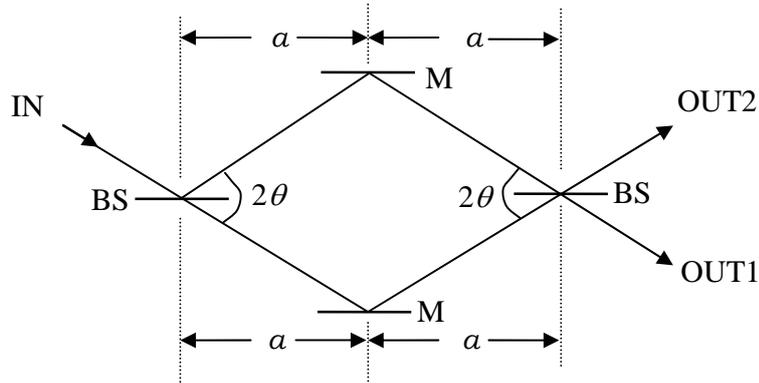


理論問題 1 : 中性子干渉計における重力

答はすべて解答用紙に記入せよ。



BS – ビーム分離器

M – 鏡

図 1a

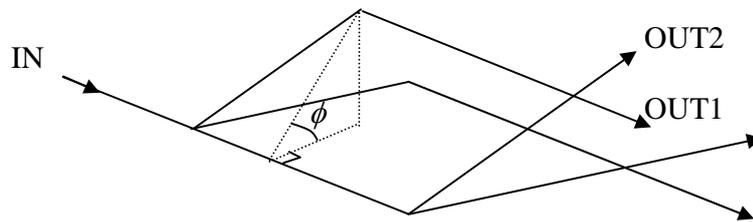


図 1b

コレーラ (Collela), オーバーハウザー (Overhauser), ウェーナー (Werner) によって実験された有名な中性子干渉計を考えよう。ここでは、理想的なビーム分離器と鏡をもつ干渉計を用いて中性子のド・ブローイ波に対する重力の影響を調べる。

光学干渉計になぞらえたこの干渉計の概念図を図 1a に示す。中性子は入り口 IN を通って干渉計に入り、示された 2 つの経路を通る。中性子は出口 OUT1 あるいは OUT2 で検出される。2 つの経路はひし形をかたちづくり、ひし形の面積はほぼ数 cm^2 である。干渉計のひし形の経路面が水平であれば、中性子のド・ブローイ波 (波長は 10^{-10} m 程度) は干渉して、すべての中性子が出口 OUT1 から出る。しかし、干渉計が入射中性子線の軸に関して角 ϕ だけ回転すると、2 つの出口 OUT1 と OUT2 から出る中性子の数の分布は ϕ に依存して変化する。

空間的配置 $\phi=0^\circ$ のとき、干渉計のひし形の経路面は水平であり、 $\phi=90^\circ$ のとき、ひし形の経路面は鉛直であり、回転軸上にくる。

1.1	(1.0) 干渉計の2つの経路で囲まれたひし形の面積 A はいくらか。 a 、 θ および ϕ の中で必要なものを用いて表せ。
1.2	(1.0) 回転角が ϕ のとき、回転軸を含む水平面からの出口 OUT 1 の高さ H はいくらか。 a 、 θ および ϕ の中で必要なものを用いて表せ。

波長比 幾何学的な長さ(距離)を波長で割った量を波長比と呼ぶことにし、 N_{opt} と表す。もし、波長 λ が経路によって変わるとき、 N_{opt} は経路に沿った波長の数によって与えられる。

1.3	(3.0) 干渉計が角度 ϕ だけ回転したとき、2つの経路の波長比の差 ΔN_{opt} を求めよ。答は、 a 、 θ 、 ϕ に加え、中性子の質量 M 、入射中性子の波長 λ_0 、重力加速度の大きさ g およびプランク定数 h を用いて表せ。
1.4	(1.0) 体積パラメータ $V = \frac{h^2}{gM^2}$ を導入し、 ΔN_{opt} を A 、 V 、 λ_0 と ϕ だけを用いて表せ。また、 $M = 1.675 \times 10^{-27} \text{ kg}$ 、 $g = 9.800 \text{ m/s}^2$ と $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ Js}$ とするとき、 V の値を求めよ。
1.5	(2.0) 回転角が $\phi = -90^\circ$ から $\phi = 90^\circ$ まで変化するとき、出口 OUT 1 から出る中性子線の強 \rightarrow 弱 \rightarrow 強の変化の回数を求めよ。

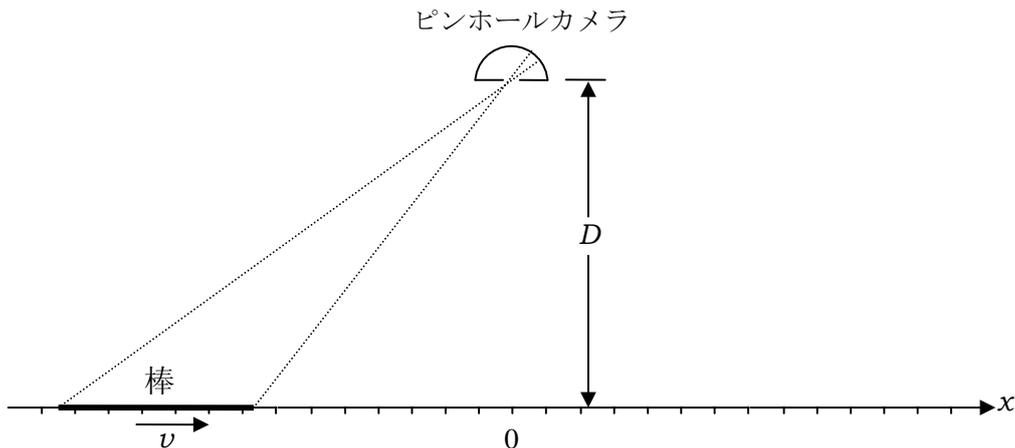
実験データ 実際の実験における干渉計では、 $a = 3.600 \text{ cm}$ 、 $\theta = 22.10^\circ$ であり、強弱の回数は19.00回であった。

1.6	(1.0) この実験での λ_0 の大きさはいくらか。
1.7	(1.0) ひし形の経路の面積が異なる同種の干渉計に $\lambda_0 = 0.2000 \text{ nm}$ の中性子線を入射させるとき、強弱の変化の回数が30.00回であったという。このときのひし形の面積 A の値を求めよ。

ヒント：上の設問において、 $|ax| \ll 1$ のとき、 $(1+x)^a \approx 1+ax$ となることを用いよ。

理論問題 2 : 運動している棒の観察

解答は、すべて解答用紙に記入せよ。



設定 x 軸から距離 D だけ離れ、 $x=0$ にピンホールをもつピンホールカメラで、非常に短い時間ピンホールを開くことによって棒の写真を撮影する。図に示されているように、 x 軸に沿った等間隔の目盛りを用いてピンホールカメラで撮影された写真から棒の見かけの長さを決定することができる。静止系での棒の長さを L とする。ここでは、棒は静止しているのではなく、 x 軸に沿って一定速度 v で動いている。

基本的関係 ピンホールカメラで撮影された棒のある微小部分の写真上の位置を \tilde{x} とする。

2.1	写真が撮られた瞬間、この微小部分の 実際の位置 x を求めよ。答は、 \tilde{x} 、 D 、 L 、 v あるいは光速 c の中で必要なものを用いて表せ。その際、 $\beta = \frac{v}{c}$ を用いて結果を簡単化せよ。(0.6 点)
2.2	上の逆変換を求めよ。すなわち、 \tilde{x} を x 、 D 、 L 、 v あるいは c の中で必要なものを用いて表せ。その際、 $\beta = \frac{v}{c}$ と $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ を用いて結果を簡単化せよ。(0.9 点)

注意 : **実際の位置**とは、カメラが静止している座標系での位置である。

棒の見かけの長さ ピンホールカメラは棒の中心の実際の位置がある点 x_0 に達した瞬間に写真を撮る。

2.3	与えられた変数を用いて、この写真での見かけの長さを求めよ。(1.5 点)
2.4	見かけの長さの時間的変化を示している最も適切な文章を、解答欄の中から1つ選べ。(1.5 点)

対称的な写真 棒の両端がピンホールから等距離にあるピンホールカメラの写真に対称的な写真と呼ぶ。

2.5	この写真の棒の見かけの長さを求めよ。(0.8点)
2.6	この写真が撮られたとき、棒の中心の実際の位置を求めよ。(1.0点)
2.7	この写真は棒の中心の像がどこであることを示しているか。中心の像の、先端の像からの距離を求めよ。(1.2点)

非常に早い時刻と遅い時刻の写真 棒が非常に遠くから近づきつつあるときに、このピンホールカメラで写真を撮った。この写真を早い時刻の写真と呼ぶ。棒が遠ざかり十分に遠方であったときに写真を撮った。この写真を遅い時刻の写真と呼ぶ。一方の写真は、棒の見かけの長さは1.00 m であり、他の写真は3.00 m であった。

2.8	この写真に写っている長さを示している適切な文章を、解答欄の中から1つを選べ。(0.5点)
2.9	棒の見かけの長さが上の値になるときの棒の速度 v を求めよ。(1.0点)
2.10	この棒が静止しているときの長さ L を求めよ。(0.6点)
2.11	これらを用いて、対称的に見える写真において棒の見かけの長さを概算せよ。(0.4点)

理論問題 3

理論問題 3 は、独立した 5 つの小問から成る。各問は、数値の正確な値ではなく、およその大きさだけを問うている。解答は、すべて解答用紙に書きなさい。

デジタルカメラ デジタルカメラでは、スチールカメラでのフィルムの位置に CCD チップが設置されており、レンズで縮小された像が記録される。一辺の長さ $L = 35 \text{ mm}$ の正方形をした CCD チップを考える。それは、 $N_p = 5 \text{ Mpix}$ ($1 \text{ Mpix} = 10^6 \text{ pixels}$) のピクセル (画素) を持っている。つまり、 $\sqrt{N_p} \times \sqrt{N_p}$ のピクセルを持っている。このカメラのレンズの焦点距離は $f = 38 \text{ mm}$ である。F 値と呼ばれる絞り値 (2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22) がレンズには書かれているが、それを $F\#$ と表記し、それは、レンズの焦点距離 f と絞りの直径 D との比 $F\# = f/D$ で定義される。

- 3.1 絞りを最大にしたレンズで得られる CCD チップ面における最良の空間分解能 Δx_{\min} を求めよ。その答えを光の波長 λ と F 値を用いて表せ。また、 $\lambda = 500 \text{ nm}$ としたとき、その数値を計算せよ。(配点 1.0 点)
- 3.2 上で求めた最良の分解能に対応する大きさのピクセルを持つときの画素数 N を Mpix 単位で求めよ。(0.5 点)
- 3.3 写真家は、ときとして最小の直径の絞りでカメラを使って写真を撮ろうとする。いま、ピクセル数 $N_p = 16 \text{ Mpix}$ で CCD チップのサイズおよびレンズの焦点距離が上に与えられた値のカメラがある。画像の品質が光学的に制限されないための最小の F 値を求めよ。(0.5 点)
- 3.4 人間の眼の角度分解能はおよそ $\phi = 2 \text{ arcsec}$ である。また、普通のプリンターは、300 dpi (dots per inch) の細かさでプリントアウトする。このとき、プリントアウトされた画像を眼から距離 z だけ離してみると、画像中のドットが分離して見えなくなる。その最小の距離 z を求めよ。(0.5 点)

データ $1 \text{ inch} = 25.4 \text{ mm}$
 $1 \text{ arcsec} = 2.91 \times 10^{-4} \text{ rad}$

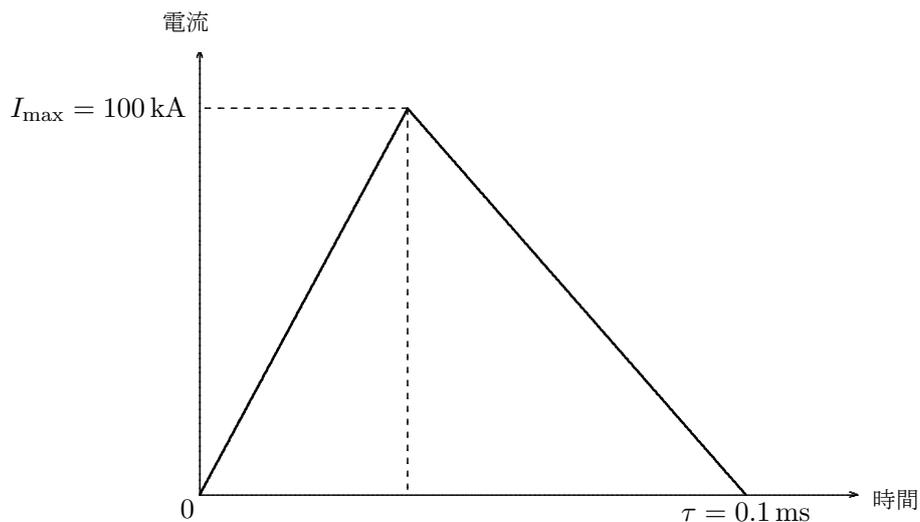
固ゆで卵 (Hard-boiled egg) 冷蔵庫内の温度 $T_0 = 4^\circ\text{C}$ の冷蔵庫から 1 個の卵を取り出し、温度 T_1 で沸騰しているお湯のなかに入れた。

- 3.5 この卵が凝固するのに必要なエネルギー U を求めよ。(配点 0.5 点)
- 3.6 入れた瞬間に卵に流れ込む熱流 J を求めよ。(0.5 点)
- 3.7 単位時間あたりに卵へ流れ込む熱エネルギー P を求めよ。(0.5 点)
- 3.8 固ゆで卵にするには、ゆでる時間をどのくらいにしなければならないか。(0.5 点)

ヒント 熱流に関する簡易化されたフーリエの法則 $J = \kappa \Delta T / \Delta r$ を使いなさい。ここで、 ΔT は距離 Δr 離れたところでの温度差であり、この問題では Δr は卵の半径である。熱流 J の単位は W/m^2 である。

データ 卵の密度: $\mu = 10^3 \text{ kg/m}^3$
 卵の比熱: $C = 4.2 \text{ J/g} \cdot \text{K}$
 卵の半径: $R = 2.5 \text{ cm}$
 卵のたんぱく質の凝固温度: $T_c = 65^\circ\text{C}$
 熱伝導率: $\kappa = 0.64 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ (卵のたんぱく質が凝固する前と後で等しいとする)

稲妻 稲妻の非常に簡易化したモデルを考える。稲妻は、雲の中に電荷が蓄積されておこる。雲の下部が正に帯電され、雲の上部が負に帯電される。雲の下の地面は負に帯電する。このときできる電場が空気の限界電場を超えるほどに強くなると、突然、大気中に放電が生じる。これが稲妻である。



稲妻が発生したときに雲と地面の間に発生する電流パルスの時間変化。

上の図に示した電流の時間変化と次の値を用いて下の問いに答えよ。

雲の底と地面との距離： $h = 1 \text{ km}$

湿った空気中の限界電場： $E_0 = 300 \text{ kV/m}$

地上で1年間に起こる落雷： 32×10^6 回

世界の総人口： 6.5×10^9 人

- 3.9** 1回の稲妻によって放射される全電気量 Q を求めよ。(配点 0.5 点)
- 3.10** 稲妻によって雲の底と地面との間を流れる平均電流 I はいくらか。(0.5 点)
- 3.11** 1年間に発生するすべての雷のエネルギーを集め、これをすべての人に等しく分配したとする。そうすると、あなたに分配されたエネルギーによって、100 W の電球をどのくらい長く点灯できるか。(1.0 点)

毛細血管 血液を非圧縮性の粘性液体と考える。それを、密度を μ 、粘性係数 $\eta = 4.5 \text{ g/sm}$ の水と類似した液体とみなす。毛細血管を、半径 r 、長さ L をもつ直線円筒状の管としてモデル化する。血液の流れは、ポアズイユの法則により、

$$\Delta p = RD$$

と書け、この流体の流れは電流のオームの法則に似ている。ここで、 Δp は毛細血管の出入り口間の圧力差であり、 $D = Sv$ は、断面積 S の毛細血管を血液が速度 v で流れるときの体積流である。流体力学的な抵抗 R は、

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}$$

で与えられる。血液循環システム（心臓の左心室から右心房へ流れる血液）に対して、静止している人の血流は $D \approx 100 \text{ cm}^3\text{s}^{-1}$ である。すべての毛細血管は並列に繋がれているとし、それぞれの毛細血管は半径 $r = 4 \text{ }\mu\text{m}$ 、長さ $L = 1 \text{ mm}$ とし、圧力差 $\Delta p = 1 \text{ kPa}$ ではたらいっていると仮定して次の問いに答えよ。

- 3.12** 人間の体内には、何本の毛細血管があるか。(配点 1.0 点)
- 3.13** 毛細血管を流れる血流の速度 v はいくらか。(0.5 点)

超高層ビル 1000 m の高さの超高層ビルがあり、地上での外気温を $T_{\text{bot}} = 30^\circ\text{C}$ とする。この問題の目的は、このビルの屋上での外気温 T_{top} を求めることである。空気（比熱比 $\gamma = 7/5$ をもつ理想気体の窒素）の薄い層を考え、その層がゆっくり上昇して、圧力の低い高度 z まで達すると、その空気の層は断熱的に膨張して、周りの空気の温度まで下がると仮定する。

3.14 温度の相対変化 dT/T と圧力の相対変化 dp/p の間の関係を求めよ。(配点 0.5 点)

3.15 高さの変化 dz を用いて、圧力差 dp を表せ。(0.5 点)

3.16 以上を用いて、このビルの屋上での外気温を求めよ。(1.0 点)

データ ボルツマン定数: $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K
 窒素分子 1 個の質量: $m = 4.65 \times 10^{-26}$ kg
 重力加速度: $g = 9.80$ m/s²

国コード	学生コード	問題番号
		1

解答用紙

空間的配置

1.1 求める面積は,

$$A =$$

1.2 求める高さは,

$$H =$$

For
Examiners
Use
Only

1.0

1.0

国コード	学生コード	問題番号
		1

波長比

<p>1.3 $\alpha, \theta, \phi, M, \lambda_0, g, h$ を用いて表すと,</p> $\Delta N_{\text{opt}} =$	<p>For Examiners Use Only</p> <p>3.0</p>
<p>1.4 A, V, λ_0, ϕ を用いて表すと,</p> $\Delta N_{\text{opt}} =$ <p>V の数値は,</p> $V =$	<p>0.8</p> <p>0.2</p>
<p>1.5 -90° から 90° までの変化の回数は,</p> <p>変化の回数 =</p>	<p>2.0</p>

国コード	学生コード	問題番号
		1

実験データ

1.6 ド・ブローイ波長は,

$$\lambda_0 =$$

1.7 求める面積は,

$$A =$$

For
Examiners
Use
Only

1.0

1.0

国コード	学生コード	問題番号
		2

解答用紙

基本的関係

2.1 与えられた \tilde{x} に対する x の値 :

$$x =$$

2.2 与えられた x に対する \tilde{x} の値 :

$$\tilde{x} =$$

For
Examiners
Use
Only

0.6

0.9

棒の見かけの長さ

2.3 見かけの長さ :

$$\tilde{L}(x_0) =$$

2.4 下記の1つをチェックせよ : 見かけの長さ :

- はじめに増加し, 最大値に達した後, 減少する。
- はじめに減少し, 最小値に達した後, 増加する。
- つねに減少する。
- つねに増加する。

1.5

1.5

国コード	学生コード	問題番号
		2

非常に早い時刻と遅い時刻の写真

2.8 下記の1つをチェックせよ：

見かけの長さは、早い時刻の写真では1 m, 遅い時刻の写真では3 mである。

見かけの長さは、早い時刻の写真では3 m, 遅い時刻の写真では1 mである。

2.9 速度は

$v =$

2.10 静止しているとき, 棒の長さは

$L =$

2.11 この対称な写真における見かけの長さは

$\tilde{L} =$

For
Examiners
Use
Only

0.5

1.0

0.6

0.4

国コード	生徒コード	問題番号
		3

解答用紙

デジタルカメラ

For
Examiners
Use
Only

3.1 最良の空間分解能

(文字式：) $\Delta x_{\min} =$

$\lambda = 500 \text{ nm.}$ のとき、これを数値で表す；

(数値：) $\Delta x_{\min} =$

0.7

0.3

3.2 M_{pix} の数値は、

$N =$

0.5

3.3 最小のF値は、

$F\# =$

0.5

3.4 最小距離は、

$z =$

0.5

国コード	生徒コード	問題番号
		3

かたゆで卵

<p>3.5 必要なエネルギーは、</p> $U =$	<p>For Examiners Use Only</p> <p>0.5</p>
<p>3.6 熱流は、</p> $J =$	
<p>3.7 単位時間あたりに卵へ流れ込む熱エネルギーは、</p> $P =$	
<p>3.8 卵をかたゆでにするのに必要な時間は、</p> $\tau =$	

0.5

0.5

0.5

国コード	生徒コード	問題番号
		3

稲妻

<p>3.9 全電荷は、</p> $Q =$
<p>3.10 平均電流は、</p> $I =$
<p>3.11 電球の点灯持続時間は、</p> $t =$

**For
Examiners
Use
Only**

0.5

0.5

1.0

毛細血管

<p>3.12 人体の中にある毛細血管の数は、</p> $N =$
<p>3.13 血流の速度は、</p> $v =$

1.0

0.5

