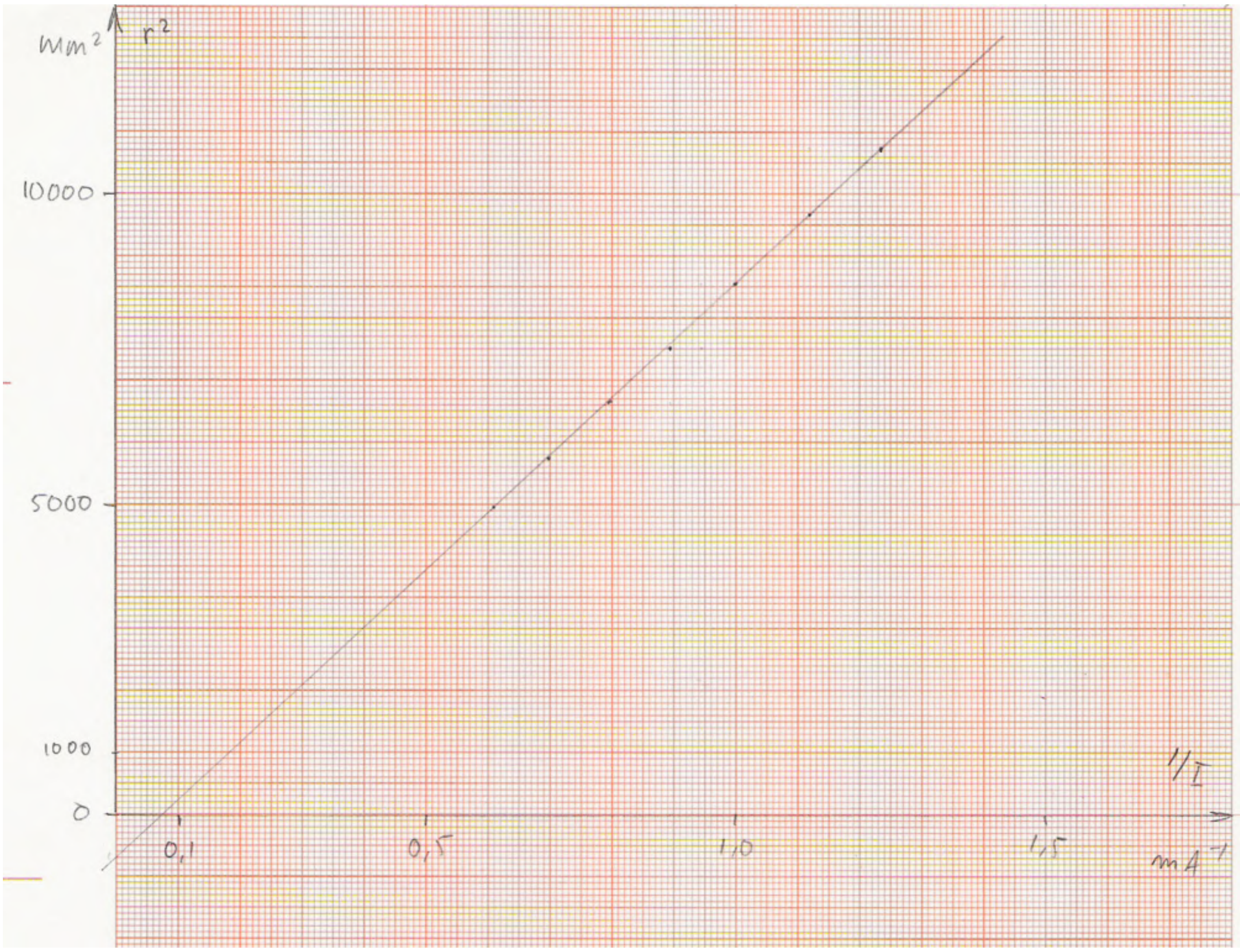

D
mA

2.7c 注意: 模範解答例の測定は 2.1 とは違う光源により行っている。2.7d の解答にあたって距離のグラフ（r と I のグラフ）を使用するときは、以下のグラフを参照しなければならない。

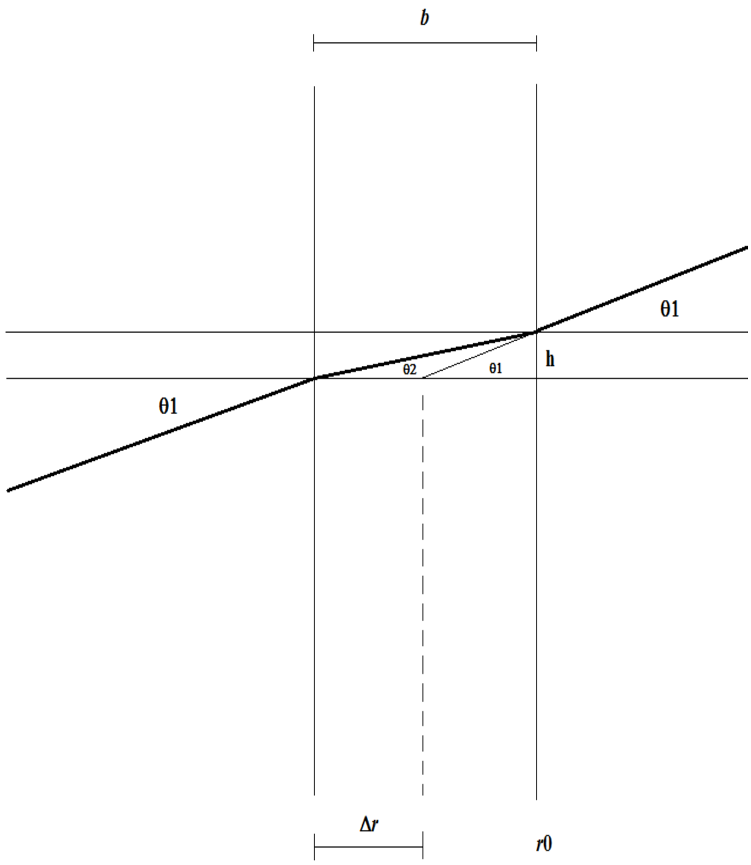
$r_1 = 103.5$ mm; $I_1 = 0.81$ mA; $I_2 = 0.705$ mA; $I_3 = 0.85$ mA

$\frac{1}{I_3} \cdot \frac{I_2}{I_1} = 1.024\ \mathrm{mA}^{-1}$であるから、このときグラフより、
$r_c^2 = 8800\ \mathrm{mm}^2 \rightarrow r_c = 93.8$ mm

r_cは、水がなくて電流I_3が流れたとしたときの光源と太陽電池間の距離である。（つまり、2.7d の解説の図で光が下側のルートをたどったときの距離である。上側のルートはr_1に相当する。）$\frac{1}{I_3}$を$\frac{I_2}{I_1}$倍しているのは、容器の効果を補正するためである。



2.7d



図において、（h は前出のものと関係ない。）

$$h=(b-\Delta r)\tan\theta_1=b\tan\theta_2 \Rightarrow \frac{b}{b-\Delta r}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}\approx\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=n,$$ （なぜなら $\theta_2<\theta_1<<1$）

$$n_w \approx \frac{b}{b-\Delta r}=\frac{b}{b-(r_1-r_c)}=\frac{26.0\ \mathrm{mm}}{26.0\ \mathrm{mm}-(103.5-93.8)\mathrm{mm}}=1.6$$

注意:これより良い結果が得られるかもしれない。この方法では、Δrを求めるのに大きな数どうしの差をとっているので、誤差が比較的大きい。

実際に装置を動かして変化を測定し、直接測定したデータを使い内挿するという別の方法もある。