



The 41st International Physics Olympiad
Croatia
Theoretical Competition
Monday, July 19th 2010

まず、以下の指示を読んで下さい。

1. 理論試験は5時間です。大問は3題あり、それぞれ **10点満点**です。
2. 与えられた鉛筆のみを用いなさい。
3. 用紙の表（おもて）側のみを用いなさい。
4. 解答には提供された**解答用紙**を用いなさい。数値の結果は、データにふさわしい桁数で書きなさい。**単位を書くのを忘れてはいけません。**
5. 追加の下書き用紙も提供されます。解答に必要と思うこと、および、評価して欲しいと思うことは下書き用紙に書きなさい。ただし、**文章はできるだけ少なくし**、なるべく方程式や数字、図やグラフを使いなさい。
6. まず、それぞれの用紙の上部の欄に、あなたの国番号（**Country Code**）と学生番号（**Student Code**）を書きなさい。さらに、各々の問題の下書き用紙には問題番号（**Problem No.**）、問番号（**Task No.**）、現在のページ番号（**Page No.**）と総ページ数（**Total No. of pages**）を記入しなさい。もし、下書き用紙に書いた事柄を評価対象外としたい場合、その下書き用紙を破棄しないこと。かわりに、下書き用紙全体に大きな×印を書いて、その下書き用紙にはページ数を記入しないこと。
7. 試験の最後に、各々の問題のすべての用紙を以下の順序で並べなさい。
 - はじめに解答用紙；
 - 使用した下書き用紙（順番に並べること）；
 - 評価対象外としたい下書き用紙（大きな×印を書いておくこと）
 - 最後に、使用していない下書き用紙と印刷された問題用紙

各々の問題の用紙を、問題の順序に並べ、ページ番号を書きなさい。用紙は準備されたクリップではさみ、すべて机の上に置きなさい。**いかなる用紙も室外に持ち出してはいけません。**

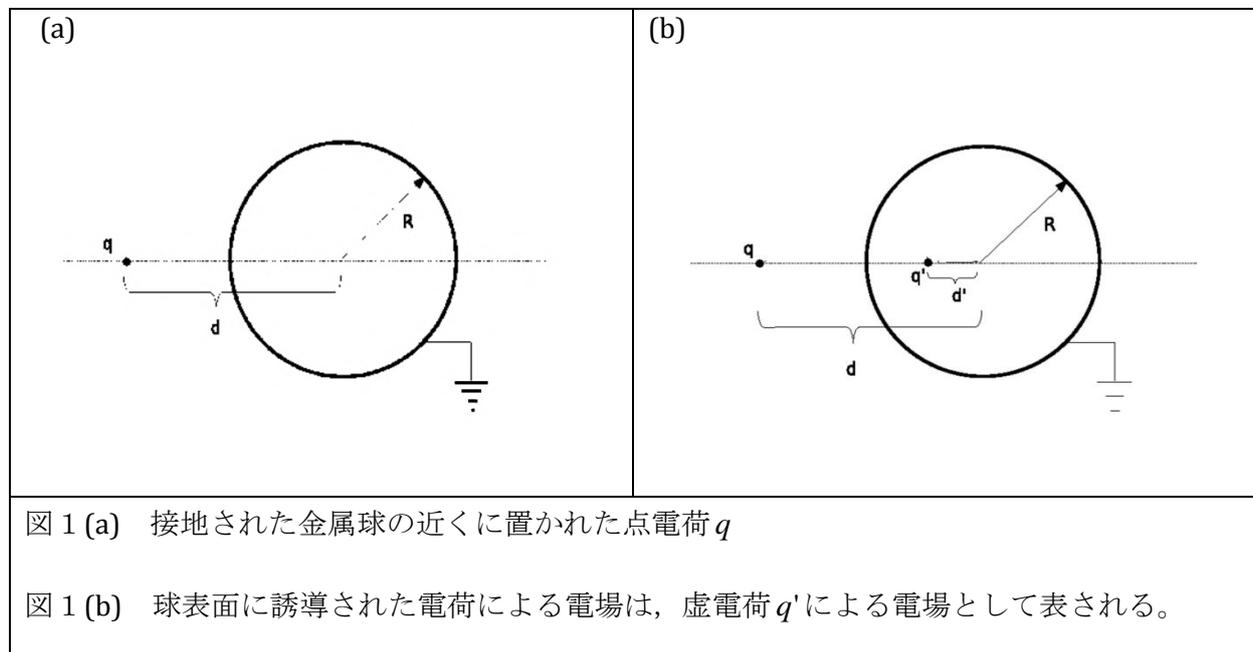
第 1 問. 金属球による鏡像

導入 - 鏡像法

図 1 (a)に示されているように、接地された金属球（半径 R ）の近くに点電荷 q が置かれており、その結果として金属球の表面に電荷が誘導されて現れる。なお、接地点および無限遠点の電位（静電ポテンシャル）をゼロとする。表面電荷による電場や電位をそのまま計算せずに、鏡像法と呼ばれる方法を用いて、簡単に計算を行う。鏡像法では、金属球の表面に分布した電荷による電場と電位は、金属球の内側に置かれた 1 つの点電荷 q' （虚電荷）による電場と電位として表される。

注 1) 虚電荷 q' は、金属球の外側（表面を含む）の電場と電位のみを再現する。

注 2) 鏡像法の原理の証明は必要としない。



問 1 - 鏡像法

この問題において対称性を考えると、点電荷 q' は、点電荷 q と金属球の中心を通る直線上にあることがわかる（図 1 (b)）。

- a) 金属球の表面での電位の値を答えよ。 (0.3 点)
- b) q' 、および q' の球の中心からの距離 d' を、 q 、 d 、 R を用いて表せ。 (1.9 点)
- c) q' が q に及ぼす力の大きさを求めよ。また、この力は斥力 (Yes) か、引力 (No)

かを答えよ。

(0.5 点)

問 2 – 静電場の遮蔽 (しゃへい/スクリーニング)

図 2 のように、接地された金属球 (半径 R) の中心から距離 d の位置に、点電荷 q がある。ここで、点 A は q と金属球の中心を結んだ直線上にあり、金属球の反対側にある。また、 q から点 A までの距離は r である。点 A における電場として、 q からの電場のみならず、金属球の表面に誘導された電荷から及ぼされる電場も考える。

- a) 点 A での合成の電場ベクトルを求めよ。その際、ベクトルの正の向きを示して、その向きの単位ベクトルを用いて表せ。 (0.6 点)
- b) r が d よりも十分大きいとき ($r \gg d$)、点 A での合成電場の表現を、次の近似式を用いて求めよ。 a を 1 に比べて十分に小さな値 ($a \ll 1$) としたとき、 $(1+a)^{-2} \approx 1-2a$ と近似できる。 (0.6 点)
- c) 前問(b)の条件のもとで ((b)の結果を用いて) 考える。点 A での合成電場がゼロになるためには、 d をどのような値に近づければよいか。 (0.3 点)

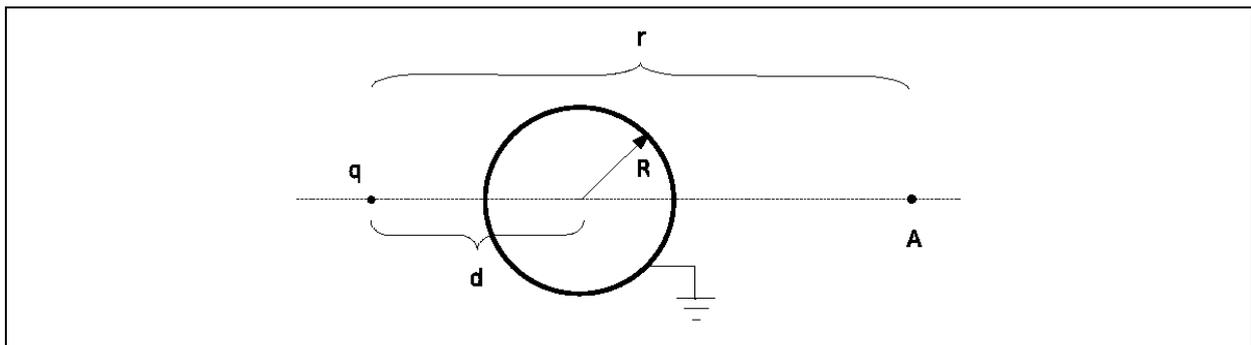


図 2 点 A での電場は、接地された金属球によって遮蔽されている。

問 3 – 接地された金属球のつくる電場中での微小振動

質量 m の点電荷 q が、壁に取り付けられた細くて軽い糸 (長さ L) につながれ、それが接地された金属球の近くにある。この壁の静電的な効果は無視してよい。この点電荷の運動が単振り子となる (図 3)。糸が壁に取り付けられている点の位置は、球の中心から l の距離にある。重力の影響は無視する。

- a) 与えられた角度 α の位置にある q に働く静電気力の大きさを求めよ。また、その向きを、図を描いて示せ。 (0.8 点)

- b) この力の、糸に対して垂直方向に働く力の成分を、 l , L , R , q , α を用いて表せ。
(0.8 点)
- c) この振れ角が小さいとして、振り子の角振動数を求めよ。
(1.0 点)

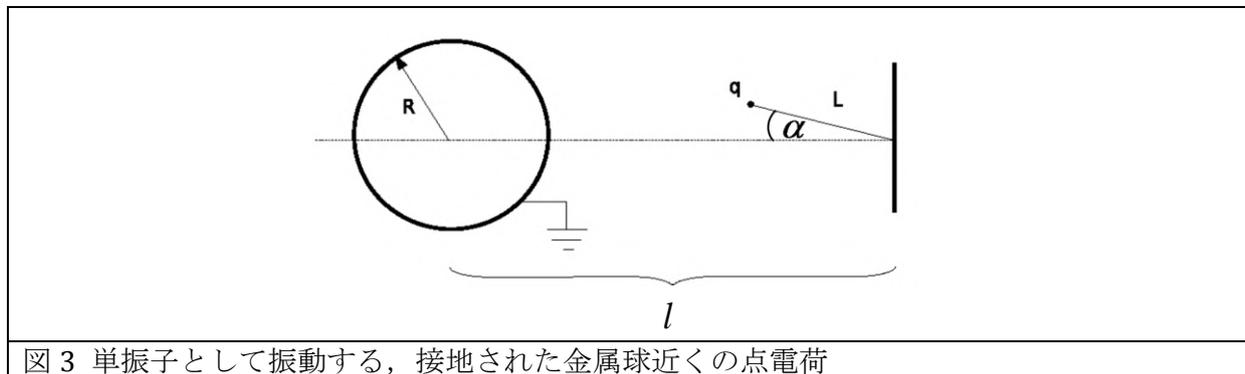


図 3 単振子として振動する、接地された金属球近くの点電荷

問 4 – 系の静電エネルギー

電荷の分布は、この系の静電エネルギーを知るために重要である。この問題 (図 1(a)) を解くには、外部の点電荷 q と球の表面に誘導される電荷との間の静電エネルギー、それと誘導された電荷どうしの相互作用による静電エネルギーの 2 つを知る必要がある。電荷を q , 球の半径を R , それに距離を d として、次の各静電エネルギーを求めよ。

- a) 電荷 q と球の表面に誘導される電荷との間の静電エネルギー。
(1.0 点)
- b) 金属球に誘導された電荷間の静電エネルギー。
(1.2 点)
- c) この系の全静電エネルギー。
(1.0 点)

ヒント: 問 4 を解くにはいくつかの方法がある。

(1) ある方法を用いる場合、次の積分を用いてもよい。

$$\int_d^{\infty} \frac{x dx}{(x^2 - R^2)^2} = \frac{1}{2} \frac{1}{d^2 - R^2}.$$

(2) もう 1 つの方法を用いる場合、点 \vec{r}_i ($i=1, \dots, N$) にある N 個の電荷 q_i の集合に対して、すべての対の静電エネルギーの和は、

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}.$$

と表される。

第 2 問. 煙突の物理

導入

図 1 のように、燃焼の際に生成された気体が、断面積 A 、高さ h の高い煙突を通して温度 T_{Air} の大気中に放出される。固体が燃やされる炉の中の温度は T_{Smoke} であり、炉の中で単位時間あたりに生成される気体の体積は B である。

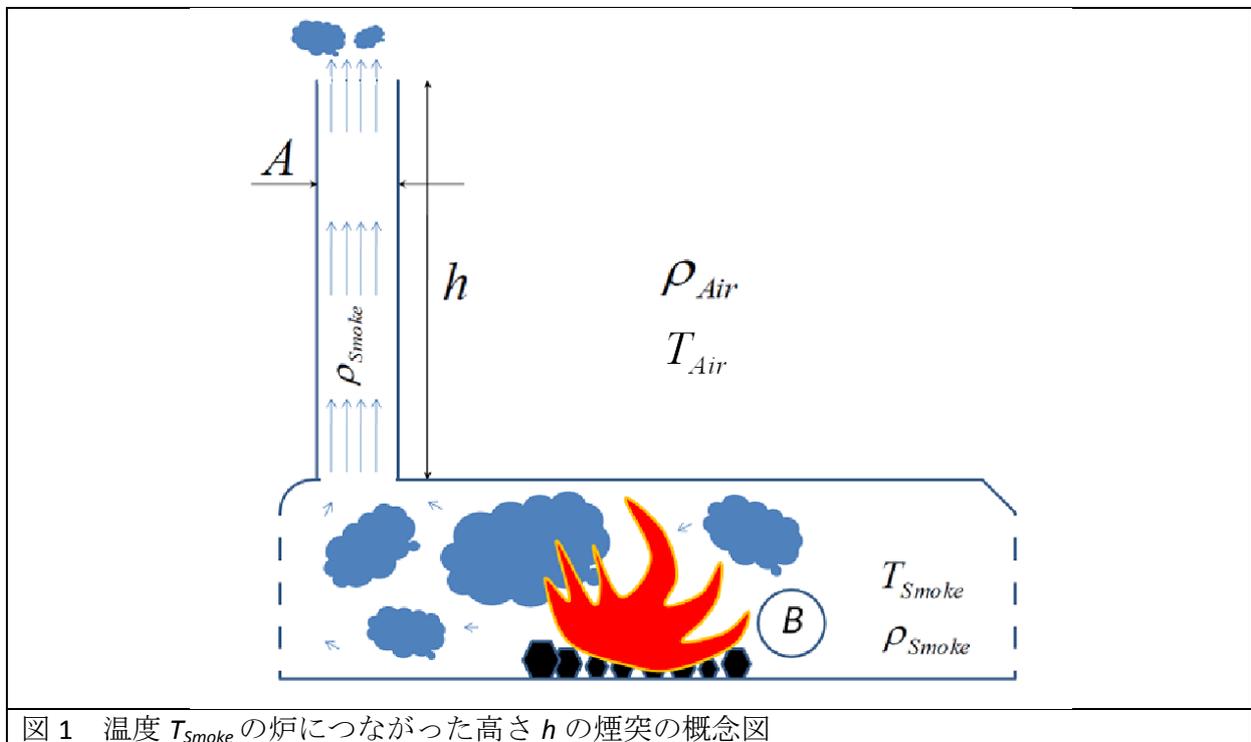
次のことを仮定する。

- 炉の中の気体の速度は無視できるほど小さい。
- 気体（煙）の密度は、同じ温度と圧力の下での大気の密度とかわらない。気体は理想気体とする。
- 空気の圧力は、静水圧の法則にしたがって変化する。高度による空気密度の変化は無視する。
- 気体の流れは、ベルヌーイの定理に従うとする。ベルヌーイの定理は、

$$\frac{1}{2}\rho v^2(z) + \rho g z + p(z) = \text{定数},$$

で表され、この左辺の値が流れの全ての位置で保存される。ここで、 ρ は気体密度、 $v(z)$ は気体の速度、 $p(z)$ は圧力、 z は高度を示している。

- 煙突を通る気体密度の変化は無視できるほど小さい。



問 1

- a) 煙突が十分に機能する（炉で生成された気体がすべて煙突から排出される）ための煙突の高さの最小値の表式を求めよ。結果は B , A , T_{Air} , $g=9.81\text{m/s}^2$, $\Delta T=T_{\text{Smoke}}-T_{\text{Air}}$ を用いて表せ。

重要：以下のすべての問では、煙突の高さはこの最小値とする。 (3.5 点)

- b) 2 つの煙突が、同じ目的に役立つように建てられている。この 2 つの煙突の断面積は等しいが、異なる地域で働くようにつくられている。1 つは、平均の外気温が $-30\text{ }^\circ\text{C}$ の寒い地域で働くように、他の 1 つは、平均の外気温が $30\text{ }^\circ\text{C}$ の暖かい地域で働くようにつくられている。炉の温度は $400\text{ }^\circ\text{C}$ である。寒い地域で働くように設計された煙突の高さが 100 m のとき、他の暖かい地域の煙突の高さを計算せよ。

(0.5 点)

- c) 寒い地域で働くように計算された煙突を考える。煙突の断面積が高さによって変化しないものとする。気体の速度は煙突に沿った高さによってどのように変化するか？ グラフの概略を描け。その際、煙突に気体が挿入された点を示せ。グラフの縦軸、横軸に、値を記入する必要はない。

(0.6 点)

- d) 気体の圧力は煙突に沿った高さによってどのように変化するか？ その圧力を煙突に沿った高さの関数として表せ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

(0.5 点)

太陽熱による発電所

煙突の中の気体の流れの物理は、太陽熱発電に発展させることができる。これを太陽煙突という。図 2 は、このアイデアを図示したものである。

太陽熱エネルギーが、図 2 にあるように、集熱部の下の領域 S で、外部から定常的に入ってくる空気を温める。この温められた空気は、煙突の中を上昇し（煙突内の矢印）、集熱部へ周囲から新しい冷たい空気が流れ込む（太い点線の矢印）。このように、空気は定常的に集熱部と煙突を流れることになる。この煙突を通過する空気の流れがタービンを動かし、それにより電気エネルギーをつくり出す。（水平面の）単位面積あたり、単位時間あたりの集熱部に届く太陽放射エネルギーを G とする。受けたエネルギーは集熱部の下にある空気を温めることにすべて使われるものとする。空気の比熱（単位質量の熱容量）を c とし、 c の温度依存は無視できるとする。太陽煙突の効率は、空気の流れによる力学的エネルギーと、煙突に新たに流入する空気が太陽熱によって熱として取り入れる太陽エネルギーとの比によって定義する。

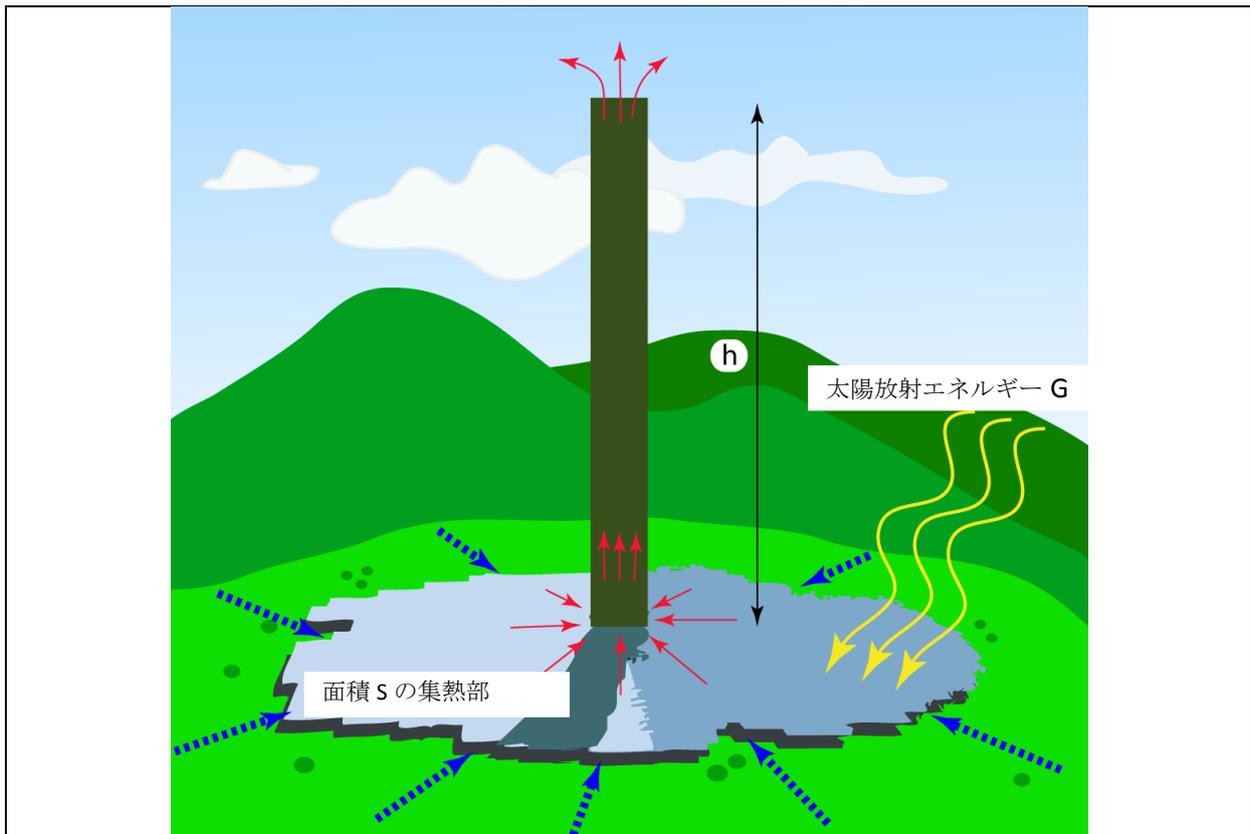


図 2 太陽煙突発電の概念図

問 2

- a) 太陽煙突の効率を与える表式を求めよ。 (2.0 点)
- b) 煙突の高さによって変換効率がどのように変化するか、グラフの概略を描け。グラフの縦軸，横軸に値を記入する必要はない。 (0.4 点)

マンザニラの実験煙突

スペインのマンザニラに建設された，太陽実験煙突は，高さが 195m，半径 5m である。その集熱部は直径 244m の円形である。この太陽煙突の運転中での空気の比熱は $1012 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ で，その熱い空気の密度は約 $0.9 \text{ kg}/\text{m}^3$ ，その大気の大気温度は $T_{\text{Air}} = 295 \text{ K}$ である。マンザニラでの晴れた昼間における，水平面の単位面積あたりの太陽光の強さは $150 \text{ W}/\text{m}^2$ である。

問 3

- a) 太陽実験煙突の発電効率は何のくらいか。その数値を求めよ。 (0.3 点)
- b) どのくらいの電力が実験煙突では生み出されているか。その電力の数値を求めよ。 (0.4 点)
- c) 晴れた日には，実験煙突ではどの位のエネルギーを生み出すことができるだろうか。1日8時間晴れているとして，kWhの単位で求めよ。ただし，1kWhのエネルギーとは，1kWの電力で1時間に発熱するエネルギーのことである。 (0.3 点)

問 4

- a) 周囲の冷たい空気が煙突内に流れ込むとき，空気の温度はどの程度上昇するか。太陽煙突に対する一般的な表式を求め，その数値の概数を求めよ。 (1.0 点)
- b) この系に，単位時間あたり流れ込む空気の質量を数値で求めよ。 (0.5 点)

金属球による鏡像 - 解答用紙

Country code	Student code

重要： 点数欄は採点のために空白にしておくこと。

問 1	点数
a)	
b)	
c)	
Yes No	

Country code	Student code

問 2		点数
a)		
b)		
c)		
問 3		点数
a)		
b)		
c)		

Country code	Student code	

問 4	点数
a)	
b)	
c)	
Total:	

煙突の物理 - 解答用紙

Country code	Student code

重要: 点数欄は採点のために空白にしておくこと。

問1	点数
a)	
b)	
c)	
d)	

Country code	Student code

問 2	点数
a)	
b)	
問 3	点数
a)	
b)	
c)	

A 解答用紙 - 理論問題 第 2 問 - 煙突の物理

3 / 3

Country code	Student code

問 4		点数
a)		
b)		
Total:		

原子核の簡単なモデル - 解答用紙

Country code	Student code

重要： 点数欄は採点のために空白にしておくこと。

問1		点数
a)		
b)	$\rho_m =$	
	$\rho_c =$	
	$R =$	
問2		点数

Country code	Student code

問 3		点数
a)		
b)		
問 4		点数
a)		
b)	$E_{kin}(A=100)=$ $E_{kin}(A=150)=$ $E_{kin}(A=200)=$ $E_{kin}(A=250)=$ 原子核の分裂に必要な条件:	

Country code	Student code

問 5	点数
a)	
b)	
$E_\gamma =$	
$E_{\text{recoil}} =$	
$E_{\text{detector}} =$	
Total:	