

理論第 1 問

水力米つき機

A. はじめに

米は、ほとんどのベトナム人にとって主食である。稲から白米とするためには、殻粒から殻を取り玄米とし（これを脱穀という）、さらに、玄米の種皮を剥し白米とする（これを精米という）作業がある。ベトナムの北部にある山岳地帯では、水流が豊富であることもあって、精米作業に水力米つき機を用いている。この水力米つき機を図 1 に示し、その機能を図 2 に示した。

B. 米つき機の概要とその機能

1. 概要

ベトナム式米つき機（図 1）は次の 2 つの部分からなる。

臼（桶）：玄米を入れる木製の器

てこ：一方が太く、他方が細くなっている木材

この「てこ」は、柱につけた水平軸のまわりに回転する。杵（きね、打ち棒）は、「てこ」の細いほうの端に垂直に付けられている。杵は、「てこ」が水平になっているときに臼の中の米をつくような長さにつくられている。「てこ」の太いほうの端の内部は婉曲に削られており、水の溜まるバケツを形成している。このバケツの形状が、米つき機にとって本質的である。

2. 機能

米つき機には 2 つの状態がある。

機能する状態：この状態では、臼は図 2 に示される作業サイクルを通して叩かれている。米打ち機の機能は、図 2 の過程(f)で杵が米を打つことである。何らかの理由で、杵が米に当たらないとき、米打ち機は機能していないと言う。

「てこ」が持ち上げられたままで機能しない状態：図 2 の作業サイクルの過程(c)では、傾斜角 α が増加すると、バケツの中の水の量は減少する。ある時間経過して、水の量が「てこ」の重さとちょうどつり合った瞬間の傾斜角を β とする。「てこ」が角 β になり、その角速度がゼロであると、「てこ」は永久にこの位置に保たれる。これは「てこ」が持ち上げられたまま静止した状態である。バケツに流れ込む水の流量 ϕ がある値 ϕ_2 を超えると、この機能しない状態は安定である。別の言い方をすれば、 ϕ_2 は米打ち機が作動する状態にならない最小の水の流量である。



図 1
水力米つき機

水力米つき機の作業過程

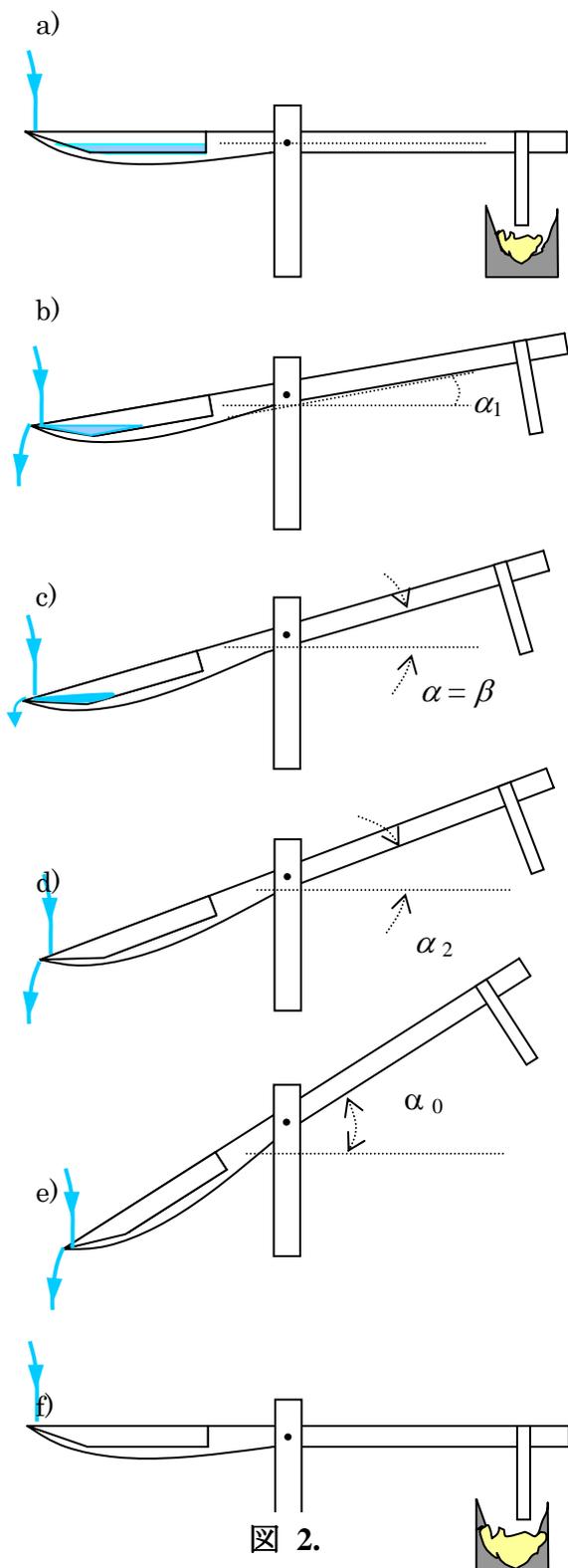


図 2.

a) はじめバケツの中には水はなく、杵は臼の上で静止している。水がバケツの中に少量流れ込むが、「てこ」はある時間までは水平を保っている。

b) バケツの中に水がある量溜まると、杵は持ち上がる。「てこ」が傾くため、水はバケツの左端に流れて集まり、「てこ」は急速にさらに傾く。 $\alpha = \alpha_1$ になると水は流出し始める。

c) 角 α が増加すると、さらに流れ出る。角 α が $\alpha = \beta$ になると、水平軸のまわりの力のモーメント(トルク)はゼロになる。

d) 角 α は増え続け、バケツの水が流出し続け、バケツは空になる。

e) 角 α は慣性により増え続ける。バケツの形状から、水はバケツの中に落ちても直ちに流れ出る。角 α の慣性による運動は、 α が最大値 α_0 に達するまで続く。

f) バケツの水がないので、「てこ」の重さにより、「てこ」は、はじめの水平な位置に戻る。杵は臼の中の米を打ち、新たなサイクルが始まる。

C. 問題

次のようなパラメータを用いて水力米つき機を考える (図 3)。

「てこ」の質量 (杵を含むが、水は含まない) は、 $M = 30 \text{ kg}$ とする。

「てこ」の重心を G とする。「てこ」は軸 T (図では点 T となっている) を中心として回転する。

軸 T のまわりの「てこ」の慣性モーメントは、 $I = 12 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ とする。

バケツに水があるときは、水の質量を m と書き、水の重心を N とする。

水平軸からの「てこ」の傾斜角を α とする。

米つき機とバケツに関する長さの計測値を図 3 に示す。

回転軸の摩擦と水のバケツへの落下による力は無視する。この問題では、水面は常に水平と近似する。

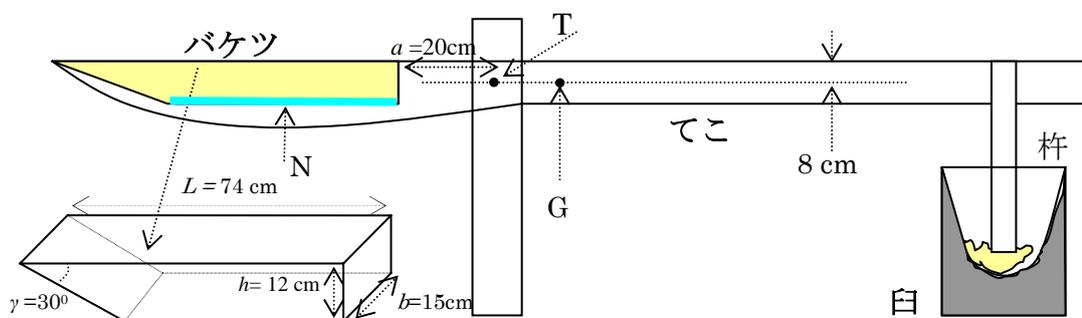


図 3. 米つき機の大きさ与设计

1. 米つき機の構造

最初、バケツは空であり、「てこ」は水平な位置にある。そして、水がバケツに流れ込み、やがて、「てこ」は回転を始める。このときのバケツ中の水の量は $m = 1.0 \text{ kg}$ である。

1.1. 「てこ」の重心 G から、「てこ」の回転軸 T までの距離を求めよ。バケツが空のとき、 GT は水平だとわかっているとす。

1.2. 「てこ」と水平面との間の角が α_1 となると、水がバケツから流れ出す。この角が α_2 となると、バケツが完全に空になる。 α_1 と α_2 を求めよ。

1.3. $\mu(\alpha)$ を「てこ」の重さとバケツ中の水の重さによる (軸 T に関する) 力のモーメント (トルク) とする。 $\alpha = \beta$ のとき、 $\mu(\alpha)$ はゼロである。 β とこの

ときのバケツ中の水の質量 m_1 を求めよ。

2. 機能する状態のパラメータ

単位時間に一定で小さい流量 Φ で、バケツに水が流れ込むとする。「てこ」が動いている間にバケツに流れ込む水の量は十分小さいので、作動水による全体の慣性モーメントの変化は無視する。

2.1. 一回のサイクル中の $\mu(\alpha)$ について、横軸を傾斜角 α 、縦軸をトルク μ とす

るグラフの概形を描け。また、傾斜角 $\alpha = \alpha_1$ 、 $\alpha = \alpha_2$ 、および $\alpha = 0$ での $\mu(\alpha)$ の数値を、それぞれ求めよ。

2.2. 問 2.1. のグラフを用いて、 $\mu(\alpha)$ により発生する全エネルギー W_{total} と杵から

米になされる仕事 W_{pounding} それぞれについて、グラフのどの部分に対応するか述べよ。

2.3. α に関する μ の同じグラフを用いて、 α_0 と W_{pounding} の値を求めよ (バケツに

流れ込む、または流れ出す水の運動エネルギーは無視する)。グラフの曲線は適切な折れ線で近似して、計算を簡略化してもよい。

3. 機能しない状態

一定の流量 Φ でバケツに水が流れ込むとし、「てこ」が動いている最中に流れ込む水の量は無視できないとする。

3.1. バケツが水で常にあふれていると仮定する

3.1.1. $\alpha = \beta$ の近くで、横軸を傾斜角 α 、縦軸をトルク μ とするグラフの概形を描け。「てこ」が $\alpha = \beta$ の位置にあるときは、どのようなつりあいの状態にあるかを選べ。

3.1.2. $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ とするとき、 $\Delta\alpha$ が小さいとして、トルク $\mu(\alpha)$ を $\Delta\alpha$ の一次の項まで求め、その係数は数値で表せ。

3.1.3. $\alpha = \beta + \Delta\alpha$ ($\Delta\alpha$ は小さい) の位置から初速度ゼロで動き出す「てこ」の動きについて、回転の運動方程式を書き下せ。その方程式から、その回転運動はよい精度で単振動であることを示せ。さらに、その周期 τ の値を計算せよ。

3.2. ある Φ において、「てこ」が十分遅く動いているときに限ってバケツは常に水があふれている。そうすると、前問で求めた単振動の振幅には、 Φ に依存する上限がある。「てこ」が角度 1° の角振幅で単振動するときの最小の Φ の値 Φ_1 を kg/s の単位で求めよ。

3.3. Φ が十分大きいとすると、 α_2 から α_1 へ傾斜角が減少しながら自由運動しているときには、バケツから常に水があふれる。その結果、もし Φ が大きすぎると「てこ」は振動をし、米つき機は機能しない。「てこ」の動きを単振動と仮定して、米つき機が機能しない最小の流量 Φ_2 のおよその値を有効数字一桁で求めよ。

理論第2問

チェレンコフ光とリング像カウンター

光は真空中を速さ c で伝播する。 c より速く運動する粒子はない。しかし、透明な媒質の中を速さ v で運動する場合、粒子は光より速く運動することがある。

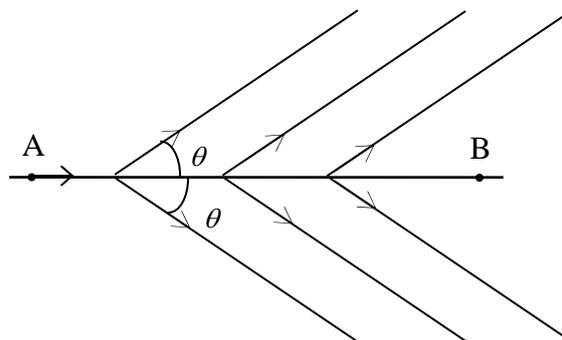
なぜなら、その媒質の屈折率が n であるならば、光の速さが $\frac{c}{n}$ になるからである。

屈折率 n の透明媒質のなかを速さ v で運動する荷電粒子は、実験（チェレンコフ、1934年）および理論（タムとフランク、1937年）によると、 $v > \frac{c}{n}$ のとき、チェ

レンコフ光と呼ばれる放射を出す。この光は、粒子の軌跡に対して角度

$$\theta = \arccos \frac{1}{\beta n} \quad (1)$$

をなす。ここで、 $\beta = \frac{v}{c}$ である。



1. 上記のことを確かめるため、右図の

ように、一定速度 $v > \frac{c}{n}$ で直線上を運動する粒子を考える。時刻 0 に点 A を通過し、時刻 t_1 に点 B を通過する。軌道 AB に対して回転対称なので、軌道 AB を含む一つの平面（この紙面）上での光線を考えれば十分である。

点 A と点 B の間の任意の点 C において、粒子は球面波の光を出しながら進む。それぞれの球面波の波面は速さ $\frac{c}{n}$ で伝播する。そうすると、ある時刻 t でのチェレンコフ光の波面は、それらすべての球面波に接する面（包絡面）で表せる。

1.1. 時刻 t_1 におけるチェレンコフ光の波面と軌道 AB を含む平面（紙面）との交線を解答用紙の図中に作図せよ。

1.2. 粒子の軌道 AB と上で求めた交線とがなす角度 φ を n と β を用いて表せ。

2. 解答用紙の図のように、速さ $v > \frac{c}{n}$ で直線 IS に沿って運動する荷電粒子ビームを考える。このときのチェレンコフ光の角度 θ は小さいとする。このビームは、凹面鏡に点 S で交わる。ただし、凹面鏡の焦点距離を f 、凹面鏡の球面の中心を点 C とする。凹面鏡の中心軸 SC はビームの軌跡 SI と小さな角度 α をなす。そうすると、凹面鏡の焦点面にチェレンコフ光によるリング状の像ができる。この

ことを解答用紙の図に作図して示せ。また、リング状の像の中心（点 O とする）の位置（つまり F と O の距離）およびリング像の半径 r を求めよ。

このような設定はリング像チェレンコフカウンター(RICH)と呼ばれる検出器で使われる。また、そこで使われる媒質を放射媒体(radiator)と呼ぶ。

注意： 以下の計算では、角度 α および θ は小さいので、これらの 2 乗以上の高次の項は無視してよい。

3. この荷電粒子ビームは、一定の運動量 $p = 10.0 \text{ GeV}/c$ をもつ 3 種類の粒子、すなわち陽子(p)、 K 中間子(K)、および π 中間子(π)が混ざっているものとする。

これらの粒子の静止質量は、それぞれ $M_p = 0.94 \text{ GeV}/c^2$ 、 $M_K = 0.50 \text{ GeV}/c^2$ 、

$M_\pi = 0.14 \text{ GeV}/c^2$ である。ここで、 pc と Mc^2 はエネルギーの次元をもち、 1 eV

は 1 V の電圧で電子が加速されて得るエネルギーである。また、 $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$ 、 $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ である。

圧力 P の空気を放射媒体として、この荷電粒子ビームがその空気中を進むとする。空気の屈折率は圧力 P (atm 単位で測る) に依存して次のように変わる：

$$n = 1 + aP, \quad \text{ここで } a = 2.7 \times 10^{-4} \text{ atm}^{-1} \text{ である。}$$

3.1. 上記の 3 種類のそれぞれの粒子に対して、チェレンコフ光放射が起こる最低の気圧 P_{\min} を atm 単位で求めよ。

3.2. K 中間子のリング像の半径が π 中間子のリング像の半径のちょうど半分になる空気の気圧 $P_{\frac{1}{2}}$ を atm 単位で求めよ。また、このとき K 中間子と π 中間子

のチェレンコフ光の角度 θ_K および θ_π の値もそれぞれ計算せよ。

また、この空気の圧力では、陽子ビームのリング像は観察されるか？

4. ここで、荷電粒子ビームは完全には単色でないと仮定する。つまり、粒子の運動量が、 $10.0 \text{ GeV}/c$ のまわりにある幅でばらついている。そのばらつきの半値半幅（運動量の分布を表すピークの半分の高さのところの幅の半分）を Δp とする。このために各粒子のリング像が幅をもってしまふ。つまり、チェレンコフ光の角度 θ の分布が半値半幅 $\Delta\theta$ をもつことになる。放射媒体である空気の圧力は問 3.2

で求めた P_1 であるとする。

- 4.1. K 中間子および π 中間子に対する $\frac{\Delta\theta}{\Delta p}$ 値, つまり $\frac{\Delta\theta_K}{\Delta p}$ および $\frac{\Delta\theta_\pi}{\Delta p}$ を計算せよ。
- 4.2. K 中間子と π 中間子のそれぞれのリング像の間隔 $\theta_\pi - \theta_K$ が半値半幅の和 $\Delta\theta = \Delta\theta_K + \Delta\theta_\pi$ の 10 倍より大きいとき (つまり $\theta_\pi - \theta_K > 10\Delta\theta$ のとき), 2 つのリング像をはっきりと区別できる。2 つの像をはっきり区別できるときの運動量のばらつき Δp の最大値を計算せよ。
5. チェレンコフは, 放射線源の近くに置いた水の入ったビンを観察しているときに, チェレンコフ光を発見した。ビンのなかの水から光が放射されていたのである。
- 5.1. 静止質量 M の荷電粒子が水の中を通過するときにチェレンコフ光を発するためにもつべき最低の運動エネルギー T_{\min} を求めよ。ただし, 水の屈折率を $n = 1.33$ とする。
- 5.2. チェレンコフが使っていた放射線源は, 静止質量 $M_\alpha = 3.8 \text{ GeV}/c^2$ の α 粒子 (ヘリウム原子核) か静止質量 $M_e = 0.51 \text{ MeV}/c^2$ の β 粒子 (電子) を放射する。 α 粒子と β 粒子に対する T_{\min} の値を計算せよ。
- また, 放射線源から放射される粒子の運動エネルギーは数 MeV 以上にならないことを利用して, チェレンコフが観測した光を発した粒子は, α 粒子なのか, β 粒子なのか答えよ。
6. ここまでは, チェレンコフ光の波長 λ 依存性を無視してきた。これからは, 1 個の粒子から放射されるチェレンコフ光がさまざまな波長をもつ連続スペクトルをもつことを考慮に入れる。その光は可視光の領域 (波長が $0.4 \mu\text{m}$ から $0.8 \mu\text{m}$) まで含んでいる。可視光の範囲内では, 一定気圧の空気の屈折率 n は, 波長が長くなるにつれて減少し, 最短波長に対する $(n-1)$ の値は, 最長波長に対する値より, 2% だけ大きい。
- 6.1. 6 atm の空気中を一定の運動量 $10.0 \text{ GeV}/c$ で運動する π 中間子のビームが放射するチェレンコフ光を考える。可視光の最短波長および最長波長に対するチェレンコフ光の角度 θ の差 $\delta\theta$ の値を計算せよ。

6.2. 以上のことをもとに、 π 中間子のリング像に対する波長分布の影響を定性的に調べてみる。ただし、 π 中間子ビームの運動量は、 $p = 10 \text{ GeV}/c$ を中心に半値半幅 $\Delta p = 0.3 \text{ GeV}/c$ の分布をもつとする。

6.2.1. 可視光の波長の幅に起因するリング像の幅の半値半幅、および粒子の運動量のばらつきに起因するリング像の幅の半値半幅の値をそれぞれ計算せよ。

6.2.2. 上記の理由でリング像は幅をもつ。そのリング像の内側から外側にかけて色はどのように変るか、解答用紙の表に○印をつけて示せ。

理論第3問 高度による気温の変化、大気の安定と大気汚染

空気の上昇・下降は、雲の発生、降雨、それに大気汚染物質の拡散などの多くの大気現象にかかわっている。大気が安定ならば、上昇・下降は制限されて、大気汚染物質は拡散希釈するよりも、大気汚染物質を放出する場所の付近に蓄積される傾向がある。これに対して、不安定な大気においては、空気の上昇・下降は大気汚染物質の上下方向の拡散を促進する。したがって、汚染物質の濃度は、汚染物質放出源の放出強度だけではなく、大気の安定性にも依存する。

気象学における空気塊（空気のかたまり）の概念を使っての安定性を決定し、大気中で断熱的に上昇下降する空気塊の温度と、その周囲の空気の温度とを比較する。多くの場合、大気汚染物質を含んでいる空気塊が地上から上昇しても、「混合限界」と呼ばれるある高さのところで止まってしまうのである。混合限界が高ければ、それだけ大気汚染の物質濃度は薄いのである。以下で、ハノイ市内領域の混合限界とオートバイが放つ一酸化炭素の濃度を求める。朝のラッシュアワー時のオートバイの一酸化炭素放出については、上下方向の拡散が温度反転（高度とともに温度が上昇する）によって、高さ 119m に制限されるとする。

ここでは、空気は 2 原子分子理想気体とし、そのモル質量は $\mu = 29 \text{ g/mol}$ であるとする。

気体の定圧モル比熱と定積モル比熱の比を $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ とすると、準静的断熱変化は

$pV^\gamma = \text{const.}$ の式に従う。

必要なら以下のデータも用いてもよい。

気体定数は、 $R = 8.31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$ である。

地上での大気圧は、 $p_0 = 101.3 \text{ kPa}$ とする。

重力加速度は一定で、 $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ とする。

空気の定圧モル比熱は、 $c_p = \frac{7}{2}R$ とする。

空気の定積モル比熱は、 $c_v = \frac{5}{2}R$ とする。

数式に関するヒント

a.
$$\int \frac{dx}{A+Bx} = \frac{1}{B} \int \frac{d(A+Bx)}{A+Bx} = \frac{1}{B} \ln(A+Bx)$$

b. 微分方程式 $\frac{dx}{dt} + Ax = B$ (ただし A と B は定数) の解は $x(t) = x_1(t) + \frac{B}{A}$ と表される。ただし, $x_1(t)$ は, 微分方程式 $\frac{dx}{dt} + Ax = 0$ の解である。

c.
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

1. 高度による圧力変化

1.1. 大気の温度は一定で T_0 に等しいとする。高度 z の関数として大気圧 p を表せ。

1.2. 次に, 大気の温度が, 高度によって,

$$T(z) = T(0) - \Lambda z$$

という形で変化しているとする。ここで, Λ は一定で, 気温の断熱減少率と呼ばれる (気温の高度による勾配が $-\Lambda$ となる)。

1.2.1. 高度 z の関数として大気圧 p を表せ。

1.2.2. 高度が上昇するとともに空気の密度が増加するとき, 自由対流と呼ばれる過程が起こる。 Λ がどのような範囲の値であれば, 自由対流が起こるか。

2. 上下方向に移動する空気塊の温度変化

大気中で上下に移動する空気塊を考えてみよう。空気塊は, 数 m 程度の十分な広がりを持ち, 熱力学が成り立つ独立した物体として取り扱えるが, 一方, 温度はその中で一様とみなせるほど小さいとする。空気塊の上下方向の動きは, 準断熱過程として扱える。つまり, 周りの空気との熱の交換はないとみなせる。大気中でこのような空気塊が上昇すると, 膨張し温度が下がる。逆に下降すると, 周囲の圧力増加により空気の塊が圧縮され, その温度が上昇する。

空気塊の大きさはそれほど大きくないので, 空気塊の境界では大気圧はどこでも同じ値 $p(z)$ であるとみなすことができる。ここで z は空気塊の中心の高度である。空気塊の温度は一様で $T_{\text{parcel}}(z)$ である [parcel は「空気塊」を表す英語] が,

一般には周囲の気温 $T(z)$ とは異なる。以下の問題 2.1 と 2.2 では、 $T(z)$ の式にどのような仮定もおかない。

2.1. 空気塊の温度 T_{parcel} の高度による温度変化を $\frac{dT_{\text{parcel}}}{dz} = -G$ と定義する。 G を T と T_{parcel} を用いて表せ。

2.2. 高度 z での気温 T がそこでの空気塊の温度 T_{parcel} に等しい、すなわち、

$T(z) = T_{\text{parcel}}(z)$ が成り立つという特殊な大気の状態を考える。 $T = T_{\text{parcel}}$ での

G の値を Γ とする。すなわち、 $\Gamma = -\frac{dT_{\text{parcel}}}{dz}$ ($T = T_{\text{parcel}}$ という条件の下で) と書く。このとき、 Γ を断熱下降係数と呼ぶ。

2.2.1. Γ を式で表せ。

2.2.2. Γ の数値を求めよ。

2.2.3. 気温 $T(z)$ を高度 z の関数として表せ。

2.3. 気温が、 $T(z) = T(0) - Az$ (A は定数) という関係式に従って、高度によって変化すると仮定する。空気塊の温度 $T_{\text{parcel}}(z)$ を、高度 z を用いて表せ。

2.4. $|Az| \ll T(0)$ であつ $T(0) \approx T_{\text{parcel}}(0)$ のとき、 $T_{\text{parcel}}(z)$ の近似式を求めよ。

3. 大気の安定性

この問 3 では、温度 T は高度に比例して変化すると仮定する。

3.1. はじめに、高度 z_0 で周囲の気温と熱平衡状態にある空気塊を考える。つまり、

その空気塊の温度が周囲の気温 $T(z_0)$ に等しいとする。もし、その空気塊が (例えば乱気流によって) 少し上方または下方に動いた場合、次の 3 つの場合のうちのどれかが起こる :

- その空気塊は元の高さ z_0 に戻る。このとき、この空気塊の平衡状態は安定であり、大気は安定しているという。
- その空気塊はそのまま同じ方向に運動を続けて平衡位置から遠ざかる。このとき、この空気塊は不安定であり、大気は不安定であるという。
- その空気塊は動いた位置にそのまま留まる。このとき、空気塊の平衡位置は高さに依らないわけで、これを大気は中立であるという。

大気が安定になる場合、不安定になる場合、そして、中立になる場合の Λ の条件をそれぞれ求めよ。

3.2. 地上において、空気塊の温度 $T_{\text{parcel}}(0)$ が周囲の気温 $T(0)$ より高い場合を考える。

そうすると、浮力がはたらいってその空気塊は上昇する。このとき、大気が安定な場合において、空気塊にはたらく力が釣り合う最高の高度を与える式を Λ と Γ を用いて表せ。

4. 混合限界

4.1. 表 1 は、11 月のある日、午前 7:00 における、電波気象観測気球により記録されたハノイ上空の気温を表す。高度に対する温度の変化は、近似的に $T(z) = T(0) - \Lambda z$ という線形の式で表される。ここで、三つの層、 $0 < z < 96 \text{ m}$, $96 \text{ m} < z < 119 \text{ m}$, $119 \text{ m} < z < 215 \text{ m}$ において、 Λ の値は異なるとする。

$T_{\text{parcel}}(0) = 22^\circ\text{C}$ で地表から上昇する空気塊を考えよう。

表 1 のデータと上述の線形近似を用いて、96m と 119m の高度における空気塊の温度を計算せよ。

4.2. 空気塊が達することができる最高高度 H と、そのときの空気塊の温度

$T_{\text{parcel}}(H)$ を決定せよ。

H は上昇限界と呼ばれる。地表から放出された大気汚染物質は、(例えば風、乱流および分散により) 大気と混ざり、この高度以内で希釈されうる。

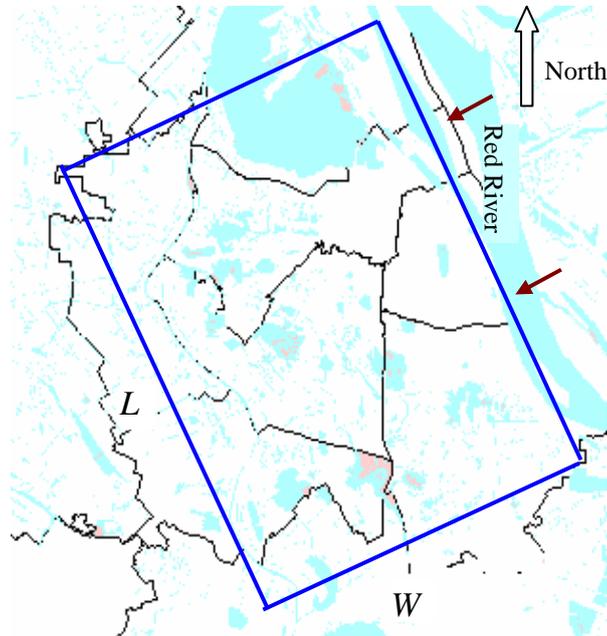
表 1

11月のある日、午前7:00にハノイで電波気象観測用気球によって記録されたデータ。

高度 [m]	温度 [°C]
5	21.5
60	20.6
64	20.5
69	20.5
75	20.4
81	20.3
90	20.2
96	20.1
102	20.1
109	20.1
113	20.1
119	20.1
128	20.2
136	20.3
145	20.4
153	20.5
159	20.6
168	20.8
178	21.0
189	21.5
202	21.8
215	22.0
225	22.1
234	22.2
246	22.3
257	22.3

5. ハノイの朝のオートバイラッシュアワー時の一酸化炭素 (CO) 汚染の評価

ハノイ市街は、レッドリバーの南西岸に沿って一辺をとり、図のような、辺の長さ L と W の長方形のエリアとみなせる。



朝のラッシュアワーの間に (午前 7:00 から 8:00 がそれである), 平均で 5 km 午前 7 時から 8 時迄の朝のラッシュアワーには, 1 km あたり 12 g の CO を放ちながら平均 5km 走行するオートバイが 8×10^5 台, 道路上にあると概算される。CO 汚染物質の量は, ラッシュアワーの間に, 時間あたり一定の割合 M で放射されるとみなせる。同時に, きれいな北東風は, レッドリバーの流れに垂直に (すなわち, 長方形の L の辺に垂直に) 速度 u で吹き, 同じ速度で市街を通過し, 市街の大気から CO で汚染された空気の一部を運び出す。

また, ここでは, 次の近似モデルを使う :

- ハノイ市街の CO は, 混合層の全体積にすばやく広がる。そのため, 時刻 t における CO 濃度 $C(t)$ は, L , W および高さ H の直方体わたって一定とみなせる。
- この直方体に流入する風の上流の空気はきれいで, どのような汚染物質も, 風と平行な側面から失われないと仮定する。
- 午前 7:00 以前の大気中の CO 濃度はごくわずかである。

5.1. 汚染物質である CO の濃度 $C(t)$ の時間依存性を決める微分方程式を求めよ。

5.2. 上式の解 $C(t)$ を求めよ。

5.3. 午前 8 時の濃度 $C(t)$ の数値を求めよ。

ただし, $L = 15 \text{ km}$, $W = 8 \text{ km}$, $u = 1 \text{ m/s}$ とする。

解答用紙

1. 3 pts

1.1.	「てこ」の重心から回転軸までの距離 TG =	1
1.2.	$\alpha_1 =$ $\alpha_2 =$	0.5
1.3.	「てこ」にはたらく力のモーメント μ がなくなるとき, $m_1 =$ $\beta =$	1.5

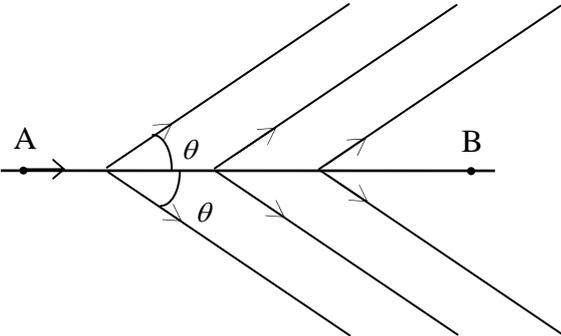
2.

3.5 pts

2.1.	横軸 α に対する縦軸 μ のグラフ。 $\alpha = \alpha_1$, $\alpha = \alpha_2$, $\alpha = 0$ に対する各 μ の数値をわかりやすく記入すること。	2
2.2.	$\mu - \alpha$ 図において W_{total} はどのように表されるか。 $\mu - \alpha$ 図において W_{pounding} はどのように表されるか。	0.35 0.35
2.3.	$\alpha_0 \approx$ $W_{\text{pounding}} \approx$	0.4 0.4

解答用紙

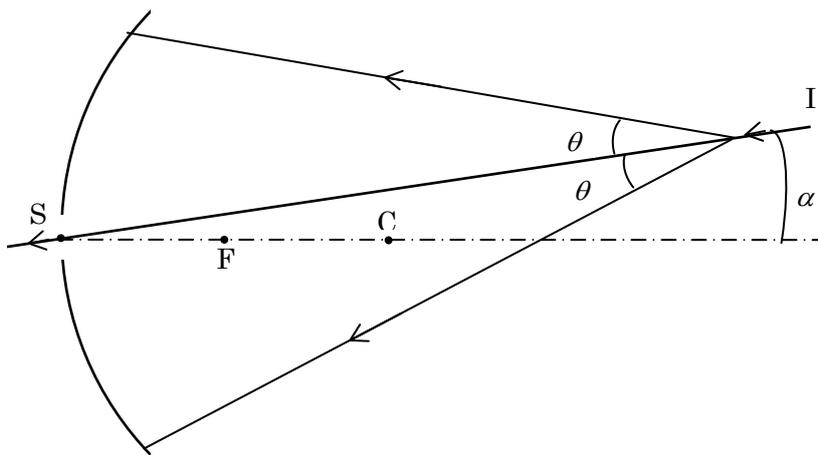
1. 1 pts

<p>1.1.</p>	<p>$t = t_1 > 0$ における放射光の波面と紙面との交線を描け。</p> 	<p>0.5</p>
<p>1.2.</p>	<p>$\varphi =$</p>	<p>0.5</p>

2.

1.5 pts

直線 IS に沿って、 $\frac{c}{n}$ より速い速さで走る荷電粒子ビームのチェレンコフ放射光のリング像の作図。 S は粒子ビームと凹面鏡との交点、 F は凹面鏡の焦点、 C は凹面鏡の球面の中心点。



リング像の中心点 O の位置、つまり、

点 O と焦点 F との距離

$FO = \dots\dots\dots$

リング像の半径

$r = \dots\dots\dots$

3. 2.5 pts

3.1.	陽子に対して, $P_{\min} = \dots\dots\dots$	1.25
	K 中間子に対して, $P_{\min} = \dots\dots\dots$	
	π 中間子に対して, $P_{\min} = \dots\dots\dots$	
3.2.	$P_{\frac{1}{2}} = \dots\dots\dots$	0.5
	$\theta_K = \dots\dots\dots$	0.25
	$\theta_\pi = \dots\dots\dots$	0.25
	陽子によるリング像は見えるか? Yes <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>	0.25

4. 2 pts

4.1.	$\frac{\Delta\theta_K}{\Delta p} =$	1
	$\frac{\Delta\theta_\pi}{\Delta p} =$	
4.2.	最大値 Δp	1

5. 1.75 pts

5.1.	水の中でチェレンコフ効果が起こるために必要な粒子の最低運動エネルギー: $T_{\min} =$	1.0
5.2.	α 粒子の最低運動エネルギー: $T_{\min} =$	0.25
	β 粒子の最低運動エネルギー: $T_{\min} =$	0.25
	水中でチェレンコフ光を発した粒子は	0.25

6. 1.25 pts

6.1.	$\delta\theta =$	0.5															
6.2.	6.2.1. 可視光の波長分布の幅に起因するリングの幅の半分の値	0.25															
	粒子の運動量のばらつきに起因するリングの幅の半分の値	0.25															
	6.2.2. 色 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td></td> <td>青</td> <td>白</td> <td>赤</td> </tr> <tr> <td>● リングの内側の縁の色</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>● リングの中ほどの色</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>● リングの外側の縁の色</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>		青	白	赤	● リングの内側の縁の色				● リングの中ほどの色				● リングの外側の縁の色			
	青	白	赤														
● リングの内側の縁の色																	
● リングの中ほどの色																	
● リングの外側の縁の色																	
	適切な欄に○印をつける。																

解答用紙

1. 1.5 pts

1.1.	もし大気の温度が T_0 であるとすれば, 大気圧は : $p(z) =$	0.5
1.2.	もし大気の温度が $T(z) = T(0) - \Lambda z$ と書けるとすれば, 1.2.1. $p(z) =$ 1.2.2. 次の条件を満たすところで自由対流が起こる : Λ	0.5 0.5

2. 3.25 pts

2.1.	$\frac{dT_{\text{parcel}}}{dz} = -G =$	1.0
2.2.	$T = T_{\text{parcel}}$ 2.2.1. Γ の表式 : $\Gamma =$ 2.2.2. Γ の数値 : $\Gamma =$ 2.2.3. $T(z)$ の表式 : $T(z) =$	0.5 0.25 0.25
2.3.	$T_{\text{parcel}}(z) =$	1.00
2.4.	$T_{\text{parcel}}(z) \approx$	0.25

3.

2.25 pts

3.1.	<p>以下のそれぞれの場合に下降係数 Λ が満たすべき条件を書け：</p> <p style="text-align: center;">安定な場合 :</p> <p style="text-align: center;">不安定な場合 :</p> <p style="text-align: center;">中立な場合 :</p>	<p style="text-align: right;">0.5</p> <p style="text-align: right;">0.5</p> <p style="text-align: right;">0.25</p>
3.2.	最高高度は $h =$	1

4.

1.75 pts

4.1	<p>高度 96 m と 119 m における空気塊の温度を求めよ：</p> <p style="text-align: center;">$T_{\text{parcel}}(96\text{ m}) =$</p> <p style="text-align: center;">$T_{\text{parcel}}(119\text{ m}) =$</p>	<p style="text-align: right;">0.25</p> <p style="text-align: right;">0.5</p>
4.2	<p>最高高度（上昇限界）H は、</p> <p style="text-align: center;">$H =$</p> <p>その高さでの空気塊の温度は、</p> <p style="text-align: center;">$T(H) =$</p>	<p style="text-align: right;">0.75</p> <p style="text-align: right;">0.25</p>

5.

1.25 pts

5.1.	$C(t)$ の満たすべき微分方程式 :	0.5
5.2.	5.1 の解 $C(t)$ の表式 : $C(t) =$	0.5
5.3.	午前 8 時での濃度 $C(t)$ の数値 : $C(t) =$	0.25